2026年

台灣數學教育學會年會暨第十八屆科技與數學教育學術研討會

論文全文集

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系

台灣數學教育學會

國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心

國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

目錄

大會組織 4

大會議程 5

融合數學教育議題 10

社會情緒學習融入數學教學之成效分析：以國中生情意發展與解題表現之準實驗研究為例 11

不同區域國小高年級學童在理財教育學習中的學習動機、學習態度與價值觀之差異性研究 25

國小六年級學生於數學多元解題歷程中之思考特徵與情意面向研究 35

人工智慧與數學教育 45

探討國小師資生數學焦慮、數學態度與數學教學信念之研究 46

聲音勝過面部情緒：早期數學教育中之多模態動態運算 56

AI 融入國小五年級幾何學習之成效探討 65

生成式 AI 於國中會考與大學學測數學科之解題表現與錯誤類型跨學段比較 75

應用生成式 AI 於高中數學命題設計與效能之研究 85

虛擬教具融入於國小六年級數學基準量與比較量單元之學習歷程探究 93

數學學習評量與補救教學 103

國小四至六年級學童數學希望感量表發展與探討 104

國小學童數學韌性量表發展與探討 111

數位學習輔助低成就學生分數學習的教學成效研究 121

應用四階段評量探討國小五年級學童在「比率與百分率」問題的解題表現 130

探究八年級資優生在非例行性數學題的解題表現 140

數學遊戲融入課程對低成就學生學習投入之個案研究 150

國小學生數學學習社會情緒量表初探 160

數學概念發展與學習工具 172

探討國小五年級學生因數與倍數迷思概念之研究 173

國小五年級學生在幾何計算解題表現之研究 182

二年級個案學生的視角轉換概念及其改變初探 192

數學課程內容與數學素養 202

國小數學教科書「因數與倍數」單元教材編排順序之分析 203

台灣與美國數學教科書內容比較之研究:一元一次方程式單元.....212
以解題歷程及教學事件分析國小數學教學指引內容—二年級兩步驟應用問題為例.....222

數學教學設計與學習科技.....232

探討高職數學對數單元之 直接教學法與數位工具融入之教學研究.....233
科技輔助「因式分解」教學對低成就學生學習之個案研究.....243
學生小組成就區分法融入六年級認識速率教學之研究.....253
Kagan 結構式合作學習應用於國小四年級 「整數四則運算」教學之成效...262

數學師資與數位科技素養.....272

不同背景教師於專業學習社群中數學教學知識之發展歷程.....273
國小教師資格考試數學能力測驗之試題分析.....283

數位科技工具與數學教學.....293

國小職前教師速率概念之數學教學表徵探究.....294
數學課程教學與評量融入生成學習活動之學習表現與態度之探究.....304
生成式人工智慧用於高中機率素養題設計之可行性分析.....314

其他.....324

大基隆地區高中職數學學習動機.....325
臺灣社會情緒學習相關研究之系統性回顧（2015 至 2025）.....335
國小高年級教師自我效能感與學生數學自我效能感之相關研究.....345
國小三年級學童分數概念之迷思概念與試題分析.....354
數學教育中的社會情緒學習.....364

海報發表.....371

KWL 閱讀策略融入國小理財閱讀教學之探討：文獻分析 372
生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學對學生數學學習動機與數學學習成效之影響.....383
生成式 AI 驅動下的國小數學教學變革：結合 TIMSS 2023 實證分析與個人化學習路徑之建構.....393

大會組織

指導單位：
國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

大會主席：
國立臺中教育大學校長 郭伯臣
國立臺北教育大學校長 陳慶和

大會副主席（依姓氏筆劃排序)：
楊凱琳教授（台灣數學教育學會理事長）
黃國禎教授（國立臺中教育大學副校長）
陳錦章教授（國立臺中教育大學理學院院長）
林素微教授（科技部數學教育學門召集人）

議程主席：
袁　媛教授（國立臺中教育大學 數學教育學系系主任）

議程委員（依姓氏筆劃排序)：
王婷瑩教授 吳正新教授 吳昭容教授 李林滄教授 李源順教授 林勇吉教授
林原宏教授 林碧珍教授 林素微教授 姚如芬教授 洪文良教授 胡豐榮教授
英家銘教授 徐偉民教授 張淑怡教授 許慧玉教授 陳中川教授 陳建誠教授
陳致澄教授 陳嘉皇教授 陳錦章教授 單維彰教授 黃馨瑩教授 游自達教授
黃國禎教授 楊晉民教授 楊凱琳教授 詹勳國教授 劉柏宏教授 劉宣谷教授
鄭英豪教授 鄭博文教授 賴冠州教授 謝佳叡教授 謝豐瑞教授 謝闓如教授
魏士軒教授 蘇柏鑫教授

2026 年台灣數學教育學會年會暨第十八屆科技與數學教育國際學術研討會

議程

2026.04.25（星期六）　　地點：國立臺中教育大學

時間	項目	主持人	地點
08:00-08:30	報到		大廳 K108
08:30-08:40	研討會開幕 (校長來賓致詞) 特邀中教大民俗體育代表隊表蒞臨表演 表演形式：扯鈴	袁媛教授	音樂廳 K101
08:40-09:30	**特邀演講 I** **主講者: Richard Barwell** ProfessorUniversity of OttawaCanada **講題**：Educating future citizens: why we need to teach for critical mathematical consciousness	林福來教授	音樂廳 K101
09:40-10:20	【林福來教授博碩士論文獎頒獎暨獲獎人論文主題報告】 博士學位論文獎: 吳宗儒 / 國立臺灣師範大學數學系數學教育組 指導教授：林福來、楊凱琳 碩士學位論文獎: 曾品瑄 / 國立臺中教育大學數學教育學系 指導教授：蘇柏鑫	林原宏教授	音樂廳 K101
10:20-11:20	茶敘暨海報發表展示 ※理監事委員選舉投票截止時間：10:40		大廳 K108
10:40-11:10	台灣數學教育學會第十屆理監事選舉開票	袁媛教授	求真樓 4 樓 K401
11:20-12:10	台灣數學教育學會 第十屆第 1 次會員大會暨 繆龍驥教授追思會	楊凱琳教授	音樂廳 K101
12:20-13:10	台灣數學教育學會 第十屆第 2 次理監事會議	楊凱琳教授	求真樓 4 樓 K401
11:20-13:40	午 餐		大廳 K108

時間	項目	主持人	地點
13:40-15:20	數學教材教法教授們與師資生論壇 (大學教授與師資生場次)	李源順教授	音樂廳 K101
13:40-15:20	**場次 A** 應用四階段評量探討國小五年級學童在「比率與百分率」問題的解題表現 探討國小五年級學生因數與倍數迷思概念之研究 國小五年級學生在幾何計算解題表現之研究	林勇吉教授	數學樓 3 樓 C301
	場次 B 大基隆地區高中職數學學習動機 AI 融入國小五年級幾何學習之成效探究	陳致澄教授	數學樓 3 樓 C302
	場次 C 虛擬教具融入於國小六年級數學基準量與比較量單元之學習歷程探究 生成式人工智慧用於高中機率素養題設計之可行性分析 聲音勝過面部情緒：早期數學教育中之多模態動態運算	許慧玉教授	數學樓 3 樓 C303
	場次 D 臺灣社會情緒學習相關研究之系統性回顧 (2015 至 2025） 數學教育中的社會情緒學習 國小學生數學學習社會情緒量表初探	吳正新教授	數學樓 3 樓 C304
15:20-15:40	茶 敘		大廳 K108
15:40-17:20	工作坊一 主講者: Keng Cheng Ang Nanyang Technological University, Singapore 數學運算思維的教學	陳建誠教授	數學樓 C205
15:40-17:20	**場次 E** 國小四至六年級學童數學希望感量表發展與探討 國小學童數學韌性量表發展與探討 數學課程教學與評量融入生成學習活動之學習表現與態度之探究	謝闓如教授	數學樓 3 樓 C301

時間	項目	主持人	地點
	場次 F 國小六年級學生於數學多元解題歷程中之思考特徵與情意面向研究 不同區域國小高年級學童在理財教育學習中的學習動機、學習態度與價值觀之差異性研究	楊晉民教授	數學樓 3 樓 C302
	場次 G 國小數學教科書「因數與倍數」單元教材編排順序之分析 台灣與美國數學教科書內容比較之研究:一元一次方程式單元 以解題歷程及教學事件分析國小數學教學指引內容—二年級兩步驟應用問題為例	楊凱琳教授	數學樓 3 樓 C303

2026 年台灣數學教育學會年會暨第十八屆科技與數學教育國際學術研討會

議程

2026.04.26（星期日）　　地點：國立臺中教育大學

時間	項目	主持人	地點
08:30-09:00	報到		大廳 K108
09:10-10:00	**特邀演講 II：** 主講者：Jessica Shumway Associate Professor Utah State University USA **講題:** Supporting Students' Mathematical Thinking Within an Evolving Technological Environment	Fenqjen Luo Associate Professor, Montana State University USA	音樂廳 K101
10:00-10:50	茶 敘		大廳 K108
10:50-11:40	**特邀演講 III：** 主講者： Ban Heng Choy Associate Professor, Nanyang Technological University Singapore **講題:** Teaching in Technology-rich Mathematics Classrooms: The Role of Teacher Noticing	Keng Cheng Ang Associate Professor, Nanyang Technological University Singapore	音樂廳 K101
11:40-13:30	午 餐		大廳 K108
13:30-15:30	工作坊二 主講者：羅久芳老師 數學雙語教學	李梓楠教授	數學樓 C205
13:30-14:30	**場次H** 國小三年級學童分數概念之迷思概念與試題分析 數學遊戲融入課程對低成就學生學習投入之個案研究 二年級個案學生的視角轉換概念及其改變初探	陳建誠教授	數學樓 3 樓 C301

時間	項目	主持人	地點
	場次 I 國小教師資格考試數學能力測驗之試題分析 社會情緒學習融入數學教學之成效分析：以國中生情意發展與解題表現之準實驗研究為例	謝佳叡教授	數學樓 3 樓 C302
	場次 J 科技輔助「因式分解」教學對低成就學生學習之個案研究 生成式 AI 於國中會考與大學學測數學科之解題表現與錯誤類型跨學段比較 應用生成式 AI 於高中數學命題設計與效能之研究	王婷瑩教授	數學樓 3 樓 C303
	場次 K Kagan 結構式合作學習應用於國小四年級「整數四則運算」教學之成效 探討高職數學對數單元之直接教學法與數位工具融入之教學研究 學生小組成就區分法融入六年級認識速率教學之研究	蘇意雯教授	數學樓 3 樓 C304
14:40-15:40	**場次 L** 不同背景教師於專業學習社群中數學教學知識之發展歷程 國小職前教師速率概念之數學教學表徵探究 國小高年級教師自我效能感與學生數學自我效能感之相關研究	鄭英豪教授	數學樓 3 樓 C301
	場次 M 探討國小師資生數學焦慮、數學態度與數學教學信念之研究 數位學習輔助低成就學生分數學習的教學成效研究 探究八年級資優生在非例行性數學題的解題表現	英家銘教授	數學樓 3 樓 C302

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(1) 融合數學教育議題

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

社會情緒學習融入數學教學之成效分析：以國中生情意發展與解題表現之準實驗研究為例

吳正新
國家教育研究院課程及教學研究中心
jengshin@mail.naer.edu.tw

摘要

本研究探討社會情緒學習(Social and Emotional Learning, SEL)融入數學教學之成效，並檢驗其對國中七年級學生數學學習情意與非選擇題表現之影響。研究採準實驗設計，實驗組接受為期 12 週、每週 2 節之 SEL 融入數學課程，對照組維持一般教學。研究工具包含數學學習情意量表(興趣、信心、重視程度與焦慮)及會考型非選擇題測驗。受限於樣本數規模，本研究於統計分析上採用無母數統計方法進行推論。結果顯示，實驗組在興趣、信心與重視程度呈提升趨勢，焦慮下降；非選擇題平均得分由 0.29 提升至 1.17，中位數由 0 升至 1。質性資料亦顯示學生在情緒覺察與問題拆解能力上有所成長。研究顯示，SEL 融入數學教學有助於改善學生情緒經驗，並透過提升控制感與降低情緒耗損，促進其多步驟非選擇題之持續解題能力。

關鍵字： 社會情緒學習、數學焦慮、問題解決

壹、 緒論

一、 研究背景與動機

長期以來，臺灣學生在國際大型評量中展現穩定且優異的數學表現，顯示其在計算技能與程序性知識上具備高度訓練成果。然而，相關研究亦指出，臺灣學生在數學焦慮與自信心指標上相對偏低，呈現「高成就、低信心、高焦慮」的結構性矛盾現象(OECD, 2019a)。此種矛盾意味著，數學學習的成功並未必伴隨正向情緒經驗，甚至可能在高度競爭與評量導向的文化脈絡下，加劇學生的壓力與焦慮。

數學焦慮被定義為在進行數學相關活動時所產生的緊張、恐懼與擔憂情緒(Ashcraft & Moore, 2009)。研究顯示，焦慮會佔用工作記憶資源，降低複雜推理與多步驟問題解決表現(Suárez-Pellicioni et al., 2016)。在高度重視升學與考試表現的教育情境中，學生對數學具有高度價值評估，但若缺乏有效策略與成功經驗，容易形成低控制感與高焦慮之結構(Pekrun, 2006)。此種狀態不僅影響學習動機，也可能導致逃避、僵住(freezing)或放棄作答等行為。

傳統數學教學多強調「多算多練」與題型熟練，假設練習量增加即可提升能力。然而，若學生在練習過程中反覆經歷挫敗，未獲得情緒支持與策略指引，反而可能強化其負向自我概念，形成「我不會數學」之固定心態 (Dweck, 2006)。當錯誤被視為能力不足之證明，而非學習歷程之一部分時，學生為了維護自我價值，常會產生習得無助感 (Seligman, 1975)，進而選擇以空白作答或降低參與度作為自我保護機制 (Covington, 1984)。

近年來，社會情緒學習(Social and Emotional Learning, SEL)逐漸受到重視。

SEL 強調培養學生之自我覺察、自我管理、社會覺察、人際關係技巧與負責任決策能力(CASEL, 2023)。許多後設分析的研究指出，SEL 課程不僅有助於提升情緒調節與人際互動能力，亦可能對學業成就產生正向影響(Durlak et al., 2011)。然而，在實務場域中，SEL 往往被視為晨間活動或輔導課程內容，較少與數學等學科教學整合。

在此脈絡下，如何將 SEL 理念融入數學課堂，使情緒支持與認知策略同時運作，成為值得探究之議題。本研究嘗試以「雙軌並進」課程架構，在數學問題解決過程中同步引導學生進行情緒覺察與認知調整，並透過準實驗設計檢驗其對學生學習情意與非選擇題解題能力之影響。

二、 研究目的與待答問題

基於上述背景，本研究之主要目的為探討 SEL 融入數學教學之具體設計原則與實施成效，並分析其對學生數學學習情意與解題表現之影響。具體而言，本研究欲回答下列問題：

1. SEL 融入數學課程應如何設計，方能在問題解決歷程中同時支持學生之情緒調節與認知發展？
2. 實施 SEL 融入數學課程後，實驗組與對照組在數學學習情意(興趣、信心、重視程度與焦慮)之變化是否存在差異？
3. 實施 SEL 融入數學課程後，實驗組與對照組在數學非選擇題表現是否存在差異？

透過量化與質性資料之整合分析，本研究期望釐清 SEL 融入數學教學是否能在改善學生情緒經驗的同時，提升其持續解題能力，而非削弱學科學習成效。

三、 名詞釋義

為使研究概念明確，茲就本研究之主要名詞界定如下：

1. 社會情緒學習
   指透過系統化教學培養學生自我覺察、自我管理、社會覺察、人際關係技巧與負責任決策能力之教育歷程(CASEL, 2023)。本研究之 SEL 融入數學教學，係指在數學問題解決活動中同步引導學生進行情緒覺察與認知調整。
2. 雙軌並進課程架構
   指在同一課堂中，同步進行數學問題解決策略訓練與情緒調節能力培養，使情緒支持與認知策略交織實施之課程模式。
3. 數學學習情意
   指學生在數學學習過程中所展現之態度與情緒傾向，本研究涵蓋興趣、信心、重視程度與焦慮四構面。
4. 非選擇題解題能力
   指學生在開放式題型中呈現完整推理歷程與計算步驟之能力，本研究以會考型非選擇題作為評量工具。

四、 研究範圍與限制

本研究以某公立國中七年級學生為對象，於社團課程中實施為期 12 週之 SEL 融入數學教學。由於研究場域與行政安排限制，採準實驗設計而未進行隨

機分派，可能存在潛在干擾變項。此外，本研究樣本數偏小，且後測樣本存在流失情形，因此統計分析採無母數方法進行。小樣本可能降低檢定力，使部分結果僅呈近顯著趨勢。故本研究在結果詮釋時，除參考 p 值外，亦整合描述統計與質性資料進行綜合分析。最後，本研究聚焦於七年級學生之社團課程情境，其結果之推論範圍應限於相似教育脈絡，未來仍需透過不同年級與不同學校場域之研究加以驗證。

貳、文獻探討

一、 情緒與學習的交互作用

長期以來，數學學習被視為高度理性與認知導向的學科活動，然而近年研究指出，學習歷程並非僅由認知能力決定，情緒亦在其中扮演關鍵角色(Pekrun, 2006, 2024)。特別是在高評量壓力與明確對錯結構的數學情境中，學生更容易產生焦慮、羞愧與挫折等負向情緒，進而影響其認知資源分配與問題解決表現(Ashcraft & Moore, 2009)。

(一) 控制—價值理論與數學焦慮

控制—價值理論(control-value theory)指出，學習情緒主要受到兩項評估所影響：其一為「控制感」(perceived control)，其二為「價值感」(perceived value)(Pekrun, 2006, 2024)。當學生高度重視某項學習任務，但卻感到自己無法掌控其結果時，焦慮便容易產生。此理論可解釋臺灣學生常見的現象——在高度重視升學與數學成績的文化脈絡下，學生對數學具有高價值評估，然而若其缺乏解題策略或成功經驗，控制感低落，便可能形成高焦慮狀態。

數學焦慮被定義為在進行數學相關任務時所產生的緊張與恐懼反應(Ashcraft & Moore, 2009)。研究指出，焦慮會佔用工作記憶容量，降低個體在多步驟推理與複雜問題解決中的表現(Suárez-Pellicioni et al., 2016)。因此，單純增加練習量並無法有效降低焦慮，反而可能在失敗經驗累積下進一步削弱控制感。

本研究所關注的 SEL 融入數學教學，正是嘗試透過情緒覺察與策略支持，重建學生的控制感，使其在面對困難題目時，能以較穩定的情緒狀態持續投入問題解決歷程。

(二) 情緒建構理論與學習經驗

情緒建構理論(theory of constructed emotion)認為，情緒並非固定反應，而是個體根據過去經驗與情境意義所建構的心理狀態(Barrett, 2017)。換言之，學生在數學課堂上的焦慮，並非單純來自題目本身，而是來自過往失敗經驗、評價壓力與自我信念的綜合建構。

當學生在數學課堂中多次經歷「卡關—被否定—失敗」的循環時，容易形成「我不會數學」的負向自我概念，進而在尚未嘗試前便預期失敗，出現逃避或僵住的反應(Cannon, 1929; Porges, 2001)。此種反應不僅降低學習參與度，也可能導致學習退縮行為。因此，若能在課堂中創造可承受的挑戰情境，並引導學生將錯誤視為資訊而非能力否定，便有機會重塑其情緒建構歷程，使困難任務轉化為成長契機。

二、 社會情緒學習與數學之融合

(一) SEL 核心能力與學習成效

社會情緒學習係指透過系統性課程設計，培養學生自我覺察、自我管理、社會覺察、人際關係技巧與負責任決策等能力(CASEL, 2023)。後設分析研究指出，SEL 課程可顯著提升學生的學業成就(Durlak et al., 2011)，其機制可能在於情緒調節能力提升後，學生能更有效運用認知資源。

在數學學習情境中，自我覺察有助於學生辨識焦慮與挫折來源；自我管理則支持其在困難時調整策略與維持專注；人際技巧與社會覺察則促進小組討論品質，提升合作問題解決能力。若將 SEL 視為學科之外的附加活動，則可能無法產生穩定效果。近年研究指出，SEL 若能與學科內容融合，而非分離實施，其成效更為顯著(Cipriano et al., 2023)。

(二) 雙軌並進課程架構的必要性

傳統數學教學多以進度與題量為核心，假設學生只要「多算多練」即可提升能力。然而此種單軌模式忽略學生在解題過程中的情緒耗損與認知負荷(Rimm-Kaufman et al., 2025)。當學生面臨困難題目時，若缺乏情緒調節與策略支撐，往往快速放棄或僅進行表層嘗試。

因此，本研究採取「雙軌並進」課程架構：一軌為數學問題解決策略訓練，如嘗試錯誤法、關鍵字閱讀與大問題拆解；另一軌為情緒覺察與認知調整策略，如情緒標記、呼吸覺察與打破非理性信念。兩軌並非分離進行，而是在同一堂課中交織實施，使學生在解題時同時獲得認知與情緒支持。

三、 數學問題解決與認知行為策略

(一) CBT 與 REBT 在學習情境中的應用

認知行為理論(Cognitive Behavioral Therapy, CBT)指出，情緒反應受到個體對事件之解釋所影響(Beck, 2011)。當學生將「解不出題目」詮釋為「我很笨」，便容易產生羞愧與退縮行為。理情行為療法(Rational Emotive Behavior Therapy, REBT)進一步指出，非理性信念(例如「我一定要一次做對」)會強化負向情緒(Ellis, 2001)。

將 CBT 與 REBT 概念轉化為數學課堂策略，意即協助學生辨識自身的自動化想法，並學習以較合理的替代語句回應困難情境。例如，將「我不會」轉化為「我還在找方法」，有助於延長問題解決持續時間。

(二) 嘗試錯誤法與控制感重建

問題解決研究指出，嘗試錯誤並非低階策略，而是一種透過回饋修正假設的歷程(Polya, 1957)。若教師能明確示範並肯定嘗試過程，而非僅評價最終答案，學生較能從錯誤中提取資訊，逐步建立控制感。當學生意識到「錯誤是資訊，而非否定」，其對困難題型的逃避行為便可能降低。此種控制感重建，可能是 SEL 融入數學教學後，學生焦慮下降與非選擇題得分提升的關鍵機制之一。

第三章 研究方法與課程設計

一、 研究設計與對象

(一) 研究設計

本研究採準實驗研究法(quasi-experimental design)，以「實驗組—對照組前後測設計」進行教學介入成效之比較。由於學校行政與排課限制，無法進行隨機分派，故以既有社團班級作為實驗組，並以同年級未參與 SEL 融入課程之學生社團作為對照組。此設計雖無法完全排除所有外在變項干擾，然可在自然教育情境下觀察課程實施效果，具有實務場域之生態效度(Cook & Campbell, 1979)。

研究歷程為期 12 週，每週 2 節社團課程，共計 24 節課。實驗組課程由 2 位教師共同規劃與授課，並依「雙軌並進」原則實施 SEL 融入數學教學；對照組則維持一般社團活動，未特別安排情緒調節或 SEL 相關內容。

(二) 研究對象

本研究以某公立國中七年級學生為研究對象。實驗組前測有效樣本為 14 人、後測為 12 人；對照組前測為 11 人、後測為 6 人。由於整體樣本數較少，且存在測驗缺失與樣本流失情形，為降低違反常態分配假設所可能導致之推論偏誤(Field, 2018)，本研究於統計分析上採用無母數統計方法進行資料處理。

由於小樣本可能影響統計檢定力，致使部分變項僅呈現趨近顯著之結果，為提升研究發現之穩健性，本研究同時結合描述統計與質性回饋資料進行交叉詮釋與相互驗證，以增進研究結論之可信度與解釋力。

二、 雙軌並進的課程設計方案

(一) 課程設計理念

本研究之課程設計建立於「雙軌並進」架構：一方面培養學生數學問題解決能力，另一方面強化其情緒覺察與自我調節能力，使情緒支持與認知策略同時運作。傳統數學教學多聚焦於題型演練與步驟熟練，假設解題能力自然隨練習量增加。然而研究指出，若學生在困難任務中產生高度焦慮，其工作記憶容量將受到干擾，進而降低推理表現(Ashcraft & Moore, 2009)。因此，本課程強調在問題解決歷程中同步引導學生辨識情緒、調整想法與延長嘗試時間，以降低情緒耗損。

(二) 情緒課程內容設計

情緒軌課程包含以下核心元素：

1. 認識情緒與情緒粒度訓練
   引導學生從「好／不好」的粗略情緒分類，提升至具體描述如焦慮、挫折、羞愧或無助等，增加情緒粒度(Barrett, 2017)。研究指出，高情緒粒度有助於更有效的情緒調節。
2. 五秒定律活動
   透過限時回答問題之活動，讓學生體驗壓力與緊張感，並在事後進行反思，覺察自身在壓力情境中的生理與心理反應。此活動作為數學考試情境之模擬，協助學生理解焦慮如何影響表現。
3. 打破非理性信念(REBT)
   引導學生辨識「一定要一次做對」、「錯了代表我不行」等非理性信念，並練習以較合理之替代語句取代(Ellis, 2001)。
4. 擺脫負面自動化想法(CBT)
   當學生在解題卡關時，學習辨識自動浮現之負面想法，並以「我還在嘗試」、「我可以拆小一步」等語句重新詮釋情境(Beck, 2011)。

(三) 數學問題解決策略設計

數學軌課程則聚焦於以下策略：

1. 嘗試錯誤法
   強調嘗試過程之價值，並將錯誤視為資訊回饋。教師在課堂中公開示範修正歷程，以降低學生對錯誤之羞愧感。
2. 大問題化小問題
   將複雜題目拆解為可操作之子任務，使學生在每一步驟中獲得小成功經驗，逐步重建控制感。
3. 關鍵字與關係模型建立
   在文字題教學中，引導學生先建立變數關係圖或模型，再進行計算(Hegarty, et al., 1995)，減少因閱讀焦慮導致的直接放棄。

上述兩軌課程並非分離進行，而是在同一堂課中交織實施。例如，在進行「三門問題」或「農夫渡河」等任務時，教師同時引導學生覺察卡關時的情緒，並運用嘗試錯誤策略延續解題歷程。

三、 研究工具與資料蒐集

(一) 數學學習情意量表

本研究使用國際大型評量 TIMSS (Mullis et al., 2020)及 PISA (OECD, 2019b)之情意構面設計問卷，涵蓋四個維度：興趣、信心、重視程度、焦慮。採 Likert 五點量表形式評分。前後測皆於課程實施前後施測，以比較情意變化。

(二) 數學成就測驗

認知成效指標採用會考型非選擇題(滿分 3 分)進行評量。非選擇題需呈現完整推理與計算歷程，相較選擇題更能檢驗學生之持續推理能力與解題策略運用。

(三) 質性資料

為補充量化數據，本研究蒐集：課後學習單反思紀錄、學生回饋單、教師觀察紀錄。質性資料用以理解學生情緒轉變與策略運用歷程，並與量化結果進行對照。

四、 資料分析方法

考量樣本數偏小本研究採用不同的無母數統計方法進行分析(Field, 2018)，其中包括：使用 Wilcoxon 符號等級檢定比較各組前後測差異、使用 Mann–Whitney U 檢定比較兩組進步幅度與組間差異。此外，亦輔以描述統計分析，呈現平均數、標準差及中位數之變化情形。

第四章 課堂實踐與教學歷程分析

本章聚焦於實驗組在 12 週 SEL 融入數學課程中的實際學習歷程，透過課堂觀察紀錄、學生學習單與回饋單資料，分析學生在「敢開始」、「撐得住」與「帶得走」三個面向上的轉變。此三個面向分別對應學生在問題解決中的起始動機、歷程持續力與策略遷移能力，亦可視為情緒調節與認知策略交織運作的

具體展現。

一、 敢開始：降低風險與建立安全感

(一) 從「三門問題」看猜測的勇氣

在課程初期，教師以「三門問題」作為活動引入。此問題本身具備直覺衝突性，學生往往在第一次作答後發現答案與直覺不同。活動過程中，教師刻意不立即評價對錯，而是鼓勵學生提出假設並重新嘗試。

觀察紀錄顯示，初期學生在回答時常出現遲疑與自我否定語句，如「這樣會不會錯？」、「我應該選錯了」。部分學生甚至選擇沉默。然而，在教師強調「猜測是蒐集資訊的一部分」後，學生逐漸願意提出不同假設。此歷程反映學生在「錯誤風險」下降後，開始願意嘗試。根據情緒建構理論(Barrett, 2017)，當情境被重新詮釋為探索而非評價時，情緒意義隨之改變。學生不再將錯誤視為能力否定，而視為學習歷程的一部分。

(二) 五秒定律與情緒覺察

在「五秒定律」活動中，學生需於短時間內回答問題。活動後進行反思討論，多數學生描述當下感受為「緊張」、「腦袋空白」、「怕講錯」。透過情緒標記與粒度提升練習，學生能更精確區分「焦慮」、「羞愧」與「挫折」。

有學生於回饋單中寫道：「原來我不是不會，是太緊張。」此類覺察反映自我覺察能力的提升(CASEL, 2023)。當學生能將情緒具體化，其調節可能性亦隨之增加。從課堂氛圍觀察，隨著活動進行，學生回答時的笑聲與互動次數增加，顯示安全感逐步建立。此種安全感為後續面對困難題型的基礎。

二、 撐得住：面對挫折的歷程支撐

(一) 「農夫渡河」與任務拆解

在進行「農夫渡河」問題時，部分學生初期即表示「太難了」、「想不到」。教師引導學生將任務拆解為「一次只能載一個」、「不能留下衝突組合」等子規則，並透過表格紀錄嘗試過程。

觀察顯示，當學生將問題拆解後，原本的無助感逐漸轉化為具體行動。學生在黑板上修正路徑時，開始討論「這一步錯在哪裡」，而非「我不會」。此種語言轉變顯示自我對話模式的改變，符合 CBT 理論所強調之認知重建(Beck, 2011)。部分學生在學習單中寫道：「以前遇到難題會放棄，現在會先拆小一點試試看。」

(二) 「跳青蛙」與持續嘗試

「跳青蛙」問題需多次試驗才能找出最少步驟解。初期學生出現煩躁與急躁反應，甚至有學生表示「太麻煩」。教師此時引導學生進行短暫呼吸調節，並提醒其專注於「下一步」。

在多次嘗試後，學生逐漸意識到規律性存在，並開始歸納步驟。成功後的情緒多為「驕傲」與「有成就感」。根據控制—價值理論(Pekrun, 2006)，當控制感提升時，成就情緒隨之產生，進一步強化動機。此歷程顯示，SEL 策略並非取代數學思考，而是在卡關時提供情緒支撐，使學生得以延續推理過程。

三、 帶得走：策略遷移與小組協作

(一) 會考文字題與關係模型建立

在課程後期，教師以 113 年國中教育會考非選擇題（健康飲食餐盤問題）作為教學素材，引導學生進行素養導向解題。學生需先釐清情境脈絡、建立變數關係(Hegarty, et al., 1995)，再據以進行運算與推論。相較於學期初多半直接詢問「答案是多少」，學生此階段更傾向討論「應先設定哪些變數」、「比例關係如何表示」，顯示其解題歷程已逐漸由結果導向轉向歷程導向。

小組討論的觀察亦發現，學生之間出現較多解釋性與反思性語句，例如「你這樣想的理由是什麼？」、「我們再試一次看看」。此類互動展現出傾聽、回應與修正觀點的歷程，人際互動技巧與負責任決策能力在實際討論情境中具體呈現(CASEL, 2023)，反映學生在認知與社會情緒層面上的同步成長。)。

(二) 情緒語言的轉變

教師紀錄顯示，學期初學生常使用「我不會」、「太難」等全有全無語句；學期末則較常出現「我還差一點」、「這步卡住」等具體描述。此種語言變化顯示情緒粒度提升，亦代表學生對困難的詮釋更加細緻。

質性回饋中有學生寫道：「靜心讓我的心情平復下來，也能讓我的專注力提高。」另有學生表示：「可以更了解自己的優勢和缺點。」此類敘述顯示 SEL 能力可能已超越單一題型，而具有遷移性。

四、 從課堂事件到行為改變

綜合上述分析，實驗組學生在三個層面呈現明顯轉變：

敢開始：對錯誤的焦慮感降低，更願意主動嘗試與投入解題歷程。

撐得住：面對困難時能延長嘗試時間，減少立即放棄或逃避的情形。

帶得走：所習得之解題策略與情緒調節能力，能遷移至新題型與合作學習情境之中。

此三個層面的改變亦與第五章之量化結果相互呼應，例如學生焦慮程度的下降以及非選擇題得分的提升等現象。整體而言，情緒支持與認知策略並非各自獨立運作，而是在學習歷程中相互交織、共同發揮作用，使學生在面對高價值的數學任務時，能逐步重建對學習的控制感與自我效能，進而調整其學習行為模式與學習投入態度。

第五章 研究結果與成效分析

本章依研究問題，分別就「數學學習情意」、「數學問題解決能力(非選擇題)」以及「質性回饋資料」進行分析與討論。由於本研究樣本數偏小，且資料未能確認符合常態分配假設，故全數採無母數統計方法進行檢定。除統計結果外，亦輔以學生回饋資料，進行綜合詮釋。

一、 數學學習情意之成效分析

(一) 敘述統計結果

表 1 為實驗組學生在興趣、信心與重視程度三項情意構面的表現。整體而言，有呈現整體提升，顯示學生在課程介入後對數學學習的積極投入增加。其中，「興趣」與「重視程度」之變化幅度較為明顯。焦慮構面則呈下降趨勢，反映

學生在面對數學任務時的負向情緒有所緩解。整體而言，實驗組在正向情意指標上提升、負向情意指標下降，呈現一致性的改善方向。

表 1　實驗組前後測描述統計

	前測 (n = 14) M (SD)	**後測 (n = 12) M (SD)**	**變化趨勢**
興趣	21.36 (3.97)	25.08 (4.08)	↑提升
信心	23.07 (5.31)	24.96 (4.94)	↑提升
重視程度	23.43 (3.94)	26.08 (4.14)	↑提升
焦慮	12.43 (3.37)	11.75 (2.33)	↓下降

表 2 為對照組的各構面的數據。從表 2 可知，對照組學生在各構面未呈現一致性改善，興趣略微持平，信心與重視程度則出現輕微下降，焦慮變化幅度有限但個體差異增大。整體而言，對照組在情意面向的改善效果不明顯。

表 2　對照組前後測描述統計

	前測 (n = 11) M (SD)	後測 (n = 6) M (SD)	變化趨勢
興趣	23.73 (7.07)	24.00 (6.39)	→ 持平
信心	23.45 (6.77)	22.29 (7.71)	↓略降
重視程度	25.64 (5.26)	24.50 (3.27)	↓略降
焦慮	12.09 (3.73)	11.83 (5.12)	→ 變動小

比較表 1 和表 2 的結果可以發現，SEL 融入課程後，實驗組學生在正向情意構面（興趣、信心、重視程度）皆呈現提升，且伴隨焦慮下降，顯示課程介入有助於提升學生對數學學習的積極態度及情緒調節能力。相較之下，對照組在情意面向未見一致性正向變化，顯示缺乏 SEL 支持的傳統課程對學生情意發展的影響有限。此結果呼應課程設計理念：透過情緒支持與認知策略的整合，可促進學生在高價值數學任務中的自我效能與學習投入。

(二)　實驗組前後測差異檢定

Wilcoxon 符號等級檢定結果顯示，實驗組在興趣($p = .082$)與數學成績($p = .063$)呈現近顯著差異；其餘構面未達顯著水準($p > .05$)。雖未達傳統顯著標準，但在小樣本情境下，此種趨勢仍具有參考價值。興趣中位數由 23 提升至 25，數學成績中位數由 0 提升至 1，顯示學生不僅情緒態度有所改善，其實際作答行為亦出現變化。

從理論角度來看，興趣提升可能與課堂中強調探索與嘗試歷程有關。當學生在問題解決過程中被允許犯錯並獲得支持時，其對數學的情緒經驗逐漸由焦慮轉向投入，符合情緒建構理論所指出「情緒可透過經驗重塑」(Barrett, 2017)。

(三)　對照組前後測差異

對照組在所有變項之 Wilcoxon 檢定均未達顯著水準($p > .05$)。此結果顯示，在未融入 SEL 支持之情境下，單純維持原有教學方式，學生情意變化有限。特別值得注意的是，對照組信心由 23.45 下降至 22.29，重視程度由 25.64 下降至 24.50，呈現輕微退步趨勢。此現象可能反映隨學習內容難度提升，若未提供情

緒與策略支持，學生控制感可能逐漸降低(Pekrun, 2006, 2024)。

(四) 進步幅度之組間比較

Mann–Whitney U 檢定顯示，兩組在重視程度進步幅度上呈近顯著差異($p = .086$)，實驗組進步幅度中位數為 1.0，而對照組為 -2.0。其餘變項未達顯著。此結果顯示，SEL 融入課程並未降低學生對數學價值的評估，反而在學期後期仍能維持或提升其重視程度。

根據控制—價值理論(Pekrun, 2006, 2024)，價值感若未伴隨控制感提升，可能引發焦慮；然而本研究中，實驗組焦慮下降，顯示價值與控制之間可能已建立較平衡之結構。

二、 數學問題解決能力之成效分析

實驗組非選擇題平均得分由前測 0.29 ($SD = 0.47$) 提升至後測 1.17 ($SD = 1.27$)，中位數由 0 增加至 1；對照組則由前測 0.09 ($SD = 0.30$) 提升至後測 0.33 ($SD = 0.82$)，中位數維持 0。後測組間比較採 Mann–Whitney U 檢定，結果呈邊界顯著趨勢 ($p = .100$)，實驗組中位數 1.0 高於對照組 0.0。

儘管樣本規模偏小，該差異仍具教育意義。非選擇題要求學生完整呈現推理歷程，相較選擇題更易受到焦慮及放棄行為影響 (Ashcraft & Moore, 2009)。實驗組得分提升，可能反映學生在遭遇問題卡關時，能延長嘗試時間並持續進行解題，而非立即放棄，顯示其問題解決策略與情緒調節能力有所增進。

三、 質性回饋與綜合討論

學生回饋顯示，部分學生表示：「靜心讓我的心情平復下來，也能讓我的專注力提高」、「可以更了解自己的情緒」、「以前卡住會放棄，現在會先試試看」。此類回饋與量化結果相互呼應：焦慮下降、非選擇題得分提升。情緒調節與認知策略結合，可能延長學生在問題解決中的持續時間。

整體而言，本研究顯示 SEL 融入數學教學在小樣本情境下呈現一致的正向趨勢。雖部分結果僅達近顯著水準，但方向一致且與理論脈絡相符。SEL 課程透過提升情緒覺察與策略支持，可能重建學生之控制感，使其在高價值的數學任務中，降低焦慮並提高參與度。

第六章 結論與建議

本研究旨在探討社會情緒學習融入數學教學之實施成效，並以準實驗設計檢驗其對國中七年級學生數學學習情意與非選擇題解題表現之影響。透過 12 週、每週 2 節之雙軌並進課程實施，本研究結合量化統計分析與質性資料，嘗試回答 SEL 是否能在不犧牲學科進度的前提下，改善學生情緒經驗並提升其解題持續力。

一、 第一節 研究結論

(一) SEL 融入數學教學有助於改善學習情意結構

研究結果顯示，實驗組在興趣、信心與重視程度皆呈現提升趨勢，焦慮則呈

下降趨勢；對照組則未見明顯改善，部分構面甚至略有退步。雖部分統計結果僅達近顯著水準，然整體變化方向一致，且與質性回饋資料相互印證。根據控制—價值理論(Pekrun, 2006)，當學生對學習任務具有高度價值評估卻缺乏控制感時，易產生焦慮。本研究中，SEL 課程透過「大問題化小問題」、「嘗試錯誤法」及認知重建策略，協助學生在困難情境中建立具體行動路徑，可能間接提升其控制感，使價值與控制之間趨於平衡，進而降低焦慮。此結果顯示，情緒支持並非僅影響學生感受層面，而可能改變其對數學任務的整體評估結構。

(二) 情緒支持未削弱學科表現，反而促進非選擇題解題能力

在數學非選擇題表現方面，實驗組平均得分由 0.29 提升至 1.17，中位數由 0 提升至 1；對照組僅由 0.09 提升至 0.33，中位數仍為 0。儘管統計上的組間差異處於邊界顯著水準，但實驗組在得分上的實質進步，反映出學生在面對困難題目時的應對態度有所轉變。

研究結果顯示，SEL 融入教學不僅未影響學科進度，反而透過降低情緒耗損，增強了學生在複雜推理過程中的心理韌性。根據相關理論，情緒調節能力的提升能減少焦慮對工作記憶的干擾 (Ashcraft & Moore, 2009)，使學生能投入更多認知資源於解題歷程，進而帶動非選擇題表現的提升。

(三) 雙軌並進架構具實務可行性與理論意義

本研究所採「雙軌並進」架構，並未將 SEL 視為課外活動，而是與數學問題解決策略交織進行。課堂觀察顯示，學生在語言使用、嘗試行為與小組互動中出現質性轉變。學生由「我不會」轉為「我還差一步」，顯示其情緒粒度與認知重建能力提升；由直接放棄轉為持續嘗試，反映控制感逐步重建。此種轉變與量化數據之焦慮下降相呼應。因此，本研究支持 SEL 與學科融合之觀點 (Cipriano et al., 2023)，並指出情緒支持與認知策略並非競爭關係，而是相互增強。

二、 對教學實務之建議

(一) 將情緒支持視為數學教學之基礎建設

教師可將情緒覺察與調節策略融入日常數學課堂，而非額外安排獨立課程。例如，在進行困難題型前引導學生預測可能出現之情緒，或在卡關時示範如何拆解問題與調整自我對話。此舉有助於學生將「錯誤」視為資訊來源，而非能力否定，逐步降低對高難度題型之恐懼。

(二) 從「對錯評價」轉向「推論品質」

若課堂評量僅聚焦答案正確與否，學生可能將錯誤等同於失敗。建議教師在評量中增加對解題歷程與思考品質之回饋，使學生理解推理過程的重要性。此種評量觀點轉變，有助於降低羞愧與焦慮，並促進成長型思維之建立。

(三) 在小組合作中培養人際與自我管理能力

SEL 核心能力之一為人際關係技巧(CASEL, 2023)。在數學討論中，教師可示範如何提出建設性回饋與傾聽他人觀點，使合作過程成為社會情緒能力實踐場域。

三、 研究限制與未來研究建議

(一) 研究限制

本研究存在若干限制，需在解讀結果時保持審慎態度。首先，樣本數規模偏小，可能降低統計檢定力，使部分變項僅呈現趨近顯著之結果，影響結論的穩健性。其次，本研究採取準實驗設計，未能進行完全隨機分派，潛在干擾變項可能影響因果推論。最後，測驗流失現象亦不可忽視，部分學生未完成後測，對樣本穩定性及資料完整性造成限制。因此，研究結果的外推性與一般化需謹慎解讀。

(二) 未來研究方向

基於上述限制，未來研究可考慮以下方向：首先，擴大樣本規模並延長課程介入時間，以提升統計分析之穩定性與檢定力。其次，可進一步探討不同學習成就層級學生對 SEL 介入的差異效果，揭示學生個體特性與介入成效之關聯。此外，結合效果量分析與縱貫研究設計，檢驗 SEL 對學生長期學習動機與情緒調節之持續影響。

綜合本研究結果，SEL 融入數學教學不僅有助於改善學生學習情意，更可能透過重建控制感與降低情緒耗損，提升其在高難度非選擇題中的持續解題能力。此發現挑戰了「情緒教育會占用學科時間」的假設，並顯示情緒支持與認知發展可在同一課堂中並行不悖。在高度重視學業成就的教育情境中，若能將 SEL 視為數學教學的結構性支持，而非附加元素，或許更有機會打破「高成就伴隨高焦慮」的困境，為學生建立兼具能力與韌性的學習經驗。

參考文獻

Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197–205. https://doi.org/10.1177/0734282908330580

Barrett, L. F. (2017). *How emotions are made: The secret life of the brain*. Houghton Mifflin Harcourt.

Beck, J. S. (2011). *Cognitive behavior therapy: Basics and beyond* (2nd ed.). Guilford Press.

CASEL. (2023). *What is the CASEL framework?* Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning. https://casel.org/fundamentals-of-sel/

Cannon, W. B. (1929). *Bodily changes in pain, hunger, fear and rage* (2nd ed.). Appleton-Century.

Cipriano, C., & Strambler, M. J. (2023). Integrating social and emotional learning with academic instruction: A framework for schoolwide implementation. *Educational Psychologist*, 58(2), 85–102.

Cook, T. D., & Campbell, D. T. (1979). *Quasi-experimentation: Design & analysis issues for field settings*. Houghton Mifflin.

Covington, M. V. (1984). The self-worth theory of achievement motivation: Findings and implications. *The elementary school journal*, 85(1), 5-20.

Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Random house.

Durlak, J. A., Weissberg, R. P., Dymnicki, A. B., Taylor, R. D., & Schellinger, K. B. (2011). The impact of enhancing students' social and emotional learning: A meta-

analysis of school-based universal interventions. *Child Development*, 82(1), 405–432. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01564.x

Ellis, A. (2001). *Overcoming destructive beliefs, feelings, and behaviors: New directions for rational emotive behavior therapy*. Prometheus Books.

Field, A. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (5th ed.). Sage.

Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of educational psychology*, 87(1), 18.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

OECD. (2019a). *PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/5f07c754-en

OECD. (2019b). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. OECD Publishing.

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review*, 18(4), 315–341. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9

Pekrun, R. (2024). Control-value theory: From achievement emotion to a general theory of human emotions. *Educational Psychology Review*, 36(3), 83.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.

Porges, S. W. (2001). The polyvagal theory: Phylogenetic substrates of a social nervous system. *International Journal of Psychophysiology*, 42(2), 123–146. https://doi.org/10.1016/S0167-8760(01)00162-3

Seligman, M. E. P. (1975). *Helplessness: On depression, development, and death*. W. H. Freeman.

Suárez-Pellicioni, M., Núñez-Peña, M. I., & Colomé, À. (2016). Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. *Cognitive, Affective & Behavioral Neuroscience*, 16(1), 3–22. https://doi.org/10.3758/s13415-015-0370-7

The Effects of Integrating Social and Emotional Learning (SEL) into Mathematics Instruction: A Quasi-Experimental Study on Junior High School Students' Affective Development and Problem-Solving Performance

Jeng-Shin Wu
Research Center for Curriculum and Instruction, National Academy for Educational Research

Abstract

This study examined the effects of integrating Social and Emotional Learning (SEL) into mathematics instruction on seventh-grade students' affective development and open-ended problem-solving performance. A quasi-experimental design was employed. The experimental group participated in a 12-week SEL-integrated mathematics program (two sessions per week), while the control group received regular instruction. Research instruments included a mathematics affective scale measuring interest, confidence, perceived value, and anxiety, and an open-ended mathematics assessment modeled after high-stakes examinations. Due to the small sample size, nonparametric statistical analyses were conducted. Results indicated that the experimental group demonstrated improvements in interest, confidence, and perceived value, along with a reduction in anxiety. The mean score on open-ended items increased from 0.29 to 1.17, and the median rose from 0 to 1. The blank response rate decreased from 14.3% to 8.3% in the experimental group, whereas it increased from 54.5% to 66.7% in the control group. Although some findings reached only marginal significance, the overall trends were consistent. Qualitative data further suggested enhanced emotional awareness and problem decomposition skills. The findings suggest that integrating SEL into mathematics instruction may improve students' emotional experiences and support sustained engagement in multi-step problem solving.

Keywords: Social and Emotional Learning, mathematics anxiety, problem solving

不同區域國小高年級學童在理財教育學習中的學習動機、學習態度與價值觀之差異性研究

林可茵 劉宣谷
臺北教育大學數學教育系研究生 yin880715@gmail.com
臺北教育大學數學教育系 hkliu@mail.ntue.edu.tw

摘要

本研究目的旨在探討不同區域國小高年級學童在理財教育學習中的學習動機、學習態度與價值觀之差異情形。為達成研究目的，研究者採取量化研究為主，質性資料為輔的混合研究法，並以國小高年級學生為研究對象。透過自編問卷蒐集理財教育中學習動機、學習態度、價值觀及理財知識等構面的資料後，以描述性統計、t 檢定等統計方法進行資料分析，藉此了解不同區域學生在相關變項上的差異性，同時輔以半結構式訪談資料補充量化分析結果。本研究期望能夠透過實證資料分析，進一步掌握不同區域高年級學生在理財教育學習上的差異與需求，並提出具體建議，作為教育行政機關與學校教師推動理財教育課程設計與教學實施之參考。

關鍵字：理財教育、學習動機、學習態度、價值觀、混合研究法

壹、緒論

一、研究背景與動機

近年來，隨著全球經濟與金融環境的快速變遷，理財素養逐漸被視為是現代公民的重要基礎能力之一。OECD（Organisation for Economic Co-operation and Development）長期倡議各國推動理財教育，並強調理財素養應自兒童時期即開始培養，以協助學生建立正確的金錢態度與理財行為。2012 年，PISA 首次將金融理財素養納入評量，更顯現出各國對於學生理財能力培養的重視。在我國教育政策方面，十二年國民基本教育課程綱要（108 課綱）強調素養導向學習，重視學生在生活情境中的應用能力，也使理財教育逐漸融入數學、社會及綜合活動等學習領域之中。

然而，研究者檢視相關研究後發現，目前理財教育領域的研究多以高中及大專學生為研究對象，針對國小學童的研究則相對有限，過去的研究也多著重於學業表現或是單一學科成就，較少探討在理財教育領域中學生的學習動機、學習態度與價值觀等情意面向，除此之外，雖然有許多文獻關注城鄉教育的差距，但對於不同區域學童在理財教育學習上的差異仍缺乏系統性的討論。

研究者在教學現場也進一步的觀察到，都市學童普遍具有較多與金錢相關的生活經驗，而部落學生則較缺乏，進而認為理財領域的學習並不是太必要，相關研究指出，學習動機是影響學生學習成效的重要因素（Pintrich & De Groot, 1990），而聯合國永續發展目標亦強調透過教育促進公平並減少不平等（United Nations, 2015）。因此，本研究以國小高年級學童為研究對象，探討都市與部落學生在理財教育學習中的學習動機、學習態度與理財價值觀之差異，以提供未來理財教育課程設計與教學實施之參考。

二、研究目的

依據上述研究背景與研究動機，並釐清不同區域國小高年級學童在理財教育學習中動機、態度與價值觀的差異，本研究設定以下研究目的。

（一）分析不同區域國小高年級學童在參與理財教育課程前後，其學習動機之變化情形。

（二）分析不同區域國小高年級學童在參與理財教育課程前後，其學習態度之變化情形。

（三）探討不同區域國小高年級學童在參與理財教育課程前後，其理財價值觀之變化情形。

（四）比較不同區域國小高年級學童在理財教育課程介入後之整體學習成效差異。

貳、文獻探討

一、理財教育的理論基礎與發展

（一）理財教育的定義與內涵

理財教育是培養個人理財素養的重要途徑，也是經濟教育的重要面向之一。經濟合作暨發展組織（OECD，2014）指出，理財教育係指個人透過資訊或專業指導，提升對金融產品與概念的理解，並發展相關技能與信心，使其能夠理解財務風險與機會，進而做出適當決策並改善個人財務福祉。此一定義說明，理財教育不僅只致力於傳遞金融知識，更重視個體在生活情境中運用理財知識進行判斷與決策的能力。

黃美筠於 2011 年的研究中亦指出，理財教育是協助個人運用理財知識管理金錢、進行財務分析，並培養解決財務問題與決策執行能力的過程。她強調，理財教育並非單一知識的傳授，而是一種跨學科的學習歷程，涵蓋三個層面：

1. 理財知識（Financial knowledge）：個人對理財概念的知識和理解。
2. 理財技能（Financial skills）：個人運用知識與概念實際解決問題的能力，例如：做決策和風險管理。
3. 理財態度（Financial attitudes）：個人對金錢管理所抱持的觀念與行為傾向，能以負責任的心態做出理財決策，同時兼顧倫理與社會關懷。

在理財教育課程發展的方面，國際間已有相關領域的教育架構。例如，美國 Jump$tart 聯盟提出 K–12 理財教育標準，強調財務決策、收入與職業、資金管理、信貸與債務、風險管理及儲蓄投資等學習領域。OECD 亦於 PISA 評量架構中提出理財素養的內容、歷程與情境三大面向。國內方面，金融監督管理委員會與教育部亦積極推動校園理財教育，並強調透過生活化與情境化的教學方式，引導學生建立正確的金錢觀與理財能力。

（二）我國理財教育在國民義務教育階段的發展現況

我國理財教育的推動可追溯至金融監督管理委員會推動之「金融知識普及計畫」，該計畫旨在透過教育傳遞正確的金融知識，提升全民理財素養與金融風險意識。近年來，金管會亦與教育部及地方政府合作，推動「高級中等以下學校金融教育融入教學精進推廣計畫」，並編製《金融基礎教育教師手冊》，鼓勵教師將理財概念融入數學、社會與生活等學科課程，以提升學生的理財知識與能力（金融監督管理委員會，2023）。

在學術研究方面，亦有許多研究關注理財教育在義務教育階段的實施成效。例如，李光苹（2019）發現理財教育活動能提升國小學童的金錢認知與儲蓄行為，王玲（2013）則指出理財教材融入課程後，學生在消費決策與信用概念理解上均有顯著成長。然而，也有部分研究指出，我國理財教育在課程中仍偏重於知識的傳授，缺乏系統化課程架構，且教師在教學時間、教材資源及課程壓

力等因素下，理財教育多以短期活動形式進行（黃美筠，2011；張妙鳳，2014）。

整體而言，我國理財教育已逐步由政策倡議邁向課程實踐，但在課程整合與教學支持方面仍有持續發展的空間。

二、學習動機與學習態度的理論與研究

（一）學習動機的理論基礎

學習動機係指能引發學生投入學習活動、維持學習歷程並促使行為朝向特定學習目標發展的內在心理歷程（張春興，2000）。在教育心理學領域中，學習動機的形成以需求層次理論、自我決定理論及期望價值理論最具代表性。

Maslow（1954）提出的需求層次理論指出，人類需求呈階層式發展，若生理、安全與歸屬等基本需求獲得滿足，個體較容易產生自我實現的學習動機。Deci 與 Ryan（2000）提出的自我決定理論則強調，學習動機與個體的三項基本心理需求密切相關，包括自主性、勝任感與關係感。當學習環境能滿足學生上述需求時，較能促進其內在動機並提升學習投入程度。Eccles 與 Wigfield（2000）提出的期望價值理論認為，學習動機取決於個體對任務成功的期望以及任務價值的評估。當學生相信自己能完成任務，並認為學習內容具有重要性或實用價值時，便會展現較高的學習動機。

（二）學習態度的理論基礎

學習態度係指學生在學習歷程中對學習內容所展現的認知、情意與行為傾向，對學習投入與學習成效具有重要影響（張春興，2000）。

在教育心理學中，Rosenberg 與 Hovland（1960）提出的態度三構面模型認為，態度由認知、情意與行為三個成分所組成。認知成分指個體對學習內容的知識與信念，情意成分則涉及學習過程中的情緒反應，而行為成分則表現在學習參與與行動傾向上。三者彼此互動，共同形塑學習者的整體學習態度。

Ajzen 與 Fishbein（1975）提出的理性行為理論指出，個體行為主要受到行為意圖所影響，而行為意圖則由行為態度與主觀規範所共同決定，顯示學生的學習態度亦會受到家庭、教師與同儕等社會因素的影響。Bandura（1977）提出的社會學習理論則進一步指出，個體的態度與行為會透過觀察與模仿重要他人而形成。此外，Petty 與 Cacioppo（1986）提出的推敲可能性模型認為，個體在接收訊息時，可能透過中央路徑或周邊路徑形成或改變其態度。

（三）學習動機與學習態度間的關係

在教育心理學領域中，學習動機與學習態度被視為影響學習歷程與學習成效的重要心理構念，兩者之間具有相互影響與相互強化的關係。張春興（2000）指出，學習動機反映學生面對學習目標時的努力意願與行為方向，而學習態度則呈現學生對學習內容所持的信念、情緒與行為傾向。相關研究指出，當學生

對學習內容抱持較正向的態度時，其學習動機與學習投入程度往往較高（Gardner & Smythe，1981、吳淑甄，2016）。

學習動機亦會透過正向學習經驗的累積逐漸形塑學生的學習態度（陳美伶，2019）。因此，學習動機與學習態度並非獨立運作，而是在學習歷程中形成相互影響的動態關係，此概念為本研究探討學童理財教育學習動機與學習態度差異的重要理論基礎。

三、理財價值觀的形成

（一）理財價值觀的概念與內涵

理財價值觀係指個體在面對金錢使用、資源分配與財務決策時所依循的核心信念與態度，是影響其理財行為的重要心理基礎。European Union 與 OECD（2023）於《Financial Competence Framework for Children and Youth in the European Union》中指出，金融素養包含知識與理解、技能與行為，以及態度與價值三個面向，其中「態度與價值」主要涉及個體對金錢的看法、儲蓄與消費態度、延宕滿足能力，以及是否能做出負責任的財務決策。相關研究亦指出，兒童在家庭與社會化歷程中會逐漸形成對金錢的價值判斷，並影響其儲蓄與消費行為（鍾志從，2003）。

在理財教育研究中，理財價值觀通常可分為三個主要面向：儲蓄價值觀、消費價值觀與財務責任價值觀（張瓊嬌等，2011）。其中，儲蓄價值觀強調延後享樂與長期財務規劃的重要性，消費價值觀涉及理性消費、區分需要與想要及避免衝動購物等判斷，財務責任價值觀則反映個體在金錢管理上的紀律與責任態度。上述三構面相互補充，共同形塑個體的理財價值觀，並影響其長期的財務行為模式。

參、研究設計與實施

一、研究設計

本研究採混合研究法（mixed methods），以量化研究為主，質性資料為輔，探討不同區域國小高年級學童在理財教育學習中的學習動機、學習態度與理財價值觀之差異情形。研究首先透過問卷調查蒐集量化資料，再輔以半結構式訪談蒐集質性資料，以補充與深化量化分析結果。

二、研究對象

本研究以國小高年級學生為研究對象，依區域類型區分為都市與部落兩類。都市樣本選自臺北市大安區公立國小學生，共 28 人，部落樣本則為原住民族部落地區國小學生，共 26 人，以比較不同區域學生在理財教育學習上的差異情形。

三、研究工具

本研究以自編問卷作為主要研究工具，依據相關文獻與理財教育課程內涵設計，內容包含學習動機、學習態度、理財價值觀與理財知識等構面，用以了解學生在理財教育學習中的心理與行為表現。問卷採 Likert 五點量表形式，依受試者對題項的認同程度進行填答。此外，為補充量化資料，本研究亦透過半結構式訪談蒐集學生對理財教育學習的經驗與想法，以增進研究結果的完整性與解釋力。

四、資料分析方式

本研究蒐集之量化資料以描述性統計及t檢定等統計方法進行分析，以了解不同區域學生在學習動機、學習態度與理財價值觀等變項上的差異情形，質性資料則透過內容分析方式進行整理與詮釋，以補充與深化量化研究結果。

肆、預期研究結果與討論

（一）不同區域學生在學習動機上的差異

依據教育現場觀察與相關研究推論，都市地區學生可能因生活環境與家庭資源較為多元，較常接觸與金錢管理相關的生活經驗，因此在理財教育課程中可能展現較高的學習動機與參與意願。相對而言，部分部落地區學生在日常生活中接觸理財概念的機會較少，其學習動機可能呈現不同的樣貌。此結果亦可能與學習動機理論中所強調的學習情境與個體經驗密切相關。

（二）不同區域學生在學習態度上的差異

在學習態度方面，研究者預期不同區域學生對理財教育課程可能呈現不同的情意與行為傾向。都市學生因較常接觸消費選擇與金錢使用的情境，對理財相關議題可能具有較高的認同感與興趣，進而形成較為正向的學習態度。另一方面，若部落學生在生活經驗中較少接觸相關議題，則可能需要透過更貼近生活情境的教學設計，協助學生建立對理財教育的理解與興趣，以提升其學習態度與課程參與度。

（三）不同區域學生在理財價值觀上的差異

本研究預期不同區域學生在儲蓄價值觀、消費價值觀與財務責任價值觀等面向可能呈現差異。都市學生可能較早接觸儲蓄規劃、消費選擇與金錢管理等概念，因此在理財決策與資源分配上可能具有較成熟的想法，而部落學生的理財價值觀則可能受到家庭文化與生活經驗的影響，呈現不同的價值取向。

（四）理財教育課程對學生學習的影響

綜合上述推論，理財教育課程若能結合生活情境與實際經驗，將有助於提升學生的學習動機、學習態度及理財價值觀。尤其在不同區域學生的學習背景與生活經驗可能存在差異的情況下，課程設計更應考量學生的生活情境與文化背景，透過情境化與體驗式教學方式，協助學生建立正確的金錢觀念與理財能力。未來研究完成後，將透過量化與質性資料分析，進一步驗證上述推論，並提出具體的教學建議。

伍、研究結論與建議

（一）研究結論

本研究旨在探討不同區域國小高年級學生在理財教育學習中的學習動機、學習態度與理財價值觀之差異情形。透過文獻分析與研究設計，本研究預期不同區域學生在理財教育學習上可能呈現不同的學習經驗與心理傾向。都市學生因生活環境與家庭資源較為多元，可能在學習動機與學習態度上展現較高的學習投入，而部落地區學生則可能受到生活經驗與文化背景的影響，在理財價值觀與學習態度上呈現不同樣貌。上述差異顯示，學生的理財學習經驗與其生活環境及社會文化脈絡密切相關。

（二）教學建議

基於本研究之探討結果，建議未來理財教育課程在設計與實施上，應更加重視學生生活經驗與學習背景的差異。教師可透過生活化情境與體驗式活動，引導學生理解金錢管理與資源運用的重要性，並培養其正確的理財價值觀。此外，在不同區域推動理財教育時，亦應考量學生的生活環境與文化背景，設計更具情境性與適切性的教學內容，以提升學生對理財議題的理解與學習動機。

陸、參考文獻

（一）中文部分

王玲（2013）。**金管會理財教育《個人理財-國中篇》教材融入社會領域公民科之行動研究**（未出版之碩士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。

中央研究院（2010）。**偏遠地區國民中小學教育資料建置與教育生態分析研究**。取自 https://srda.sinica.edu.tw/search/metadata/detail/E98047

李光苹（2019）。 **國小一年級學童理財教育活動方案學習成效之研究**（未出版之碩士論文）。中華大學，新竹市。

周玉秀（2015）。以 PISA 理財素養評量架構探究國內學童之理財教育。**國民教育，55(1)**，68-77。

金融監督管理委員會（2010）。**金融基礎教育教師手冊（國小篇）**。臺北市：金

融監督管理委員會。

金融監督管理委員會（2023）。**風險管理與保險教育推廣入口網**。取自 https://rm.ib.gov.tw/Pages/index.aspx

吳淑甄（2016）。**澎湖縣國小高年級學生學習動機、學習態度及學習成效關係之研究**（未出版之碩士論文）。國立臺南大學，臺南市。

張芳慈、陳淑瑜（2017）。國小高年級學生的學習適應與學習動機關係之試探性研究－以新竹市一所國小為例。**清華教育學報，34(1)**，105-161。取自 https://doi.org/10.3966/252190062017063401004

張妙鳳（2014）。**國小教師實施理財教育的融入教學方式與困擾因素之研究-以彰化縣為例**（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學，彰化縣。

張春興（2000）。**教育心理學－三化取向的理論與實踐**。臺北：東華。

張瓊嬌、杜佳錞、陳美伶、黃棠翌（2011）。理財知識、金錢態度與個人特質對消費者理財行為之影響。**萬能商學學報，16**，161-174。

陳美伶（2019）。**臺中市屯區公立國民小學六年級學童英語學習動機、學習態度及學習成效之相關研究**（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中市。

教育部（2014）。**十二年國民基本教育課程綱要總綱**。臺北市：教育部。

教育部（2022）。教**育統計專業培育、偏遠地區教育、實驗教育及在學率概況**。教育部統計處。取自 https://stats.moe.gov.tw/files/analysis/111professional.pdf

黃珮瑛（2007）。**國小學生對學校與民間視覺藝術課程學習態度之研究－以臺中縣清水鎮為例**（未出版之碩士論文）。國立新竹教育大學，新竹市。

黃美筠（2008）。理財教育融入中小學課程的必要性－由其重要性與課程內涵析論之。**公民訓育學報，19**，25-54。

黃美筠（2009）。理財教育融入中小學課程的教學策略。**臺灣教育，695**，14-23。

黃美筠（2011）。臺灣地區中小學理財教育課程綱要建構之研究。**公民訓育學報，21**，01-43。

黃劍華（2009）。**理財教育融入國小課程之策略與實施之研究**（未出版之博士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。

蔡靚霓（2016）。國小生人格特質與學習態度關係之探討—以桃園市為例（未出版之碩士論文）。中原大學，桃園市，

潘淑滿（2003）。**質的研究：理論與實務**。臺北：心靈工坊。

（二）英文部分

Ajzen, I. (1991). The theory of planned behavior. *Organizational Behavior and Human Decision Processes, 50*(2), 179-211. https://doi.org/10.1016/0749-5978(91)90020-T

Bandura, A. (1977). *Social learning theory*. Prentice-Hall.

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (3rd ed.). SAGE.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in*

human behavior. Springer.

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values, and goals. *Annual Review of Psychology, 53*(1), 109-132.

Gardner, R. C., & Smythe, P. C. (1981). On the development of the attitude/motivation test battery. *Canadian Modern Language Review, 37*(3), 510-525.

Jump$tart Coalition for Personal Financial Literacy.(2007). *National standards in K–12 personal finance education (3th ed.).* Washington, DC: Jump$tart Coalition.

Maslow, A. H. (1954). *Motivation and personality.* Harper & Row.

Organisation for Economic Co-operation and Development.(2005). *Improving financial literacy: Analysis of issues and policies.* OECD Publications.

Organisation for Economic Co-operation and Development.(2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publications.

Organisation for Economic Co-operation and Development.(2014). *PISA 2012 results: Students and money: Financial literacy skills for the 21st century (Volume VI)*. OECD Publications.

Organisation for Economic Co-operation and Development.(2017). *OECD/INFE toolkit for measuring financial literacy and financial inclusion*. OECD Publications.

Petty, R. E., & Cacioppo, J. T. (1986). *Communication and persuasion: Central and peripheral routes to attitude change.* Springer.

Pintrich, P. R., & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology, 82*(1), 33–40.

Tashakkori, A., & Teddlie, C. (2010). *SAGE handbook of mixed methods in social & behavioral research* (2nd ed.). SAGE.

United Nations. (2015). *Transforming our world: The 2030 Agenda for Sustainable Development*. United Nations. https://sdgs.un.org/2030agenda.

Rokeach, M. (1973). *The nature of human values.* Free Press.

Rosenberg, M. J., & Hovland, C. I. (1960). Cognitive, affective, and behavioral components of attitudes. In C. I. Hovland & M. J. Rosenberg (Eds.), *Attitude organization and change* (1-14). Yale University Press.

The Differences in Learning Motivation, Learning Attitudes, and Financial Values among Upper Elementary Students in Different Regions in Financial Literacy Education

Ke-Yin Lin Hsuan-Ku Liu
Department of Mathematics Education, National Taipei University
Department of Mathematics Education, National Taipei University

Abstract

The purpose of this research aims at exploring the differences in learning motivation, learning attitudes, and values toward financial education among upper-grade elementary school students from different regions. To achieve this objective, the researcher adopted a mixed-methods research approach, with quantitative research as the primary method and qualitative data as supplementary evidence.The participants of this study were upper-grade elementary school students. Data were collected through a self-developed questionnaire measuring students' learning motivation, learning attitudes, values, and financial knowledge related to financial education. Descriptive statistics and t-tests were employed to analyze the quantitative data in order to examine differences among students from different regions in the relevant variables. In addition, semi-structured interview data were used to complement and further interpret the quantitative findings. Through empirical data analysis, this study aims to gain a deeper understanding of regional differences and learning needs of upper-grade elementary school students in financial education and to propose practical suggestions as references for educational authorities and school teachers in designing and implementing financial education curricula and instruction.

Key words: financial education, learning motivation, learning attitude, values, elementary school students, mixed-methods

國小六年級學生於數學多元解題歷程中之思考特徵與情意面向研究

楊喬竹[1] 許慧玉[2]

[1]國立清華大學數理教育研究所 chiaochu0630@gmail.com

[2]國立清華大學數理教育研究所教授 huiyuhsu@mx.nthu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討國小六年級學生於數學多元解題歷程中所呈現之思考特徵與情意面向。研究採質性個案研究法，以新竹縣一所大型國小三位六年級學生為研究對象，透過多元解題任務與半結構式訪談蒐集資料，並以期望—價值理論與價值控制理論作為分析視角。研究結果顯示：(一)學生透過策略轉換歷程，展現控制感與正向自身價值評估，提升學習參與與學習動機；(二)多元解題能透過提升任務價值，影響學生學習興趣與態度，改變其解題行為；(三)控制評估差異影響學生之自我效能與情意反應，進而形塑其解題策略與參與程度。

綜合而言，學生於多元解題歷程中之思考與情意面向相互影響，並透過控制感與價值評估形塑其解題行為。本研究有助於深入探討對學生解題歷程之理解，並提供數學教學設計之參考。

關鍵字：多元解題、一題多解、數學情意、解題策略、質性研究

壹、緒論

一、研究背景與動機

近年數學教育逐漸關注學生在學習歷程中所展現之信念、態度與情緒等情意因素，研究指出此類非認知因素對學習行為與學習結果具有重要影響(Hannula et al., 2016)。TIMSS 與 PISA 等國際評量亦將學習態度與興趣納入評量範疇。然而，TIMSS 2023 結果顯示，臺灣學生雖在數學成就表現上位居國際前段，但其學習興趣卻低於國際平均，呈現「高成就、低興趣」的現象。

多元解題任務(multiple solution tasks)係指以不同方式解決同一數學問題之任務，能促進學生嘗試多元策略並展現不同思考(Leikin, 2013)。然在解題歷程中，學生可能因成功經驗持續嘗試，亦可能因挫折或認知負荷而中止(Sweller et al., 2011)。因此，本研究以多元解題情境為研究場域，探討國小六年級學生在解題歷程中思考特徵與情意面向之表現，及其交互影響。

二、研究目的

本研究旨在探討國小六年級學生於數學多元解題歷程中之思考特徵與情意面向，具體目的如下：

(一)探究國小六年級學童於多元解題歷程中所呈現之思考特徵與解題策略。

(二)探究國小六年級學童於多元解題歷程中所呈現之情意面向(學習興趣、學習態度、學習參與等)。

(三)分析學生之思考特徵與情意面向之間的關聯，及其對解題行為之影響。

貳、文獻探討

本研究旨在探討國小六年級學生於多元解題歷程中所呈現之思考特徵與情意面向，因此文獻探討聚焦於數學多元解題之意涵與功能，以及學生在學習歷程中所展現之情意面向，作為本研究分析之理論基礎。

一、數學多元解題

多元解題任務(multiple solution tasks)係指學生以不同方式解決同一數學問題之學習活動，此類任務有助於促進學生產生多樣化解題策略，並提升思考彈性與數學理解(Leikin, 2013)。在多元解題歷程中，學生不僅進行策略選擇與轉換，亦需持續評估解題方向之適切性，展現其數學思考歷程。

然而，學生在解題過程中可能因成功經驗而持續嘗試，亦可能因挫折或認知負荷而中止解題(Sweller et al., 2011)。因此，多元解題不僅涉及認知層面的策略運用，亦與學生之情意經驗密切相關。

二、學習之情意面向

學生在數學學習中的情意面向，包含其對任務的興趣、價值判斷、成功預期，以及解題歷程中的情緒經驗。期望—價值理論(Expectancy–Value Theory, EVT)指出，學生在學習活動中的投入程度，取決於其對成功可能性的預期及任務價值的主觀評估(Eccles, 1983；Eccles & Wigfield, 2002)。其中，任務價值包含內在價值、效用價值與達成價值等面向，會影響學生之學習動機與行為表現。價值控制理論(Control–Value Theory, CVT)則進一步說明，學生在學習歷程中所產生之情緒，來自其對任務控制感與價值評估之判斷，並會影響其學習投入與行為調整(Pekrun, 2006)。當學生感受到較高的控制感與任務價值時，較可能產生正向情緒並持續投入學習；反之，則可能降低參與程度或中止學習。

綜合而言，學生於數學解題歷程中之思考與情意面向並非獨立運作，而是透過控制感與價值評估相互影響，進而形塑其解題策略與行為表現。

參、研究方法

一、研究場域與對象

本研究以新竹縣一所大型學校為研究場域，研究對象為該校國小六年級學生共三人，其中 S1、S2 對數學具有興趣，S3 則不喜歡數學(見表 1)，且三位學

生平時學習數學之學習情形亦不同(見表 2)。

表 1 個案學生背景整理表

個案學生	性別	期中數學成績/數學名次	期末數學成績/數學名次	數學學習興趣
S1	男	97 / 2 (班平均=76.16)	100 / 1 (班平均=76.84)	喜歡
S2	男	96 / 3 (班平均=76.16)	100 / 1 (班平均=76.84)	喜歡
S3	女	97 / 2 (班平均=76.16)	100 / 1 (班平均=76.84)	不喜歡

表 2 個案學生學習情形整理表

個案學生	數學學習情形
S1	對於數學抱有高度興趣，上課時總是全程認真投入，並能夠回答正確老師的提問。寒假期間也會主動報名數學營隊，喜歡思考數學問題及數學的操作活動，但在口語表達前需要花較多時間思考。該生家長很放心他的學習，所以沒有特別要求其學業表現。
S2	習慣透過跳躍式的靈感思考，再主動建構自己的想法，喜歡探究不同的問題，對數學具有高度的興趣，課堂上多為聽覺型學習，不會完全專注於課程進度內容。此外，該生家長沒有要求其學習成就，完全任其自由發展與學習。
S3	不喜歡數學，但其家長認為讀書是重要的，很要求其各科學習成績，因此該生會聽從家長的要求，在家以做筆記、寫評量的方式預習課程。課堂上，該生有時會分心，個性較愛玩，但總是會完成師長及家人給予的所有學習任務。

二、研究方法

本研究採用質性研究取向(Patton, 2002)，強調在自然情境中蒐集資料，以理解研究對象之經驗與觀點，並以個案研究法作為主要研究設計，透過多元解題數學問題、半結構式訪談與觀察蒐集研究資料，以深入瞭解國小六年級學生於多元解題歷程中，所展現之情意反應、解題策略思考，及其互動情形。研究重點不在於結果之普遍推論，而在於對特定學習情境中，個案學生之解題歷程的細緻描繪與分析。

三、研究工具

研究工具為多元解題之數學問題，以及半結構式訪談問題，蒐集資料時，會請個案學生於紙本解題，並在解題後，進行半結構式口語訪談，並全程錄音，以做詳實的逐字稿紀錄，呈現個案學生解題思維與情意面向表達之完整性。

(一)多元解題數學問題

本研究為提供學生運用多元解題策略之機會，同時符合該年齡學生所具備之數學知識能力，因而參考六年級數學「雞兔同籠問題」，改編及設計為「電梯問題」，此題目具有多組解，期能增加學生思考廣度，題目內容如下述。

「電梯限重 500 公斤，如果大人的體重以 60 公斤來計算，小孩的體重以 30 公斤來計算。此時共有 10 人欲一起搭乘電梯，怎樣的組合不會超重？盡可能使用很多不同的方式解決這個問題。」

(二)半結構式訪談大綱

本研究參考張玟榤(2022)之數學思考脈絡題目表及情意問卷，採用半結構式訪談方式，依循前述研究目的之主軸，擬定訪談大綱(見表 3)，作為資料蒐集與想法分析之依據。

表 3 半結構式訪談問題

時機	訪談問題敘述
解題前	1.數學對你來說有什麼意義？數學會帶給你什麼感受或心情？ 2.你覺得你的數學能力好嗎？
第一次解題後	1.說說看你是怎麼算的？ 2.你是怎麼想出這個解題方法的？ 3.你是怎麼判斷自己的解法是不是正確的？
卡關時	1.想不到方法的當下有什麼心情呢？ 2.「想不到」會讓你(更)不喜歡數學嗎？
多元解題後	1.思考了多種不同的方法，你對數學的喜歡有改變嗎？為什麼？ 2.你對數學有什麼不同的想法和感受嗎？為什麼？

肆、研究結果與分析

一、個案學生在解題時的思考特徵

本節分為「個案學生的解題策略」、「個案學生解題時關注的數學面向」分項統整與討論。

(一)個案學生的解題策略

本研究依據學生解題之策略表現，採歸納方式進行歸類，建構其解題策略類型。策略名稱係由研究者依據學生書寫的解題表現，與半結構式訪談時表達的思考特徵進行命名，見表 4。

表 4 個案學生之解題策略表

解題策略	解題步驟	運用的學生
系統性列舉策略	1.計算各組合之總重量，檢視是否超過限重。 2.將其他的組合也都計算出來。	S2、S3
剩餘量回推策略	1.以限重 500 扣除大人和小孩的體重，檢視有無多餘的重量。 2.依序寫出其他可能組合並進行檢驗。	S1、S2
表格化列舉策略	1.以表格的方式計算出每一種組合的總重量。 2.與限重 500 公斤比較。	S2
差量調整策略	1.計算大人和小孩的體重差為 30 公斤。	S1

	2.算出 10 個都是大人的組合。 3.將 10 大逐步減 30 公斤，算出其他組合。	
極值推估策略	1.用限重除以大人或小孩的體重，算出最多可容納的大人或小孩人數。 2.依序計算出其他組合。	S1、S3
結構分組補足策略	1.算大人加小孩共有幾組，再補上不足的人數。 2.計算剩餘遺漏的組合。	S3
逐步調整列舉策略	1.寫出所有大人和小孩的組合。 2.計算出總重量，進行檢驗。	S1

表 5 個案學生之解題策略數量記錄表

個案學生	S1	S2	S3
解題策略數量(題)	4	3	3

藉由表 4 及表 5，顯示三位個案學生均具有能力與意願嘗試及思考多種解題策略。其中，S1 運用的解題策略較為多元，S2 能靈活運思，運用不同表徵嘗試解題，S3 則能依據題意，以較基礎的策略作答，此現象可做為後續與學習興趣、學習動機等情意面向對照之探討依據。

(二)個案學生解題時關注的數學面向

透過半結構式訪談發現，學生在開始解題或開始思考不同解法時，會關注於不同的數學條件或事項，期望由表 6 的彙整，可作為探討「當學生解題時關注的面向較多或較深入，是否會對其控制評估、學習態度、學習參與意願、學習動機產生影響」之依據。

表 6 個案學生之解題關注點歷程表

學生	解題關注點的發展歷程(依時間先後)	對應的訪談資料、算式或解題表現
S1	1.關注「題目條件的關係」。	S1：想說先把數字減減看，看一下能不能算出來。 S1：一個大人可以換成兩個小孩，這樣會比較好算。
	2.關注「極限值」。	S1：全部都大人的話，可以有 8 個人。 最多 8 個大人。(500 ÷ 60 = 8…20)
S2	1.關注題目的「條件」。	S2：我從 10 個人開始想可能有幾個大人和小孩，再計算會不會超重。
	2.關注「第一種解題方法」，思考不同的呈現方式。	S2：我所有的算式都跟第一個算式有關(指策略 1)。
S3	關注題目的「條件」。	S3：因為題目有說體重，也有限制要 10 個人跟限重，所以看就知道怎麼算了。可以用小孩開始算，所

	以我覺得也可以用大人開始算。 T：那你是怎麼想到可以從大人開始算這個方法的？是關注了什麼事情嗎？ S3：我再看一次題目後想到的。	

表 6 顯示，3 位個案學生在多元解題初期，主要先關注到題目的條件，S1、S2、S3 的關注點數量依序為 2 個、2 個、1 個。其中，S1 著重於兩條件之間的關係、總重量的關係(指上述極限值)，其思考層次較另外兩位個案學生高。

二、個案學生在解題歷程中的情意面向

(一)個案學生於多元解題之學習興趣

研究者於半結構式訪談時，藉由「在解題的過程中，你有什麼感受或心情嗎？」、「經過了多種策略的解題，你對數學的意義有改變嗎？」「經歷了多種策略的解題，你還喜歡數學嗎？是否有改變？(為什麼？)」等提問，以探討個案學生於多元解題之學習興趣及學習動機，並進一步討論「多元解題是否會增加或減少個案學生之數學學習興趣，進而影響學習動機」，整理見表 7。

表 7 個案學生解題時之學習興趣

學生	面向	個案學生的想法	解題前後有無改變
S1	感受/心情	1.(解題時)很開心。 2.因為數字慢慢地變換了，我覺得(這一題)很有趣。	○：比原本開心。
	數學的意義	可以學到新知識，就可以解題。	×
	對數學的喜好	還是喜歡數學，因為數學會有新奇的感覺、完成了會有成就感，會帶來快樂。	○：學到新方法，覺得很新奇。
S2	感受/心情	很平淡，因為我在思考。	○
	數學的意義	可以算錢、做研究找新的算法。	×
	對數學的喜好	還是喜歡數學、找新的算法很好玩。	○：更喜歡數學。
S3	感受/心情	1.很簡單，因為看完題目就想到(怎麼算)。 2.在解題時沒有什麼心情，因為就是跟平常練習一樣解題。 3.數學可以有很多不同的方法。 4.認為還有不同的算法，但是不願意繼續算。	×
	數學的意義	原本：計算的東西、記錄數量。 解題後：數學可以有很多不同的方	○：由多元解題豐富對數學的看法。

	法，我覺得它可以當作一個標準，去衡量一些東西，例如：減肥就會看要減幾公斤、電梯有限重。	
對數學的喜好	(解題後)還是不喜歡數學，但也沒有更不喜歡數學。	×

多元解題後，透過半結構式訪談，S1 表示「有新奇的感覺」，並表達了至少 3 次開心或有趣，及 S2 表示：「找新的算法很好玩」，由此可知，經歷了多元解題後，原本喜歡數學的個案學生變得更喜歡數學。

另一方面，研究者原本預期不喜歡數學的學生可能會因為繁瑣的多元解題活動，而變得更加排斥數學。卻由 S2 的回答「沒有更不喜歡數學」瞭解到，經歷了多元解題後，原本不喜歡數學的個案學生，也沒有因此更不喜歡數學。

(二)個案學生於多元解題之控制評估

透過多元解題與半結構式訪談，本研究以「你怎麼判斷你用這個方法解題是正確的？而不是其他方法？」之提問，蒐集個案學生在解題前後控制評估之特徵，包含價值評估、自我效能感、結果預期、成敗的歸因等面向，進行整理與討論。為了保留個案學生控制評估之完整性，以下分別探討三人之訪談歷程。

驗證正確性時，S1 提出「可以把算式推回去」，並於旁邊的空白處驗證，過程中發現「480 如果再加一個小孩，就會超重了」，因此驗證自己的算法是正確的，更表示「沒有(遇到困難)」、「(過程中)覺得挺開心的」，顯示其對於數學解題具學習參與意願，並展現一定程度之自我效能感，推測其學習動機可能來自內在興趣。

S2 以表格作為解題工具時，放聲思考「第二個方法想以表格」，完成表格後主動指出「我發現了我的錯誤，我想好了新的要怎麼畫，新的需要 4 個(指直行)」，顯示其在解題過程中，會同時評估正確性與策略調整，展現其學習參與之積極性與自我監控能力。此外，S2 在表達解題意願時提到「題目寫盡可能用很多的數學解題方式解題。題目告訴我的話，基本上都是要寫的」及「(第二種策略)因為都是跟第一種算式一樣，所以是對的」，顯示其具依循題意作答之傾向。此外，S2 在解題後表示自身數學能力「蠻好的，因為基本上都對的」，顯示其對自身解題能力具有一定程度之自我效能感，且此信念主要建立於成功經驗之累積。

S3 平時習慣答題後對照解答。起初其認為自己沒有算出所有的組合，且在研究者 2 次轉換問法後，仍表示其算式有遺漏；直到第三次請其思考後以算式說明原因時，才改變觀點，並提出兩項原因：「因為我已經算出來它大人的量，已經超過了它的承載量，所以我覺得之後的可能就不會有了」以及「看人數，小孩都是一個一個的，有規律，所以我覺得有找出所有的可能」。此外，研究者在解題前後分別提問其數學能力之自我評估，S3 起初回答「好。我之前都有在寫超過我本來年級在寫的東西」；然而於解題後卻在停頓思考了 4 秒之

後，改為「不好，因為我覺得這種題目比較簡單。」

綜合其敘述顯示，S3 其實具備一定的數學能力與問題掌控能力，然而其控制評估相對保守，習慣性先作否定自身表現，需要透過足夠支持自己能力的理由或證據，方能調整自我效能感之判斷。

整體而言，不同學生在控制評估歷程中呈現出差異性，包含自我效能判斷、策略調整能力與正確性驗證方式之不同，顯示其在解題歷程中之思考與情意交互作用具有之個別差異。

伍、研究討論

本研究分析國小六年級學生於多元解題歷程中的表現，結果如下：

一、學生透過策略轉換歷程，展現控制感與正向自身價值評估，提升學習參與與學習動機

個案學生在多元解題情境中，能從既有經驗出發，透過不同解題關注點進行策略轉換，逐步修正解題方式，顯示其對解題具一定程度之控制感與評估能力，並能持續調整思考方向。同時，學生在解題過程中感受到新奇與挑戰，反映其對任務具有正向學習興趣與內在價值。

在情意表現上，學生因策略調整與參與經驗，展現良好學習參與與動機，並促進其持續嘗試不同解法。依據價值控制理論，此種「高控制 × 高價值」狀態，有助於引發愉悅、喜歡等正向情緒並促進持續投入。

二、多元解題能透過提升任務價值，影響學生學習興趣與態度，改變其解題行為

研究發現，多元解題任務提供學生探索不同方法的機會，使其感受解題多樣性，進而提升任務價值評估。對原本具學習興趣之學生而言，可進一步強化其興趣與態度；對興趣較低之學生，亦未增加負向情緒，顯示多元解題具引發學習興趣之潛力。

在思考表現上，當學生認為任務具有價值時，較願意持續嘗試不同策略，展現較高之策略探索與思考投入。此結果顯示，學習興趣與態度會影響策略探索與思考深度，亦呼應期望—價值理論之觀點。

三、控制評估差異影響學生之自我效能與情意反應，進而形塑其解題策略與參與程度

不同學生在解題歷程中的控制評估呈現差異，包含自我效能判斷、正確性驗證方式與策略調整方式。部分學生透過驗證與反思確認解題正確性，展現較高自我效能與控制感，並持續投入解題；亦有學生需透過外在證據建立信心。

此外，部分學生傾向依循題意或以觀察方式判斷正確性，顯示其控制評估較偏向結果導向，進而影響其學習態度與參與程度。此現象符合價值控制理論，當控制感較高時，較易產生正向情緒並持續參與；反之，則可能降低投入。

綜合而言，學生之思考與情意面向於多元解題歷程中呈現交互影響，並共

同形塑其解題行為。

參考文獻

Eccles, J. S. (1983). Expectancies, values, and academic behaviors. In J. T. Spence (Ed.), *Achievement and achievement motivation* (pp. 75–146). W. H. Freeman.

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values, and goals. *Annual Review of Psychology, 53*, 109–132.

Goldin, G. A., & Hannula, M. S. (2016). *Attitudes, beliefs, motivation and identity in mathematics education: An overview of the field and future directions*. Springer.

International Association for the Evaluation of Educational Achievement. (2024). *TIMSS 2023 international results in mathematics*.

Leikin, R. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM–Mathematics Education, 45*(2), 183–197.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Sage Publications.

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review, 18*(4), 315–341.

Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. Springer.

張玟榤(2022)。臺灣四年級、八年級學生數學解題表現與情意面向之研究(未出版之碩士論文)。國立清華大學數理教育研究所。

A Study of the Cognitive and Affective Aspects of Sixth-Grade Students in Multiple-Solution A Study of the Cognitive Characteristics and Affective Aspects of Sixth-Grade Students in Multiple-Solution Mathematical Problem-Solving Processes

Chiao-Chu Yang[1], Hui-Yu Hsu[2]
[1] Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University
[2] Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University

Abstract

This study aimed to explore the cognitive characteristics and affective aspects of sixth-grade students during multiple-solution mathematical problem-solving processes. A qualitative case study approach was adopted, with three sixth-grade students from a large elementary school in Hsinchu County as participants. Data were collected through multiple-solution tasks and semi-structured interviews, and analyzed using Expectancy–Value Theory and Control–Value Theory as analytical frameworks.

The findings revealed that: (1) through processes of strategy shifting, students developed a sense of control and positive self-value appraisal, which enhanced their learning engagement and motivation; (2) multiple-solution tasks influenced students' interest and attitudes by increasing task value, thereby altering their problem-solving behaviors; and (3) differences in control appraisal affected students' self-efficacy and affective responses, which in turn shaped their problem-solving strategies and levels of participation.

Overall, students' cognitive and affective aspects interacted dynamically during the multiple-solution problem-solving process, and their problem-solving behaviors were shaped by their sense of control and value appraisals. The findings contribute to a deeper understanding of students' problem-solving processes and provide implications for the design of mathematics instruction.

Keywords: multiple-solution problem solving, multiple solution tasks, mathematical affect, problem-solving strategies, qualitative research

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(2) 人工智慧與數學教育

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

探討國小師資生數學焦慮、數學態度與數學教學信念之研究

陳映君[1]　蘇柏鑫[2]

[1]國立臺中教育大學數學教育學系 bma113106@gm.ntcu.edu.tw

[2]國立臺中教育大學數學教育學系 cliffgby@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討國小師資生數學焦慮、數學態度與數學教學信念之現況，並分析不同背景變項之差異，進而預測數學焦慮與態度對教學信念之影響。本研究採問卷調查法，以 78 位國立臺中教育大學之國小師資生為研究對象，使用數學焦慮五點量表、數學態度五點量表及數學教學信念五點量表進行施測。研究結果發現：(一)國小師資生具有高度的數學教學信念，但仍存有中等程度之數學焦慮。(二)女性師資生與非數學相關科系背景者，其數學焦慮感顯著較高；此外，數學相關科系師資生在數學態度上顯著優於非相關科系者。(三)數學焦慮與數學態度呈顯著負相關，數學態度與數學教學信念則呈顯著正相關。(四)數學態度對數學教學信念具有強大的正向預測力；然在控制數學態度變項後，數學焦慮對數學教學信念之預測力未達顯著。本研究根據結果建議數學相關課程應著重於建立正向數學態度，以強化師資生未來投入數學教學之信念。

關鍵字：國小師資生、數學焦慮、數學態度、數學教學信念

壹、緒論

一、研究動機

國小師資生背景多元，過往經驗差異常使其在師資培育階段產生顯著的心理落差。研究指出，數學焦慮（mathematical anxiety）會增加認知負荷，進而干擾學習成效並影響未來的教學取向(Ashcraft, 2002)。師資生若缺乏數學自信或曾遭遇挫折，易誘發高度焦慮，削弱其教學信心(Bekdemir, 2010)。儘管教學法課程能有所改善，但焦慮對教學信念之具體影響機制仍待釐清(Burleigh, 2019)。

然而，國內外研究多聚焦於一般學生，較少針對師資生同時探討「數學焦慮」、「數學態度」與「數學教學信念」之整合關係。在臺灣師資培育情境下的實證研究尤為有限。據此，本研究旨在釐清上述變項之關聯性，以期為師資培育課程設計與學生支持系統提供實務建議。

二、研究目的

基於上述研究動機，本研究之研究目的為:

1.探討國小師資生在數學焦慮、數學態度與數學教學信念之整體現況。
2.比較不同背景變項（性別、科系、年級）在上述變項間之差異情形。
3.釐清國小師資生數學焦慮、數學態度與數學教學信念三者間之相互關係。
4.分析國小師資生之數學焦慮與數學態度對數學教學信念之預測效果。

貳、文獻探討

一、數學焦慮之內涵、成因與國小師資生現況

數學焦慮（Mathematics Anxiety）係指個體面對數學情境時，因心理與生理交互

作用產生的緊張與恐懼感。此負向經驗包含情緒性抗拒與表現不確定性（Wigfield & Meece, 1988），且多源於過往負面經驗與評量壓力，進而導致個體產生逃避行為（Geist, 2010）。研究指出，焦慮引發的心理壓力會干擾認知思考，顯著降低解題效率（Beilock & Maloney, 2015）。

Cemen(1987)提出多重因素觀點，認為內在特質（如自信心不足）與外在環境（如教師互動、考試要求）共同決定焦慮強度。若教師自身對數學產生畏懼或退縮，該情緒可能在教學中無意識地傳遞給學生（Bursal & Paznokas, 2006），並使學生建立威脅性的情緒連結（Sokolowski & Ansari, 2017）。若師資生早期的負向學習經驗未經適當調節，將進一步削弱其教學投入與效能感受（Bekdemir, 2010）。

綜上，本研究將數學焦慮界定為個體面臨數學挑戰時，因自我評估與情緒交互作用所引發之不安反應。探討此族群之焦慮情形，實為提升教學品質與營造正向教室氛圍之關鍵基礎。

二、數學態度之內涵與師資生角色

數學態度（Mathematics Attitude）係指個體對數學之情感感受、行為傾向與認知評價之綜合心理傾向（Akin & Kurbanoglu, 2011）。其內涵涵蓋對數學之喜好、參與意願、能力信心及價值認知，並直接決定學習投入與表現（Soni & Kumari, 2015）。

在心理機制上，自我效能感與數學焦慮為形塑態度之關鍵：高自我效能感者傾向發展積極態度，而高度焦慮者則易產生排斥與逃避之負向態度（Akin & Kurbanoglu, 2011）。正向態度有助於師資生建立教學自信，並強化教學策略之實踐意願（Jacobs & Durandt, 2016）。教師之數學態度會形塑課室學習氛圍，進而潛移默化影響學生之學習動機與成效。因此，本研究將數學態度界定為個體面對數學挑戰時，由情緒、行為與價值觀交織而成之心理反應。探討師資生對數學之感受與評價，實為優化教學品質之核心議題。

三、數學教學信念之內涵與形塑因素

數學教學信念(Mathematics Teaching Beliefs)係指教師對數學本質、學習邏輯及教學角色之深層心理理解（Philipp, 2007），為結合個人態度、知識與教學預期之心理結構，其影響力往往更甚於學科專業知識，成為教師教學決策與互動風格之內在框架（Mapolelo & Akinsola, 2015）。因此，本研究將數學教學信念界定為教師對數學學習方式與教學取向之整體理解，其形塑了課堂實踐基調，並影響對學生學習歷程之期待。

國小師資生透過長期「學徒式觀察」內化教學想像，影響日後之教學原則（Handal, 2003）。研究發現，多數師資生傾向複製傳統「講授—聽從」模式，且普遍重視演算步驟與正確性，而非學生之思考歷程（Pourdavood & Liu, 2017; Santagata & Mohr, 2018），此傾向多源於早期作為學生時之情緒記憶。理解其教學信念具備預測未來教學行為之價值，亦可作為師培課程介入之實證依據。

四、變項間之關係

綜合上述文獻可知，數學焦慮與數學態度皆可能影響個體對數學學習與教學的認知與情意表現，而教學信念則是教師教學行為的重要心理基礎。然而，現有研究較少同時探討國小師資生之數學焦慮、數學態度與數學教學信念三者之間的關聯。因此，本研究建構研究架構，探討上述變項之關係及其預測效果。

參、研究方法

一、研究架構

本研究架構如圖 1 所示。主要探討背景變項在各變項之差異情形，並進一步分析數學焦慮、數學態度對數學教學信念之預測影響。

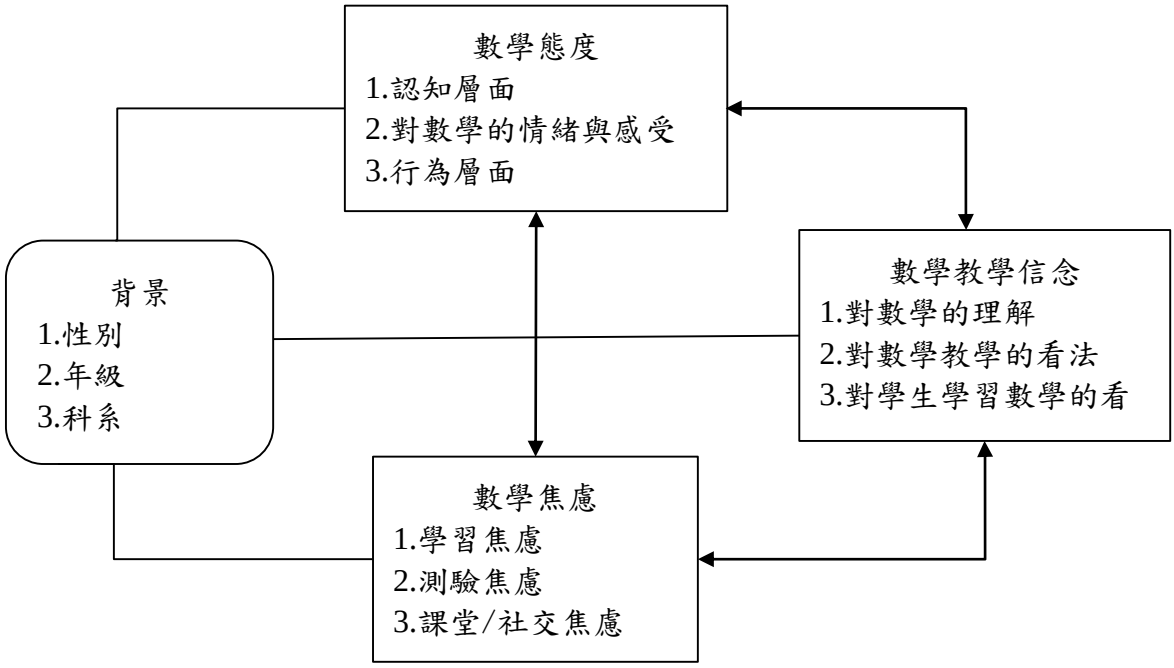


圖 1 研究架構圖

二、研究對象

本研究以國立臺中教育大學具備國小師資生資格之學生為研究母群體。分為預試樣本與正式樣本兩階段實施，採取便利抽樣(Convenience Sampling)，透過通訊軟體等管道發放網路問卷。為確保受試者符合研究對象之定義，研究者於網路問卷首頁說明研究目的與對象限制，並設置知情同意選項；填答者須確認具備國小師資生身分並點選同意後，方能開始填寫正式題項。

本研究首先進行預試，目的為進行項目分析與信度檢核。研究者於 2026 年 2 月初，透過通訊軟體等管道邀請具備國小師資生資格之學生參與預試，共計發出 32 份問卷，有效問卷 30 份，有效率為 93.7%。

三、研究工具

（一)基本資料: 性別、年級、科系（數學相關科系、非數學相關科系）。

（二)數學焦慮量表:參考洪秀珍、謝臥龍、駱慧文(2015)之數學焦慮量表，並依照現況需求適度進行題目增刪與語句修訂，以符合國小師資生之背景脈絡。

本量表共計 18 題，包含下列三個構面:

1.學習焦慮：指受試者在平時練習數學、閱讀數學教材或處理數學邏輯問題時，所產生的不安感。

2.測驗焦慮：指受試者在面對數學評量、小考或正式考試前，對成績表現產生的焦慮反應。

3.課堂/社交焦慮：指受試者在數學課堂中被提問、在黑板演示解題，或與他人討論數學問題時產生的社交壓力。

採李克特(Likert)五點尺度計分，得分越高，代表受試者的數學焦慮程度越高。為確保量表之信度與題項品質，本研究先進行預試，針對預試樣本進行項目分析，本研究之「數學焦慮量表」無鑑別度不佳之題項，進一步以 Cronbach's α 係數檢核其信度，信度分析結果如表 1。

表 1 **數學焦慮量表各分構面與總量表之信度分析摘要表**

構面	題號	題數	Cronbach's α
學習焦慮	1,2,3,4,5,6	6	.910
測驗焦慮	7,8,9,10,11,12	6	.924
課堂/社交焦慮	13,14,15,16,17,18	6	.910
全量表	1 至 18	18	.960

(三)數學態度量表:參考 Segarra 與 Julià(2022)之數學態度量表，並依照現況需求適度進行題目增刪與語句修訂，以符合國小師資生之背景脈絡。

本量表共計 15 題，包含下列三個構面:

1.認知層面：指受試者對數學價值的理性判斷、重要性的認知。

2.對數學的情緒與感受：指受試者對數學的喜好、興趣等。

3.行為層面：指受試者在學習數學時的具體表現、努力程度，以及面對數學任務時的行動傾向。

採李克特(Likert)五點尺度計分，得分越高，代表受試者對數學的態度愈趨向正向積極。本研究針對預試樣本進行項目分析，本研究之「數學態度量表」已刪除鑑別度不佳之題項後，進一步以 Cronbach's α 係數檢核其信度，信度分析結果如表 2。

表 2 **數學態度量表各分構面與總量表之信度分析摘要表「15 題」**

構面	正式題號	題數	Cronbach's α
認知層面	1,2,3,4,5	5	.772
對數學的情緒與感受	6,7,8,9,10,11	6	.794
行為層面	12,13,14,15	4	.800
全量表	1 至 15	15	.882

(四)數學教學信念量表: 參考鄭淵全、蔡雅茹(2011) 之「教師教學信念量表」為基礎框架。研究者衡諸數學學科之特殊性，將原量表之「教師角色」與「學生學習」構面，適度修改為「對數學的理解」、「對數學教學的看法」及「對學生學習數學的看法」三個構面，以更精確地測量國小師資生在數學領域之教學信念。

本量表共計 16 題，包含下列三個構面:

1.對數學的理解：指受試者對數學知識本質的信念。

2.對數學教學的看法：指受試者在數學課堂中的教學引導與策略偏好。

3.對學生學習數學的看法：指受試者認為學生應如何習得數學概念、如何學習數學。

採李克特(Likert)五點尺度計分，得分越高，代表受試者之數學教學信念愈趨向正向。換言之，得分越高者，其數學教學信念愈傾向「以學生為中心」的建構取向，而非傳統的知識灌輸。

本研究針對預試樣本進行項目分析，本研究之「數學教學信念量表」刪除鑑別度不佳之題項後，進一步以 Cronbach's α 係數檢核其信度，信度分析結果如表 3。

表 3 **數學教學信念量表各分構面與總量表之信度分析摘要表「16 題」**

構面	正式題號	題數	Cronbach's α
對數學的理解	1,2,3,4,5	5	.722
對數學教學的看法	6,7,8,9,10,11	6	.721
對學生學習數學的看法	12,13,14,15,16	5	.603
全量表	1 至 16	16	.789

四、資料處理與分析

本研究回收之有效問卷採 SPSS 12.0 統計軟體進行分析，顯著水準設定 α 值為 .05。具體分析方法說明如下：

(一)預試樣本統計分析

透過項目分析(獨立樣本 t 檢定及題項與總分相關)篩選具鑑別度之題項；

並以 Cronbach's α 係數進行信度檢定，以確保量表具備良好之內部一致性。

(二)正式樣本統計分析

1.描述統計：計算平均數與標準差，以瞭解國小師資生在數學焦慮、數學態度及數學教學信念之現況。

2.差異檢定：採獨立樣本 t 檢定比較不同「性別」與「科系背景」之師資生差異；並透過單因子變異數分析檢驗不同「年級」間的得分差異，若達顯著水準，則採 Scheffé 法進行事後比較。

3.相關與預測分析：利用 Pearson 積差相關探討數學焦慮、數學態度與數學教學信念之關聯性；最後採多元迴歸分析，評估數學焦慮與數學態度對數學教學信念之預測力。

肆、研究結果與討論

一、結果

(一)國小師資生在數學焦慮、數學態度與數學教學信念之整體現況與信度分析

在信度方面，數學焦慮、數學態度及數學教學信念量表之 Cronbach's α 係數分別為 .921、.923 及 .835，顯示各量表整體具有可接受之內部一致性。在現況分布方面，國小師資生之「數學教學信念」得分最高(M=4.11, SD=0.40)，顯示師資生對數學教學持有高度認同與正向信念(以學生為中心)；其次為「數學態度」(M=3.56, SD=0.72)，呈現中等偏正向之趨勢；而「數學焦慮」平均數則為 3.22(SD=0.75)，顯示師資生在數學學習或教學情境中，仍存有中等程度之焦慮感，如表 4。

表 4 **各量表之信度與現況分析表**(N=78)

變項名稱	題數	Cronbach's α	平均數 M	標準差 SD
數學焦慮	18	.921	3.22	0.75
數學態度	15	.923	3.56	0.72
數學教學信念	16	.835	4.11	0.40

(二)不同「性別」的國小師資生在數學焦慮、數學態度及數學教學信念之差異情形

本研究採用獨立樣本t檢定探討不同性別之國小師資生在數學焦慮、數學態度與數學教學信念之差異情形，分析結果如表 5 所示。在**數學焦慮**方面，研究發現**不同性別**之國小師資生**達顯著差異**(t = -3.36, p < .001)。經由平均數比較可知，女性師資生之數學焦慮(M=3.34)顯著高於男性師資生(M=2.61)。此結果與 Bekdemir(2010)的研究相似，顯示女性學生在面對數學情境時較容易產生焦慮感。

而在數學態度(t = 1.04, p > .05）與數學教學信念（t = -0.05, p > .05）方面，不同性別之師資生則均未達統計上之顯著差異。

表 5 **不同性別的國小師資生在各量表之差異分析**(N=78)

量表名稱	性別	人數	平均數	標準差	t 值	p 值	結論
數學焦慮	男	13	2.61	0.64	-3.36***	.001	**有顯著差異**
	女	65	3.34	0.71			
數學態度	男	13	3.75	0.86	1.04	. 302	無顯著差異
	女	65	3.52	0.68			
數學教學信念	男	13	4.10	0.57	-0.05	. 964	無顯著差異
	女	65	4.11	0.36			

註： *p < .05 **p < .01 ***p < .001

(三)不同「科系背景」（數學相關科系與非數學相關科系）的國小師資生在數學焦慮、數學態度及數學教學信念之差異情形

經獨立樣本 t 檢定分析(如表 6)，研究發現不同科系背景之國小師資生在**數學焦慮**與**數學態度**上**均達顯著差異**。

在數學焦慮方面，非數學相關科系師資生(M=3.32)顯著高於數學相關科系師資生(M=2.70, t=-2.83, p<.01)。在數學態度方面亦達顯著差異(t=2.98, p<.01)，數學相關科系師資生之態度(M=4.08)較非數學相關科系(M=3.46)正向。而在數學教學信念方面，兩類科系背景之師資生則未達統計顯著差異(t=1.45, p>.05)。

表 6 **不同科系背景的國小師資生在各量表之差異分析**(N=78)

量表名稱	科系	人數	平均數	標準差	t 值	p 值	結論
數學焦慮	數學相關	13	2.70	0.66	-2.83**	.006	**顯著**
	非數學相關	65	3.32	0.73			
數學態度	數學相關	13	4.08	0.68	2.98**	.004	**顯著**
	非數學相關	65	3.46	0.68			
數學教學信念	數學相關	13	4.26	0.50	1.45	.151	無顯著
	非數學相關	65	4.08	0.37			

註： *p < .05 **p < .01 ***p < .001

(四)不同「年級」的國小師資生在數學焦慮、數學態度及數學教學信念之差異情形

經單因子變異數分析結果顯示，不同年級之國小師資生在數學焦慮(F = .568, p > .05)、數學態度 (F = .814, p > .05)及數學教學信念(F = .237, p > .05)上均未達統計顯著差異。這顯示年級高低並非影響師資生數學心理變項之關鍵因素。

(五)國小師資生之數學焦慮、數學態度與數學教學信念三者間之相互關係

經皮爾森相關分析顯示(如表 7)，各變項間呈現不同程度之相關性。**數學焦慮與數學態度呈現顯著負相關**(r = -.571, p < .001)，顯示焦慮感較高之師資生，其數學態度傾向較為負面。此外，**數學態度與數學教學信念呈現顯著正相關**(r = .606, p < .001)，相關程度最高，顯示正向的數學態度與堅定的教學信念有高度聯結。數學焦慮與數學教學信念之相關未達統計顯著水準 (r = -.205, p > .05)。

表 7 **數學焦慮、態度與教學信念之相關矩陣表**(N=78)

變項	數學焦慮	數學態度	數學教學信念
數學焦慮	1		
數學態度	-.571***	1	
數學教學信念	-.205	.606***	1

註： *p < .05 **p < .01 ***p < .001

(六)國小師資生之數學焦慮與數學態度，對其數學教學信念之預測效力與影響程度

本研究以「數學焦慮」與「數學態度」為自變項，並以「數學教學信念」為依變項進行多元線性迴歸分析，藉以探討兩者對教學信念的預測效力。

研究結果如表 8、表 9 所示，在整體模型檢定方面，迴歸模型**達顯著水準**(F = 24.67, p < .001)，其 R^2 為.397，代表數學焦慮與數學態度能共同解釋數學教學信念 39.7% 的變異量。分析個別變項的預測效力，發現**數學態度對數學教學信念具有顯著的正向預測力**(β= .725, t = 6.64, p < .001)，顯示師資生的數學態度越正向，其數學教學信念越堅定。然而，數學焦慮在納入模型後，對數學教學信念則無顯著的預測影響(t = 1.91, p > .05)。綜合上述結果，本研究發現**數學態度是影響國小師資生數學教學信念的最關鍵預測因子**。

表 8 **數學焦慮與數學態度對數學教學信念之迴歸分析表**(N=78)

自變項	B	標準誤 SE	β	t 值	p 值
(常數)	2.300	.364		6.33***	.000
數學焦慮	.112	.059	.209	1.91	.060
數學態度	.407	.061	.725	6.64***	.000

註： *p < .05 **p < .01 ***p < .001

表 9 **數學焦慮與數學態度對數學教學信念之迴歸分析模型摘要表**

R^2	F 值	p 值
.397	24.67	.000

註： *p < .05 **p < .01 ***p < .001

二、討論

整體而言，本研究顯示數學態度對數學教學信念具有重要影響，顯示師資培育課程若能培養師資生對數學的正向態度，將有助於其未來建立較為積極的數學教學信念。

伍、結論與建議

一、結論

(一) 國小師資生普遍具有高度數學教學信念，數學態度呈中等偏正向，而數學焦慮則達中等程度。師資生在教學信念上表現最為正向，但數學焦慮平均達 3.22 分，顯示在師資培育階段仍存在一定程度的心理壓力。

(二) 女性與非數學相關科系師資生之數學焦慮顯著較高，而數學相關科系師資生在數學態度上亦顯著優於非數學相關科系學生；不同年級之師資生在三個變項上則未達顯著差異。此結果顯示，性別與科系背景可能是影響師資生數學焦慮的重要因素。

(三) 數學焦慮與數學態度呈顯著負相關，而數學態度與數學教學信念呈顯著正相關，顯示態度在三者關係中具有重要作用。當師資生對數學持較正向態度時，其對數學教學的信念亦較為積極；較高的數學焦慮則可能削弱其對數學學習的正向評價。

(四) 數學態度為預測數學教學信念之核心因子。本研究發現數學態度對數學教學信念具有顯著的正向預測力($\beta = .725$)；相較之下，數學焦慮在控制數學態度變項後，對數學教學信念並無顯著預測影響。

二、建議

(一)強化非數學相關科系師資生之數學正向經驗

非數學相關科系師資生焦慮感較高且態度較不積極，應於相關數學課程中加入更多成功經驗的分享與實作，降低其對數學的排斥感。

(二)從「建立態度」優先於「消除焦慮」

傳統觀點認為應先消除焦慮，但本研究數據證實「正向態度」才是支撐教學信念的關鍵。因此，課程設計應著重於引發師資生對數學之美、數學趣味性的認同，當態度轉趨積極，即便仍有適度焦慮，亦不影響其未來投入教學之信念。

(三)對女性師資生提供心理支持

國小師資結構以女性為主，且本研究顯示女性焦慮感較顯著，建議建立同儕支持團體，協助女性師資生克服數學焦慮。

三、研究限制

(一)本研究採便利抽樣，樣本來源僅限於單一師資培育機構，研究結果之推論仍須謹慎。

(二)研究採問卷調查法，資料主要來自受試者自我回報，未來研究可結合質性訪談或教學觀察，以獲得更深入的理解。

參考文獻

一、中文文獻

洪秀珍、謝臥龍、駱慧文(2015)。科技大學女學生「數學領域認同」、「數學性別刻板」、「性別角色刻板」、「情境訊息」 與「數學焦慮」之研究。**科學與人文研究，3**(3)，30–54。

鄭淵全、蔡雅茹(2011)。國小校長課程領導行為、教師教學信念、教師創新教學行為與國小學童創造力傾向關係之研究。**學校行政雙月刊，78**，183–202。

二、英文文獻

Akin, A., & Kurbanoglu, I. N. (2011). The relationships between math anxiety, math attitudes, and self-efficacy: A structural equation model. *Studia psychologica, 53*(3), 263–273.

Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science, 11*(5), 181–185.

Bekdemir, M. (2010). The pre-service teachers' mathematics anxiety related to depth of negative experiences in mathematics classroom while they were students. *Educational studies in mathematics, 75*(3), 311–328.

Beilock, S. L., & Maloney, E. A. (2015). Math Anxiety: A Factor in Math Achievement Not to Be Ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences, 2*(1), 4–12.

Burleigh, C. A. (2019). Exploring Early Childhood Preservice Teachers' Mathematics Anxiety and Mathematics Efficacy Beliefs. *Pennsylvania Teacher Educator, 18,* 41–55.

Bursal, M., & Paznokas, L. (2006). Mathematics anxiety and preservice elementary teachers' confidence to teach mathematics and science. *School science and mathematics, 106*(4), 173–180.

Cemen, P. B. (1987). The nature of mathematics anxiety. Oklahoma State University.

Geist, E. (2010). The anti-anxiety curriculum: Combating math anxiety in the classroom. *Journal of Instructional Psychology, 37*(1), 24–31.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The mathematics educator,13*(2).

Jacobs, G. J., & Durandt, R. (2016). Attitudes of pre-service mathematics teachers towards mathematical modelling: A South African inquiry. Eurasia Journal of Mathematics, *Science and Technology Education, 13*(1), 61–84.

Mapolelo, D. C., & Akinsola, M. K. (2015). Preparation of mathematics teachers: Lessons from review of literature on teachers' knowledge,beliefs, and teacher education. *American Journal of Educational Research, 3*(4), 505–513.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 1,* 257–315.

Pourdavood, R.G., & Liu, X. (2017). Pre-Service Elementary Teachers' Experiences, Expectations, Beliefs, and Attitudes toward Mathematics Teaching and Learning. International Journal of Learning, *Teaching and Educational Research, 16*(11), 1–27.

Mohr, S., & Santagata, R. (2018). Changes in Pre-Service Teachers' Beliefs about Mathematics Teaching and Learning During Teacher Preparation and Effects

of Video-Enhanced Analysis of Practice. *Orbis Scholae, 9*(2), 103–117.
Segarra, J., & Julià, C. (2022). Mathematics Teaching Efficacy Belief and Attitude of Pre-Service Teachers and Academic Achievement. *European Journal of Science and Mathematics Education, 10*(1), 1–14.
Sokolowski, H. M., & Ansari, D. (2017). Who is afraid of math? What is math anxiety? And what can you do about it? *Frontiers for Young Minds, 5*(57), 1–7.
Soni, A., & Kumari, S. (2015). The role of parental math attitude in their children math achievement. *International Journal of Applied Sociology, 5*(4), 159–163.
Wigfield, A., & Meece, J. L. (1988). Math Anxiety in Elementary and Secondary School Students. *Journal of Educational Psychology, 80*(2), 210–216.

附錄

一、數學焦慮量表範例： 面對數學練習題時，我會覺得壓力很大。
二、數學態度量表範例： 我認為數學訓練能強化邏輯判斷與分析能力。
三、數學教學信念量表範例： 我認為學生在面對數學問題時，應主動嘗試解題。

A Study on Mathematics Anxiety, Attitudes toward Mathematics, and Mathematics Teaching Beliefs among Elementary Pre-service Teachers

Ying-Jun Chen[1] Po-Hsin Su[2]

[1]Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

Abstract

This study investigated math anxiety, attitudes, and teaching beliefs among 78 pre-service teachers at National Taichung University of Education. Data were collected via five-point Likert scales. Results showed: (1) Participants held high teaching beliefs but moderate math anxiety. (2) Females and non-math majors exhibited significantly higher anxiety; math majors showed superior attitudes. (3) Math anxiety negatively correlated with attitudes, while attitudes positively correlated with teaching beliefs. (4) Regression analysis revealed that math attitude strongly predicted teaching beliefs, whereas math anxiety had no significant predictive power after controlling for attitude. This study suggests focusing on fostering positive math attitudes to enhance future teaching beliefs.

Keywords: elementary pre-service teachers, Mathematics Anxiety, Attitudes toward Mathematics, Mathematics Teaching Beliefs

聲音勝過面部情緒：早期數學教育中之多模態動態運算

萬依萍[1] 林原宏[2] 趙子葳[3] 喻璞*[3]
[1]國立政治大學語言學研究所／心智、大腦與學習研究中心／華語文教學碩博士學位學程
[2]國立台中教育大學數學教育學系
[3]國立政治大學語言學研究所

摘要

本研究探討數學學習情境中跨模態情緒一致性，整合台灣兒童面部與口語情緒訊號進行分析。研究共納入台中公立國小 123 名小學一年級至三年級學生，取得 775 筆同時具備面部與聲音資料之有效實驗。情緒表徵是透過 PsychoPy/Pavlovia 搭配 FaceID(面部情緒辨識模型)以及 Praat/Parselmouth 進行語音分析所提取，並以 cosine similarity 量化跨模態一致性。

研究實驗結果顯示，台灣兒童在數學解題時面部情緒以中性為主(90.1%)，而口語情緒則分布於快樂、悲傷與中性三類。跨模態一致性呈現雙峰分佈，於低一致性(約 0.1)與高一致性(約 0.9)形成兩個峰值，顯示面部與聲音情緒的對應關係並非連續變化，而是傾向高度一致或高度不一致兩種極端。描述性結果顯示女童在高一致性區間略高，男童在低一致性區間略高，但線性混合模型分析顯示性別效果不顯著($\beta = -0.008$, $p = .858$)，且個體差異為主要變異來源。

整體而言，在數學任務情境中，口語情緒較面部表情提供更多情緒訊息，面部表情則呈現壓平(neutral bias)現象，由此呈現出亞洲教育中不擅於將喜好偏惡展現於面容之文化有關。研究發現聲紋之情緒波動特徵參數可能遠比面部更易偵測出學童數學解題之情緒參考。本研究對數學教育領域之情緒研究提供多模態視角，並顯示學童解題學習歷程中情緒一致性的非線性特徵，對未來情緒感知學習科技與多模態教育研究具有啟示意義。

關鍵字：早期數學學習、多模態情緒分析、情感運算、面部表情辨識、語音情緒分析

1. INTRODUCTION

Research in education increasingly recognizes that cognitive processes and mathematical performance are strongly influenced by learners' affective states. Mathematical tasks often impose high cognitive load, triggering achievement emotions such as anxiety, frustration, or engagement that can significantly impact problem-solving strategies and learning outcomes (Pekrun, 2024). During complex learning activities, learners frequently transition between various affective states, moving from flow and engagement into cognitive disequilibrium, confusion, or frustration when facing impasses (D'Mello & Graesser, 2012). Furthermore, individual differences, such as gender variations in how children express positive and negative emotions, can also shape these emotional dynamics in learning environments (Chaplin & Aldao, 2013). Because emotional responses influence attention and working memory, capturing these real-time affective dynamics is crucial for understanding mathematical cognition.

To systematically study these dynamics, researchers have turned to affective

computing, a field focused on the computational detection and modeling of human emotions (Poria et al., 2017). Emotional states can be inferred through various behavioral and physiological indicators. For instance, facial expressions provide reliable visual cues for identifying emotional responses during cognitive tasks. Additionally, emotional states can be detected through acoustic signals in speech; acoustic features such as pitch, intensity, and prosody serve as critical indicators of vocal emotion communication, reflecting states like stress or engagement (Scherer, 2003). These technologies allow researchers to observe affective states that cannot be easily captured through traditional behavioral measures alone.

While unimodal approaches provide valuable insights, integrating multiple modalities yields a more robust representation of affective states. Evidence suggests that human emotion recognition is significantly more accurate when processing multi-modal stimuli compared to uni-modal ones (Paulmann & Pell, 2011). This psychological advantage translates into affective computing: a comprehensive meta-analysis of affect detection systems demonstrated that multimodal systems (fusing audio, visual, and other data) consistently outperform their best unimodal counterparts in accuracy (D'Mello & Kory, 2015; Poria et al., 2017). In the context of mathematics education, this multimodal approach offers a promising methodological foundation. By simultaneously analyzing facial expressions, speech acoustics, and behavioral responses, researchers can construct a more accurate and comprehensive picture of how emotional dynamics interact with cognitive performance during mathematical problem-solving.

Recent research therefore increasingly explores multimodal affective computing approaches that combine behavioral, linguistic, and affective signals to capture learners' emotional dynamics in real time. In particular, facial expression analysis, speech acoustics and behavioral measures such as reaction time provide complementary perspectives for detecting emotional states during cognitive activities. Facial expression recognition has been widely used to infer emotional responses such as confusion, frustration, and engagement during learning tasks (D'Mello & Graesser, 2012). At the same time, speech-based emotion recognition models analyze acoustic features such as pitch, intensity, and prosodic variation in order to identify affective states including stress, confidence, or hesitation (Schuller et al., 2011). These acoustic indicators provide valuable information about learners' emotional responses during verbal reasoning and problem-solving activities. researchers to examine the temporal dynamics of cognitive load and emotional responses during task execution. Such integration of these modalities has led to the emergence of multimodal learning analytics, a research approach that combines heterogeneous data streams to better understand complex learning processes (Blikstein & Worsley, 2016). Multimodal data fusion methods allow researchers to analyze behavioral, physiological, and emotional signals simultaneously, thereby providing a richer representation of learners' cognitive–affective states. In mathematics education, such approaches are particularly promising because mathematical problem solving often involves fluctuating emotional states, including anxiety, uncertainty, and moments of insight. By combining facial expression recognition, speech-based emotion detection, eye-tracking indicators, and behavioral measures, multimodal affective computing offers new methodological possibilities for examining how emotional dynamics interact with mathematical cognition in real time.

2. DATA ANALYSIS and FINDINGS

A total of 167 participants were recruited for this study, distributed across three

grade levels (Grade 1, Grade 2, and Grade 3) in public elementary schools in Taichung areas. After excluding participants with missing facial or vocal modality data as well as those affected by other technical issues, the final sample included 123 participants (59 boys and 64 girls; 33 in Grade 1, 47 in Grade 2, and 43 in Grade 3) and 775 valid trials (383 from boys and 392 from girls). Note that Facial data were excluded based on two criteria: (1) trials with zero valid frames (face_len = 0), indicating technical failure likely due to camera loading issues in the online setting; and (2) trials with a frame rate below 1 frame per second (face_len < dur_ms / 1000), which were considered insufficient for reliable facial emotion estimation; some samples are provided in appendix. These criteria led to the exclusion of 1,765 trials (56.8% of all trials). The high rate of facial data loss is attributable to known limitations of online experimental environments, particularly network bandwidth constraints and browser memory issues when using PsychoPy/Pavlovia for real-time facial data capture.

For speech emotion data, trials with low confidence scores from Praat/Parselmouth were excluded. Cross-modal analyses retained only trials with valid data in both facial and vocal modalities (inner join by participant_raw and trial_order), resulting in a final dataset of 775 trials. Therefore, total number of valid participants (N = 123; Boys = 59, Girls = 64; Age (boys): mean = 8.37, SD = 0.93; Age (girls): mean = 8.38, SD = 0.92; 775 valid trials (Boys = 383, Girls = 392) Valid trials are defined as those containing both facial and acoustic emotion data (Number of valid trials per participant: mean = 6.3, SD = 3.68.

Figures 1–3 summarize the key characteristics of the sample. Specifically, Figure 1 displays the distribution of participants across grades and gender, Figure 2 presents age distributions by gender, and Figure 3 shows the distribution of valid trials per participant.

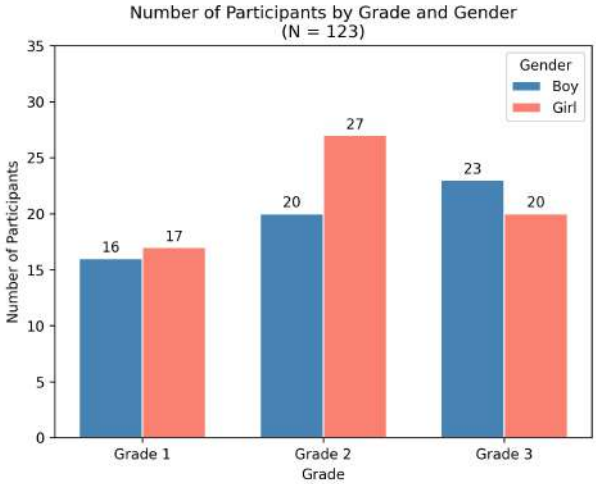


Figure 1. Number of Participants by Grade and Gender

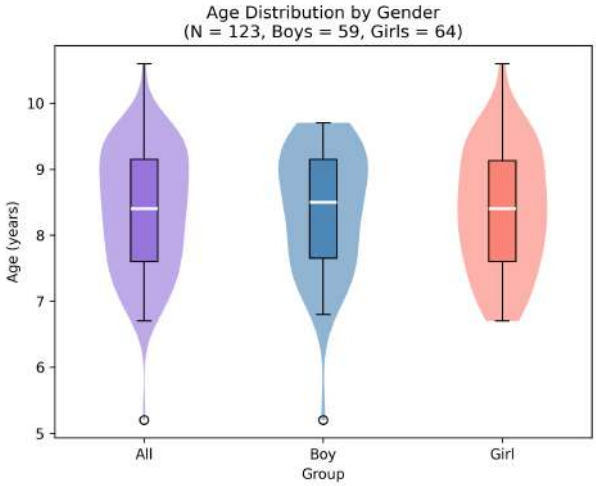


Figure 2. Age Distribution by Gender

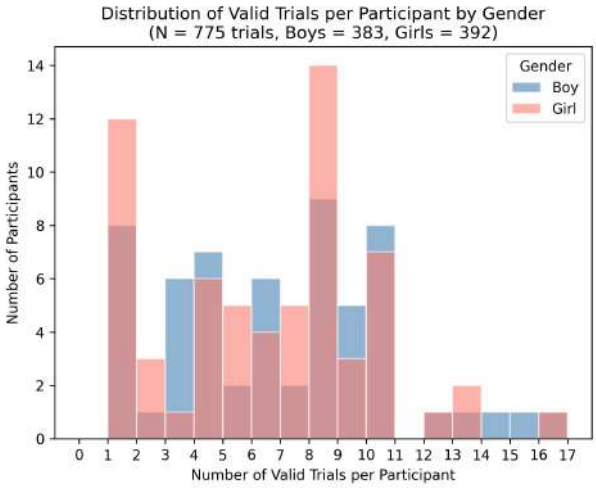


Figure 3. Distribution of Valid Trials per participant

The following figure presents the cross-modal emotion confusion matrix between facial and acoustic predicted emotions.

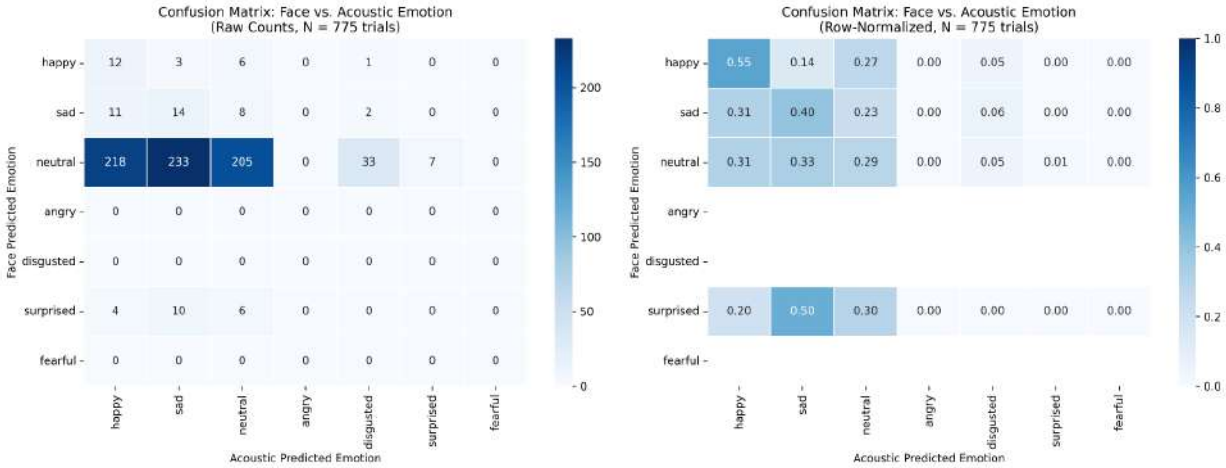


Figure 4. Cross-Modal Emotion Confusion Matrix Between Facial and Acoustic Predicted Emotions.

The left panel displays raw trial counts; the right panel displays row-normalized proportions. N = 775 trials from 123 participants.

In this figure, the x-axis represents the dominant emotion predicted from the acoustic modality (predicted_emotion), and the y-axis represents the dominant emotion predicted from the facial modality (face_predicted_emotion). Each cell indicates the number of trials showing that specific combination including face-neutral paired with acoustic-happy. The left panel shows raw counts, whereas the right panel shows row-normalized proportions. In the row-normalized plot, each value is divided by the total count of its row so that each row sums to 1. For example, if one row contains happy = 12, sad = 3, neutral = 6, and disgusted = 1, with a total of 22, the normalized values would be 0.55, 0.14, 0.27, and 0.05, respectively. The facial modality was overwhelmingly dominated by neutral expressions, accounting for 698 of 775 trials (90.1%). Cross-modal agreement between facial and acoustic emotion predictions was relatively low, as trials classified as face-neutral were distributed across three acoustic categories involving happy, sad and neutral. Neutral emotion dominated overall: facial predictions were overwhelmingly neutral (698 trials), while acoustic predictions were mainly distributed across happy, sad, and neutral categories.

In the row-normalized results (right panel), cross-modal alignment was limited. For face-happy trials, only 55% corresponded to acoustic-happy, while 27% were classified as acoustic-neutral, suggesting cases where facial positivity co-occurred with neutral vocal tone. For face-sad trials, only 40% aligned with acoustic-sad, whereas 31% corresponded to acoustic-happy, indicating a clear dissociation between facial and vocal expressions. For face-surprised trials, 50% were mapped to acoustic-sad and only 20% to acoustic-happy, reflecting strong cross-modal asymmetry. Angry, disgusted and fearful categories were so far absent in the facial modality, suggesting that participants rarely displayed strong negative emotions facially during the task. This pattern suggests that, in the present task context, vocal emotion may provide richer emotional cues than facial expressions. The following equation shows the computation of cosine similarity between the two vectors, and Figure 5 shows the distribution of cross-modal cosine similarity by gender.

$$\text{cosine\_sim} = \frac{\mathbf{f} \cdot \mathbf{a}}{\|\mathbf{f}\|\|\mathbf{a}\|}$$

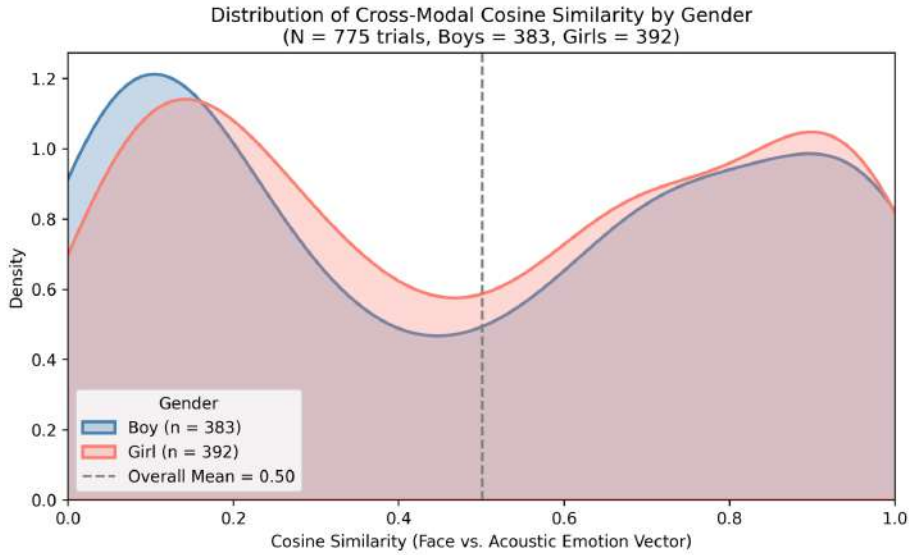


Figure 5. Distribution of Cross-Modal Cosine Similarity by Gender

The overall mean cosine similarity was 0.5011 (SD = 0.3477), with a bimodal distribution showing a low-consistency peak around 0.1 and a high-consistency peak around 0.9. The density plot suggests slight gender differences: boys exhibit a relatively higher peak in the low-consistency region, whereas girls show a relatively higher peak in the high-consistency region. Note that density values greater than 1 indicate that observations are highly concentrated within that range. Kernel density estimate (KDE) curves were plotted separately by gender for Boys (n = 383 trials) and Girls (n = 392 trials), with a vertical dashed line indicating the overall mean (0.50). The x-axis represents cosine similarity values ranging from 0 to 1, and the y-axis represents probability density. Both groups exhibit a bimodal distribution, with one peak around 0.1 (low consistency) and another around 0.9 (high consistency). This pattern suggests that alignment between facial and acoustic emotions is not gradual, but rather tends toward two extremes: either highly inconsistent or highly consistent. Although the overall mean is 0.50, it falls in the trough between the two peaks and therefore does not represent the typical pattern well.

In addition, gender differences are observable at the distribution level. In the low-consistency region (left peak), boys show a higher density, indicating more trials with mismatched facial and acoustic emotions. In the high-consistency region (right peak), girls show a higher density, suggesting more trials with strong cross-modal alignment. Girls appear to exhibit greater cross-modal emotional consistency than boys. From a theoretical perspective, this pattern may be interpreted in light of emotion socialization: girls may be more likely to align facial and vocal emotional expressions, whereas boys show more frequent dissociation between modalities. This interpretation is consistent with discussions of socialized emotion regulation, although subsequent statistical tests did not reveal significant gender differences. In a Linear Mixed-Effects Model (LMM) with Satterthwaite's approximation for degrees of freedom (modelD_lmm), the effect of gender was not statistically significant (Gender [Female]: $\beta = -0.008$, $p = .858$).

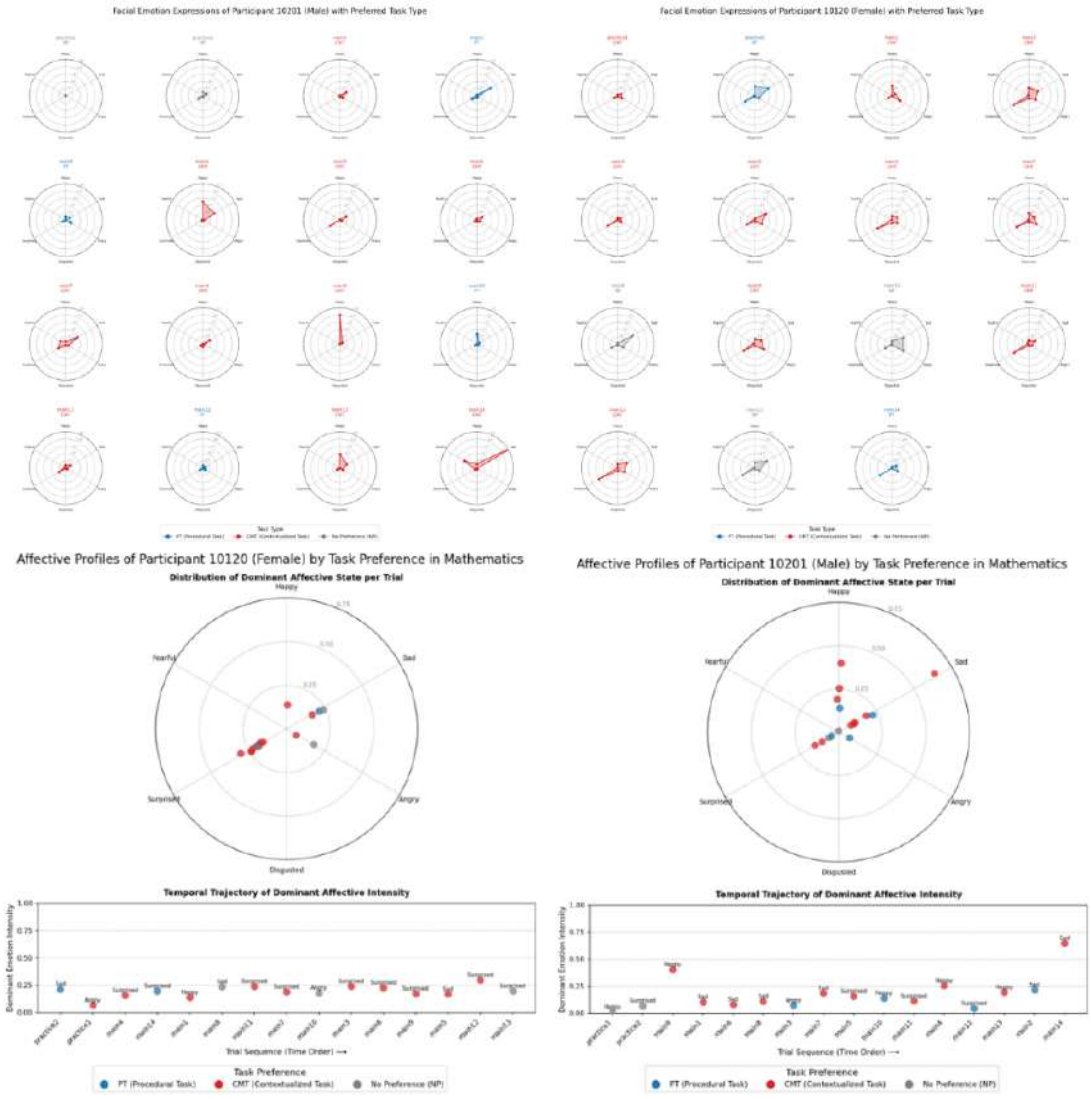
Gender did not significantly moderate cross-modal emotional consistency. Individual differences (participant-level variance = 0.044) accounted for a substantially larger proportion of variance than the gender effect. Descriptive trends indicate that boys show slightly higher density in the low-consistency region (cosine similarity $\approx$ 0.1), whereas girls show slightly higher density in the high-consistency region (cosine similarity $\approx$ 0.9). This pattern is consistent with emotion socialization theory, suggesting that girls may exhibit greater alignment between facial and vocal emotional expressions.

3. CONCLUSION and LIMITATIONS

In this preliminary study, the high rate of missing facial data (56.8%) may introduce sampling bias, as retained trials likely come from participants with more stable online conditions. In addition, the facial vector includes both thinking-phase and speaking-phase emotions (Face = averaged across both phases), whereas the acoustic vector reflects only the speaking phase, which may artificially lower cosine similarity and should not be directly interpreted as cross-modal inconsistency. The sample size (N = 123) and number of valid trials (775) may be insufficient to detect small gender effects. Individual differences substantially exceed gender effects, limiting the explanatory power of gender. Moreover, cosine similarity shows a bimodal distribution that violates the unimodal assumption of Beta regression; although LMM was adopted, residual issues remain. The facial and acoustic models are based on different architectures, requiring caution in cross-modal comparisons. Finally, observed gender

differences are descriptive and not statistically significant; interpretations based on emotion socialization theory should therefore be considered exploratory.

Appendix: Two samples of affective indices in mathematics problem-solving: G1



References

Blikstein, P., & Worsley, M. (2016). Multimodal learning analytics and education data mining: Using computational technologies to measure complex learning tasks. *Journal of Learning Analytics, 3*(2), 220–238. https://doi.org/10.18608/jla.2016.32.11

Chaplin, T. M., & Aldao, A. (2013). Gender differences in emotion expression in children: A meta-analytic review. *Psychological Bulletin, 139*(4), 735–765. https://doi.org/10.1037/a0030737

D'Mello, S., & Graesser, A. (2012). Dynamics of affective states during complex learning. *Learning and Instruction, 22*(2), 145–157. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2011.10.001

D'Mello, S. K., & Kory, J. (2015). A review and meta-analysis of multimodal affect detection systems. *ACM Computing Surveys, 47*(3), Article 43. https://doi.org/10.1145/2682899

Paulmann, S., & Pell, M. D. (2011). Is there an advantage for recognizing multi-modal emotional stimuli? *Motivation and Emotion, 35*(2), 192–201. https://doi.org/10.1007/s11031-011-9206-0

Pekrun, R. (2024). Control-value theory: From achievement emotion to a general theory of human emotions. *Educational Psychology Review, 36*, Article 83. https://doi.org/10.1007/s10648-024-09909-7

Poria, S., Cambria, E., Bajpai, R., & Hussain, A. (2017). A review of affective computing: From unimodal analysis to multimodal fusion. *Information Fusion, 37*, 98–125. https://doi.org/10.1016/j.inffus.2017.02.003

Scherer, K. R. (2003). Vocal communication of emotion: A review of research paradigms. *Speech Communication, 40*(1-2), 227–256. https://doi.org/10.1016/S0167-6393(02)00084-5

Schuller, B., Batliner, A., Steidl, S., & Seppi, D. (2011). Recognising realistic emotions and affect in speech: State of the art and lessons learnt from the first challenge. *Speech Communication, 53*(9-10), 1062–1087. https://doi.org/10.1016/j.specom.2011.01.011

When Voice Speaks Louder Than Faces: Multimodal Emotion Dynamics in Early Mathematics Education

I-Ping Wan[1], Yuan-Horng Lin[2], Tsu-ui Tio[3], and Pu Yu*[3]
[1]Graduate Institute of Linguistics, Research Center for Mind, Brain, and Learning, and Ph.D./M.A. Program in Teaching Chinese as a Second Language, National Chengchi University
[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education
[3]Graduate Institute of Linguistics, National Chengchi University

Abstract

This study presents preliminary findings on cross-modal emotional consistency in mathematics learning by integrating facial and vocal emotion signals in young learners in Taiwan. A total of 123 elementary school students (Grades 1–3) from public schools in Taichung contributed 775 valid trials with both facial and acoustic data. Emotional representations were extracted using PsychoPy/Pavlovia with FaceID (a facial emotion recognition model) and Praat/Parselmouth for speech analysis, and cross-modal alignment was quantified using cosine similarity.

Results showed that facial expressions were overwhelmingly neutral (90.1%), while vocal emotions were distributed across happy, sad and neutral categories during mathematics problem-solving. Cross-modal consistency was bimodal, with peaks at ~0.1 and ~0.9, indicating that emotional alignment tends toward either strong congruence or dissociation rather than a gradual continuum. Descriptive trends suggested higher consistency in girls and greater dissociation in boys; however, linear mixed-effects modeling (Satterthwaite approximation) revealed no significant gender effect ($\beta = -0.008$, $p = .858$), with individual differences accounting for substantially greater variance.

These findings suggest that vocal signals may provide richer affective information than facial expressions in task-based mathematics contexts, where facial displays are often suppressed. The results contribute to emerging research in mathematics education by highlighting the importance of multimodal emotion analysis and revealing non-linear patterns of emotional alignment during learning. Implications for affect-aware learning technologies and future multimodal educational research are discussed.

Keywords: *early mathematics learning, multimodal learning analytics, affective computing, facial expression recognition, speech emotion analysis*

AI 融入國小五年級幾何學習之成效探討

許晁晛[1]　魏士軒[2]

[1] 臺中教育大學數學教育學系 ama112140@gm.ntcu.edu.tw

[2] 臺中教育大學數學教育學系 scottiewei@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討人工智慧（AI）融入國小五年級幾何學習之成效，並分析學生自主學習能力、數學自我效能與數學學習成效三者之關係。研究採量化研究取向，以臺中市某國民小學五年級學生為研究對象，正式施測有效樣本共 116 人。研究者先統整五年級幾何單元相關題目內容，再運用 AI 技術建置幾何數學文字題生成與提示系統，作為學生練習、回饋與解題支持之學習工具。研究工具包括自主學習量表、數學自我效能量表及數學學習成效測驗，並以 SPSS 進行信度分析、描述統計、Pearson 積差相關分析及背景變項差異檢定。研究結果顯示，自主學習量表與數學自我效能量表皆具有良好信度；在描述統計方面，學生之自主學習與數學自我效能整體表現均達中度以上，顯示學生對 AI 輔助幾何學習具有一定接受度。相關分析結果指出，自主學習、數學自我效能與幾何學習成效之間皆呈現顯著正相關，其中自主學習與數學自我效能之關聯最為密切，顯示學生若能主動規劃學習、運用解題策略並持續投入，則較容易建立正向能力信念，進而提升學習表現。另就背景變項分析而言，學生是否參與數學補習或家教，在學習成效、自主學習與自我效能上皆未達顯著差異。整體而言，AI 融入國小五年級幾何學習，對於提供即時提示、強化解題歷程支持、促進學生參與及提升學習表現具有正向潛力，可作為未來國小數學教學設計與智慧學習系統發展之參考。

關鍵詞： AI 深度學習、數學文字題、幾何教學、自主學習、數學自我效能

壹、緒論

幾何學習在數學教育中具有重要地位，不僅有助於學生理解空間概念、圖形關係與數學結構，亦能培養其邏輯推理、問題解決及表徵轉換能力，進而提升整體數學素養（NCTM, 1989, 2000; Van Hiele, 1986）。然而，在實際教學情境中，學生於幾何學習歷程中常面臨文字題理解困難、概念應用不足及推理歷

程不連貫等問題。尤其幾何文字題往往需要學生從題幹中擷取關鍵資訊，並將文字敘述轉化為圖形關係或數學式；若其語文理解或概念連結能力不足，便容易產生錯誤理解，進而影響解題表現。近年來，數學教材與評量設計逐漸朝向情境化與素養導向發展，題目敘述也由簡短陳述轉為較長篇幅的情境文本，使學生在題意理解與概念建構上的負荷日益提高（陳慧姿，2009）。因此，如何協助學生提升幾何文字題的理解與解題能力，已成為數學教學的重要課題。

隨著數位科技逐步融入教育現場，國內已發展多種數位學習資源，如因材網、均一教育平台與科技化評量系統等，對數學知識傳授與學習診斷提供一定協助。然而，現有系統多偏重內容呈現與學習結果回饋，對於學生在解題歷程中的即時提問、個別化引導及推理支持仍相對有限。近年生成式人工智慧技術快速發展，為數學教學與學習支持提供新的可能。相較於傳統依賴固定規則與預設流程的聊天機器人，生成式 AI 具備較佳的語言理解與即時回應能力，能以自然語言提供彈性化的說明、提示與引導，協助學生理解題意、釐清概念並逐步建構解題思路。尤其以 ChatGPT 為代表之大型語言模型，具備一定程度的互動性與個別化輔助潛力，可作為學生在課堂與課後學習中的即時支持工具，因此其在幾何文字題教學中的應用價值，值得進一步探究。

此外，學生的數學學習成效除受教材內容與教學工具影響外，自主學習能力與數學自我效能亦為重要因素。具較高自主學習能力之學生，通常能主動設定學習目標、選擇適切策略並調整學習歷程；具有較高數學自我效能之學生，則較能在面對困難題目時維持信心與投入，進而提升其解題表現與學習成果。因此，若欲評估 AI 深度學習技術應用於數學教學之效果，除關注學生之學習成效外，亦有必要同步探討其對自主學習能力與數學自我效能之影響。基於上述，本研究聚焦於幾何單元之學習情境，運用 AI 深度學習技術生成多樣化數學文字題，並結合大語言模型作為解題提示與學習輔助工具，以探討其在國小數學教學中的應用可能性，期能作為未來數學教學設計與智慧學習系統發展之參考。

本研究之研究目的如下：

（一）探討 AI 深度學習模型應用於幾何單元時，對學生自主學習能力之影響。
（二）探討 AI 深度學習模型應用於幾何單元時，對學生數學自我效能之影響。
（三）探討 AI 深度學習模型應用於幾何單元時，對學生數學學習成效之影響。

貳、文獻探討

生成式人工智慧與 ChatGPT

近年來，生成式人工智慧（Generative AI）快速發展，其中以 ChatGPT 為代表之大型語言模型，已廣泛應用於教育、內容生成與人機互動等領域。相較於傳統依賴固定規則的系統，ChatGPT 具備較佳的自然語言理解與即時回應能

力，能提供彈性化的說明、提示與回饋（Brown et al., 2020; Rudolph et al., 2023）。在教育情境中，生成式 AI 可協助教師設計個別化學習內容、提供學習支持，並提升學生的學習參與（Guo et al., 2023; Shahriar & Hayawi, 2023）。然而，AI 生成內容的正確性與學生對其回應的信任程度，仍需由教師加以引導與檢核，因此其角色較適合作為輔助教學工具，而非完全取代教師。

數學文字題解題策略的發展

數學文字題（Math Word Problem, MWP）解題研究歷經由規則式方法、統計式方法到深度學習方法的演進。早期研究多透過符號轉換或方程式模板，將自然語言轉換為數學表達式，以處理較明確的代數問題。隨著機器學習與深度學習技術發展，研究者逐漸採用序列到序列（seq2seq）模型、長短期記憶網路（LSTM）與門控循環單元（GRU）等方法，提升文字題自動求解的能力（Huang et al., 2016; Kushman et al., 2014）。然而，當題目涉及多步驟推理、複雜語意理解或幾何圖文整合時，現有方法仍有其限制。

數學文字問題的解決方法

數學文字問題通常包含已知條件、數值資訊與未知量，學習者需透過語意理解與數學關係建構，進一步形成方程式並求得答案。為降低問題表徵的複雜度，研究者提出數字映射與方程式模板概念，以保留問題結構並提升模型泛化能力（Kushman et al., 2014; Shi et al., 2015）。此外，現有研究亦結合數學合法性檢查、數字重要性判斷及混合式模型，以提升解題的準確率與穩定性。整體而言，數學文字題研究已由單純的方程式生成，逐步發展為更重視語意理解、結構表徵與多模型整合的方向。

幾何課程設計相關理論

幾何學習在數學教育中具有重要地位，主要在培養學生之空間感、圖形辨識能力與幾何推理能力。不同國家的課程設計大致均涵蓋基本幾何概念、圖形性質、幾何量測與應用解題等內容。就認知發展觀點而言，Piaget（1956）指出兒童幾何概念的形成具有階段性，學生需透過操作、觀察、比較與推理，逐步由具體經驗過渡至抽象理解。因此，幾何教學設計應配合學生發展階段，提供適切的學習內容與支持。若能結合生成式 AI 提供多樣化題目與即時提示，將有助於學生在幾何概念建構與解題歷程中的學習發展。

數學自我學習與數學自我效能

自我調整學習理論（Self-Regulated Learning, SRL）強調，學習者會主動設定學習目標，並透過策略運用、自我監控、自我評估與反思修正，以提升學習成效（Pintrich, 2000b; Zimmerman, 2002）。在數學學習情境中，若學生能運用自我提問、錯誤分析與後設認知監控等策略，將有助於提升問題解決能力與學

習持續性。另一方面，自我效能則指個體對自身完成特定任務能力的主觀判斷（Bandura, 1977）。具較高數學自我效能之學生，通常展現較高的學習動機、耐挫力與解題投入程度，進而產生較佳的學習表現（Schunk, 1996; Zimmerman, 2000b）。因此，自我學習與自我效能可視為影響學生數學學習成效的重要因素，也是本研究納入探討的核心變項。

參、研究方法

一、研究設計

因應後疫情時代學生對數位學習的適應力，本研究旨在開發一套雲端幾何題目生成器，探討 AI 輔助教學對國小五年級學生之影響，系統採用 Python 開發，並透過 GitHub 與 Streamlit Community Cloud 平台進行雲端部署，提供師生簡便的網頁操作介面以提升教學效率。本研究採量化取向，以 AI 生成題目與階梯式提示系統為自變項，透過教學介入觀察其對依變項自主學習能力、數學自我效能及數學學習成效之影響，資料蒐集涵蓋前後測、問卷調查及研究者教學反思，旨在透過統計分析驗證 AI 在幾何教育中的應用成效與價值。
系統開源程式碼庫 (GitHub)： https://github.com/ama112140/geometry_quiz_app
系統線上展示連結：https://pse.is/8unw4j

二、研究對象

本研究以臺中市某國民小學五年級學生為研究對象。依正式施測結果，共取得有效樣本 116 人，其中男性 57 人，占 49.1%；女性 59 人，占 50.9%。在是否參加過數學補習或家教方面，有 84 人，占 72.4%；無 32 人，占 27.6%。本研究即以此 116 名學生之施測資料作為後續統計分析之基礎。研究對象皆接受五年級幾何單元相關教學，並於研究期間參與 AI 生成題目與提示系統之學習活動。為保障研究倫理，正式施測向學生及家長說明研究目的、資料使用方式與保密原則，並於取得同意後進行資料蒐集與分析。

三、研究工具

本研究之研究工具包括 AI 題目生成與提示系統、自主學習能力量表、數學自我效能量表及數學學習成效測驗，說明如下。

1. AI 題目生成與提示系統

本研究首先統整國小五年級幾何單元相關題目內容，並運用 AI 技術建置可供學生練習與回饋之題目生成系統。該系統以網頁形式提供學生操作，具備題目生成、AI 提示、作答回饋及試題檢討等功能，可於學生解題過程中提供即時支持，協助其理解題意、修正錯誤並調整解題策略。相關 AI 模

型之登入介面如圖一所示，練習模式如圖二所示。



圖一 登入介面



圖二 練習模式-題目生成 1

2. 自主學習能力量表

本研究參考 Guglielmino（1978）之自我導向學習準備度量表，並依研究情境加以修訂，編製適用於國小高年級學生之自主學習量表。量表共 10 題，內容涵蓋主動探索、問題解決、學習規劃、時間安排、資源尋求、回饋運用、學習堅持與策略調整等面向，用以評估學生在 AI 輔助數學學習環境中的自主學習表現。

3. 數學自我效能量表

本研究之數學自我效能量表參考 Pintrich 等人（1991）之 MSLQ 架構，並依學生年齡與幾何學習情境進行文字調整。量表共 10 題，內容包括學生對數學理解、困難題處理、成績表現、進步可能、表達能力、使用 AI 學習的信

心、錯誤修正及知識遷移等面向，用以評估學生對自身完成數學學習任務能力之主觀判斷。

4. 數學學習成效測驗

本研究以前測與後測作為學習成效測量工具。前測依據縣市學力檢測題目進行設計，以掌握學生之基礎數學能力；後測則參照國小五年級數學課程標準，並融入 AI 生成之幾何數學題目，以評估學生在概念理解、問題解決及應用能力上的學習表現。

四、研究步驟

本研究之實施程序可分為五個階段。第一階段為文獻蒐集與研究規劃，研究者先蒐集 AI 深度學習、數學文字題、幾何教學、自主學習與自我效能等相關文獻，作為研究設計與工具編製之理論基礎。第二階段為題目蒐集與系統建置，研究者依五年級幾何課程內容整理題目素材，並建置 AI 題目生成與提示系統，以作為後續教學介入使用。第三階段為研究工具修訂與題目驗證，研究者針對 AI 生成之題目進行人工審查，檢核其語意清晰性、數學正確性與難度適切性，必要時進行修正或刪除；同時完成自主學習量表、數學自我效能量表及學習成效測驗之編製與修訂。第四階段為正式教學介入與資料蒐集，先施以前測，再於幾何單元教學中導入 AI 生成題目與提示系統，讓學生進行練習與互動；介入結束後，再施測自主學習量表、數學自我效能量表與學習成效測驗，以蒐集正式研究資料。第五階段為資料整理與撰寫，研究者將所得資料進行編碼、統計分析與結果詮釋，完成研究報告撰寫。

五、資料處理與分析

本研究以量化分析為主，針對正式施測所得資料進行統計處理。依原稿規劃，資料分析首先進行測驗與量表之信效度檢驗，以確認研究工具之品質；其次以描述性統計呈現學生在各研究變項上的整體表現；再透過相關分析檢視自主學習能力、數學自我效能與數學學習成效之間的關係；並以卡方檢定檢驗不同背景變項之差異情形。所有量化資料均以 SPSS 統計軟體進行處理。

此外，為更完整理解 AI 融入教學之歷程與可能影響，本研究亦輔以研究者之教學反思紀錄，作為量化結果之補充說明。此種以量化為主、質性為輔之設計，有助於兼顧研究結果的客觀性與教學現場的脈絡性。

肆、結果與討論

一、測量工具之信度分析

本研究首先針對自主學習量表與數學自我效能量表進行信度分析，以確認研究工具之內部一致性。結果顯示，自主學習量表共 10 題，其 Cronbach’s α

為 .899；數學自我效能量表共 10 題，其 Cronbach's α 為 .911，均達良好以上水準，顯示本研究所使用之量表具有穩定且可靠的測量品質。另就項目分析而言，各題之更正後項目總相關皆高於一般建議標準，表示各題均能有效反映所欲測量之構念，因此予以保留。

二、各變項之描述統計與討論

本研究以 116 名正式施測學生為分析對象，針對幾何測驗分數、自主學習平均與自我效能平均進行描述統計分析，統計摘要如表 1 所示。

表 1 研究變項之描述統計量表

變項名稱	最小值	最大值	平均值	標準差	偏態	峰態
測驗分數	20.0	100.0	53.01	17.98	.408	-.064
自主學習平均	1.0	5.0	3.27	.82	-.085	.043
自我效能平均	1.0	5.0	3.23	.84	-.081	-.092

N=116

由描述統計可進一步看出，學生之幾何測驗分數標準差較大，反映出不同學生在幾何概念理解與應用表現上仍存在明顯差異。此結果顯示，幾何單元教學中，學生在文字理解、圖形判斷與推理能力方面可能具有不同程度之學習需求。相對而言，自主學習與自我效能平均數皆維持在中度以上，顯示學生對於 AI 輔助學習環境並未產生明顯排斥，且在學習歷程中保有一定程度的學習意願與信心。

三、研究變項之相關分析與討論

為探討學生自主學習、數學自我效能與幾何學習成效之間的關係，本研究採用 Pearson 積差相關分析進行檢定，其統計結果彙整如表 2。

表 2 研究變項之 Pearson 相關分析表

變項名稱	測驗分數	自主學習平均	自我效能平均
測驗分數	1.000		
自主學習平均	.405**	1.000	
自我效能平均	.376**	.807**	1.000

**代表 $p < .01$(雙尾)

此結果說明，在 AI 輔助幾何學習情境中，自主學習與數學自我效能皆與學習成效具有正向關聯。尤其自主學習與自我效能之間呈現高度相關，顯示兩者在學習歷程中具有密切連動性。換言之，當學生較能主動規劃學習、運用策略並持續投入時，通常也較容易形成對自身能力的正向判斷；而此種較高的自我效能，又可能進一步支持其持續參與與解題表現。

四、背景變項之差異分析與討論

本研究進一步以是否參加過數學補習或家教作為背景變項，採獨立樣本 t 檢定分析學生在幾何測驗分數、自主學習及自我效能上的差異。結果顯示，在幾何測驗分數方面，有補習學生平均數為 52.44，無補習學生平均數為 54.53，兩組差異未達顯著；在自主學習方面，有補習學生平均數為 3.26，無補習學生平均數為 3.31，差異亦未達顯著；在自我效能方面，有補習學生平均數為 3.26，無補習學生平均數為 3.14，同樣未達顯著差異。整體而言，是否參與數學補習或家教，並未造成學生在本研究各主要變項上的顯著差異。

此一結果顯示，在本研究樣本中，學生是否具備校外數學補習經驗，與其在 AI 輔助幾何學習情境中的自主學習、自我效能及學習成效表現，並無明顯差異。從教學意涵來看，這可能表示 AI 題目生成與提示系統在一定程度上提供了相對一致的學習支持，使不同背景學生皆能在相近的學習環境中參與練習與獲得回饋。

五、綜合討論

綜合本研究結果可知，第一，本研究所使用之自主學習量表與數學自我效能量表皆具良好信度，顯示研究工具具有一定測量品質。第二，學生在 AI 輔助幾何學習情境下，其自主學習與自我效能整體表現皆達中度以上，顯示對此學習模式具一定接受度。第三，自主學習、自我效能與幾何學習成效之間皆呈現正向關聯，尤其自主學習與自我效能之間具有高度相關，反映學生學習投入與能力信念在數學學習歷程中的密切關係。第四，在補習背景方面，本研究未發現顯著差異，表示不同背景學生在本研究情境中的表現相對接近。

伍、參考文獻

陳慧姿（2009）。從基模理論談數學文字題閱讀理解及其對數學教學的啟示。**教育研究，17**，219–230。

Bandura, A. (1977). *Social learning theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Brown, T. B., Mann, B., Ryder, N., Subbiah, M., Kaplan, J., Dhariwal, P., & Amodei, D. (2020). Language models are few-shot learners. *arXiv*.

Guo, B., Zhang, X., Wang, Z., Jiang, M., Nie, J., Ding, Y., Yue, J., & Wu, Y. (2023). How close is ChatGPT to human experts? Comparison corpus, evaluation, and detection.

Huang, M., Wang, S., Shi, Y., & Zhou, J. (2016). Dolphin18K: A large dataset for math word problems. In *Computational Linguistics and Intelligent Text Processing* (pp. 450–462).

Kushman, N., Artzi, Y., Zettlemoyer, L., & Barzilay, R. (2014). Algorithmic problem solving: A dataset for evaluating the performance of algorithmic solutions. *Computational Linguistics, 40*(2), 475–490.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. London: Routledge & Kegan Paul.

Pintrich, P. R. (2000b). The role of goal orientation in self-regulated learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of Self-Regulation* (Chap. 13). San Diego, CA: Academic Press.

Rudolph, J., Tan, S., & Tan, S. (2023). ChatGPT: Bullshit spewer or the end of traditional assessments in higher education?. *Journal of Applied Learning and Teaching, 6*(1).

Schunk, D. H. (1996). *Learning theories: An educational perspective* (2nd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Shahriar, S., & Hayawi, K. (2023). Let's have a chat! A conversation with ChatGPT on NLP, GenAI, and Education. *arXiv preprint arXiv:2304.05726*.

Shakarian, P., Koyyalamudi, A., Ngu, N., & Mareedu, L. (2023). An independent evaluation of ChatGPT on mathematical word problems.

Shi, S., Wang, Y., Lin, C. Y., Liu, X., & Rui, Y. (2015). Automatically solving number word problems by semantic parsing and reasoning. In *Proceedings of the 2015 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing* (pp. 1132-1142).

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press.

Zimmerman, B. J. (2000a). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of Self-Regulation* (Chap. 2). San Diego, CA: Academic Press.

Zimmerman, B. J. (2000b). Self-efficacy: An essential motive to learn. *Contemporary Educational Psychology, 25*, 82–91.

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into Practice, 41*(2), 64-70.

An Investigation into the Effects of Integrating Artificial Intelligence into Geometry Learning for Fifth-Grade Elementary Students

Chao-Hsien Hsu[1] Shih-Hsuan Wei[2]

[1] Department of Mathematics Education, National Taichung University
[2] Department of Mathematics Education, National Taichung University

Abstract

This study investigated the effectiveness of integrating artificial intelligence (AI) into geometry learning for fifth-grade elementary school students and examined the relationships among self-directed learning, mathematics self-efficacy, and mathematics learning achievement. A quantitative research design was adopted. The participants were 116 fifth-grade students from an elementary school in Taichung City, Taiwan. To support geometry instruction, an AI-based system for generating geometry-related mathematical word problems and providing step-by-step hints was developed as a web-based learning tool. Data were collected through a self-directed learning scale, a mathematics self-efficacy scale, and a mathematics achievement test, and were analyzed using descriptive statistics, reliability analysis, Pearson correlation, and inferential statistics.

The results indicated that both the self-directed learning scale and the mathematics self-efficacy scale demonstrated satisfactory internal consistency. Descriptive statistics further showed that students' levels of self-directed learning and mathematics self-efficacy were above the moderate level, suggesting a generally positive acceptance of the AI-supported learning environment. Correlation analyses revealed significant positive relationships among self-directed learning, mathematics self-efficacy, and geometry learning achievement. In particular, self-directed learning was strongly associated with mathematics self-efficacy, indicating that students who were more capable of planning, monitoring, and adjusting their learning processes also tended to hold stronger confidence in their mathematical abilities. Moreover, no significant differences were found in learning achievement, self-directed learning, or self-efficacy between students with and without after-school mathematics tutoring.

Overall, the findings suggest that AI-supported geometry learning has considerable potential to enhance student engagement, provide immediate problem-solving assistance, and promote positive learning outcomes. The study also highlights the educational value of AI as a supportive tool for fostering adaptive learning experiences in elementary mathematics classrooms and offers implications for the future design of intelligent learning systems in mathematics education.

Keywords: AI Deep Learning, Mathematical Word Problems, Geometry Instruction, Self-Directed Learning, Mathematics Self-Efficacy

生成式 AI 於國中會考與大學學測數學科之解題表現與錯誤類型跨學段比較

許書豪[1]　呂鳳琳[2]　左台益[3]　孫裕旻[4]　陳育賢[5]
[1]國立臺灣師範大學數學系 nuheroteach@gmail.com
[2]國家教育研究院課程及教學研究中心 lufl@mail.naer.edu.tw
[3]國立臺灣師範大學數學系 tsoty@ntnu.edu.tw
[4]國立臺灣師範大學數學系 henrybaby10@gmail.com
[5]國立臺灣師範大學數學系 emily1111ch@gmail.com

摘要

近年生成式 AI 於教育領域展現巨大潛力，然其作為數學學習輔助工具之解題精確度與教學適當性，仍亟需嚴謹的評估。本研究使用 GPT-4o 模型，針對 111 至 113 年度之國中會考與大學學測數學試題進行解題測試，並依據難易度、數學主題及試題型態等面向進行跨學段之表現比較與錯題分析。

結果顯示，ChatGPT 在國高中階段皆具備了「中等至中上」的數學能力。在跨學段表現上，於「數與量」、「代數」及「資料與不確定性」等純文字符號運算展現共通優勢，且面對國中困難題的表現優於學生平均；然而，其在「空間與形狀」及「坐標幾何」等帶有附圖的題型表現較差，亦不擅長處理高中的多概念複雜難題。

在錯誤類型的比較上，國中會考有近五成的錯誤與圖形相關，顯示 ChatGPT 在綜合幾何概念與視覺推理能力上仍相當缺乏；而大學學測的錯誤則多集中於「題目解讀錯誤」與「推理不完整」，主因在於高中試題資訊量與抽象程度較高，大語言模型受限於上下文長度限制，易在多步解析中產生推理錯誤。

本研究描繪出大型語言模型在處理基礎至進階數學問題的能力界限，指出貿然將其直接引入教育現場的風險，並為未來透過提示工程與資料檢索強化解題正確性，以及 AI 輔助適性化教學的後續應用提供了實證見解。

關鍵字：生成式 AI、數學解題表現、錯誤類型、跨學段比較、大考數學試題

壹、緒論

一、研究動機與背景

近年來，人工智慧(Artificial Intelligence [AI])技術在教育中的應用已是重要的研究主題，例如推薦適性化教材、擔任虛擬家教引導學習等(Pepin, Buchholtz, & Salinas-Hernández, 2025; 伍柏翰、張雅綺，2024)。自 2022 年 11 月 30 日 ChatGPT 問世以來(OpenAI, 2022)，AI 浪潮再次席捲全球，所有人都能透過聊天機器人溝通，從 AI 那裡獲得即時回應。OpenAI 在 2024 年 5 月 13 日發表會上公佈了 GPT-4o 模型，並由可汗學院(Khan Academy)創辦人 Salman 及兒子 Imran 示範，如何使用 ChatGPT 輔導學生解幾何問題。在過程中，ChatGPT 以蘇格拉底式詰問法，透過連續提問來引導學生思考，而不是直接拋出詳解與答案。生成

式 AI(Generative AI [GAI])技術的極速進展，讓教育現場開始探索更多可能性。教師會開始嘗試與 AI 討論教案或生成教學素材，學生則期望 AI 能幫忙解決課業上的問題。

在臺灣，學生於 108 課綱國中數學教育會考非選擇題的平均表現不佳，解題過程中的表達、推理、解釋等能力需加強培養(臺灣 PISA 國家研究中心，2018)。在教育現場，學生嘗試使用 ChatGPT 協助解數學問題，而教師社群也開始討論與 ChatGPT 共同協作試題編制。未來若能適當引入生成式 AI 輔助數學解題教學，不僅可在教學現場為教師帶來助力，也能成為學生自主學習的得力夥伴。然而，ChatGPT 此類大語言模型在數學解題上無法達到預期的準確度(Dao & Le, 2023; Guler, Dertli, Boran, & Yildiz, 2024)，仍需進一步瞭解其潛力與侷限。

二、研究目的

本研究旨在檢驗生成式 AI(ChatGPT)面對臺灣兩大指標性升學考試(國中會考與大學學測)數學科試題的解題能力與侷限。透過比較 ChatGPT 在國中與高中階段的數學解題表現差異，以及探究其答錯題目之錯誤類型，藉此描繪出大型語言模型在處理基礎至進階數學問題時的能力界限，從而為生成式 AI 融入中學數學教育的潛力、限制與適性化應用提供實證見解。基於上述，本研究提出以下研究問題：

- ChatGPT 在國中會考與大學學測數學試題的解題表現上，面對不同難易度、數學主題以及試題型態時，展現出哪些跨學段的共通優勢與劣勢？
- ChatGPT 在國中會考與大學學測數學試題答錯題目之錯誤類型有何差異？

貳、文獻探討

一、生成式 AI 於數學教育之解題表現與限制

隨著人工智慧技術的極速進展，生成式 AI(如 ChatGPT)在數學教育領域展現出巨大的應用潛力，能為學生提供個別化學習路徑與互動式引導。然而，大語言模型在處理數學解題時，仍存在不容忽視的先天限制。Pepin 等人(2025)指出，ChatGPT 在面對高深的數學問題與複雜的推理任務時，其解題品質參差不齊，仍存在顯著的侷限。此外，Almarashdi 等人(2024)的研究亦表明，ChatGPT 在困難或高層次的數學問題上仍有障礙，特別是在空間幾何等領域的表現尤為弱勢。在視覺資訊的處理上，Dao 與 Le(2023)指出，ChatGPT 對於複雜數學問題，尤其在「詮釋圖像輔助資料」與「視覺推理」上仍有極大的限制。Guler 等人(2024)進一步發現，當數學題目中加入圖表，或是與角度相關的幾何變項時，AI 往往無法建立正確的關聯；甚至在將語文敘述轉換為代數式的過程中，也極易產生誤解。綜合上述文獻可知，生成式 AI 雖具備強大的文字符號處理能力，但在多模態的視覺感知、空間幾何推理，以及高層次邏輯演算上，仍有明顯的能力邊界。

二、數學試題難易度與認知複雜度

曹亮吉與朱惠文(2007)從大考命題的觀點出發，提出影響試題難易度的主要因素包含：數學內容、解題所需的步驟數(即概念連結的多寡)，以及思考策略。其中，思考策略可分為機械性、多樣性與彈性，若試題需要運用不易想到的關鍵步驟或特殊的解題路徑(彈性)，其難度將大幅提升。

從認知分析的角度，洪碧霞等人(2006)則提出解題所需的「認知運作複雜

程度」對試題難度具有高度解釋力。其評估成分包含計算量、步驟數、表徵轉化、關係推衍與抽象邏輯等。例如，代數領域高度關聯於計算量與情境轉換，而幾何領域則高度依賴關係推衍與表徵轉化。因此，人類學習者面對不同難易度的數學試題，在解題過程中認知運作的複雜程度也有所不同。而 ChatGPT 等大型語言模型也會面臨類似的情況，當它遇到多概念複合的困難數學題目時，將增加計算量與解題步驟數，必須耗費更多的算力與工作記憶區來解決問題，進而影響最終的解題表現。

三、 數學解題之錯誤類型

探究大語言模型解題錯誤之機制，可借鑒過往學者針對人類學習者所發展出的錯誤類型理論框架。Radatz(1979)從訊息處理機制的視角，將數學錯誤歸納為五大類。其中，「語言困難」指學習者對於數學文本語意產生誤解；而「獲取空間訊息困難」是重大錯誤根源，學習者在空間想像上的缺乏，會導致處理視覺或圖像表徵時發生困難。另一方面，《錯解辨析》一書將數學解題錯誤歸納為：概念不清、推理無據、忽視條件與考慮不周等四大類。其中，「忽視條件」包含忽視題目中的隱含條件或取值範圍，而「推理無據」與「考慮不周」則包含濫用法則、顧此失彼與檢驗不當。上述這些分類，可作為本研究分析 ChatGPT 數學解題錯誤類型之參考依據。

參、研究方法

一、蒐集 ChatGPT 答題結果與過程

本研究使用 OpenAI 公司的 ChatGPT 大語言模型進行 111 至 113 年度國中會考與大學學測數學科試題解題，於 2024 年下半年施作，採用 GPT-4o 模型。在未給予系統提示指令與參考資料的情況下，逐題截圖貼入 ChatGPT 對話窗，並要求回答數學問題。記錄每一題的作答情況並進行批改，計算它在每份大考數學試卷的得分。

二、分析 ChatGPT 解題表現

研究者觀察前導研究測試結果，發現 ChatGPT 在解題過程中可能會受到試題形式、題目難度以及牽涉到的數學概念等因素，影響最終解題表現。因此，將數學試題依「難易度」、「主題類別」、「題目型態」等類別進行細部分析，探討其數學解題之優勢與劣勢。

(一) 整體結果

本研究使用 ChatGPT 模擬參加數學科升學考試，依其作答情況批改分數，並計算相對應的會考成績等級標示以及學測級分。在國中會考，ChatGPT 作答時會出現結果正確，但解題過程出現錯誤的情況，而在大學學測解題則無此現象。因此分析結果時，將國中會考得分區分為「不考慮過程」及「考慮過程」。

(二) 依難易度分類

依據國中教育會考數學科試題分析中所公布的各題學生答對率，將試題分為簡易(答對率 60%以上，29 題)、適中(答對率 40%-60%，30 題)、困難(40%以下，16 題)等三種難易度來進行分析。大學學測數學科則依據大考中心公告之答對率及鑑別度表，將選擇試題分為簡易(答對率 60%以上，9 題)、適中(答對率 35%-60%，27 題)、困難(35% 以下，18 題)等三種難易度來進行分析。

(三) 依主題類別分類

依據數學科課程綱要中的學習內容主題類別，將試題分為 N(數與量)、S(空間與形狀)、A(代數)、F(函數)、G(坐標幾何)、D(資料與不確定性)等六種主題類別來進行分析。

(四) 依題目型態分類

從前導研究的測試結果可以發現，ChatGPT 較不擅長解決圖形和空間相關概念題型，且這類型的題目除了文字敘述，通常會搭配附圖。研究者認為題目是否有附圖，以及題幹文字是否有圖形訊息，是影響 ChatGPT 解題正確性的關鍵因素。據此將國中會考數學題目分成四個類型：1. 有附圖且為數學圖形、2. 有附圖但非數學圖形、3. 無附圖但題幹有圖形訊息、4. 無附圖且題幹無圖形訊息。大學學測試題沒有出現「2. 有附圖但非數學圖形」題目類型，因此僅分成 1、3、4 等三個類型。

三、分析 ChatGPT 答錯題目之錯誤類型

研究者分析 ChatGPT 在國中會考數學科試題答題錯誤(共 48 題)的解題過程，將出錯原因歸為五個類別，分別是題目解讀錯誤、圖像解讀錯誤、圖形推理錯誤、隱藏條件錯誤、其他。「題目解讀錯誤」是指對於題目中，包含題幹或選項中的文字敘述解讀有誤；「圖像解讀錯誤」是指對於題目中，附圖所包含的資訊解讀有誤；「圖形推理錯誤」是指對於幾何類型題目中，推理過程出現錯誤；「隱藏條件錯誤」是指在解題過程中，未使用到題目敘述中的隱藏條件；「其他錯誤」包含推理錯誤、數學觀念錯誤、自創條件、非選題未滿足評分標準等。

而 ChatGPT 在解讀大學學測數學科試題題目時，也會出現「題目解讀錯誤」和「圖像解讀錯誤」。在解題過程中，會發生與推理有關的錯誤，例如：計算出錯、推論錯誤、未完整討論所有可能性、臆造解法...等，研究者將其歸類到「推理不完整」。

肆、研究結果

一、ChatGPT 解題表現

(一) 整體結果

僅核對 ChatGPT 最終答案而不去考量過程是否正確，在 111 至 113 年度國中會考數學科表現落在 B 至 B+區間；若考量過程正確性，表現落在 C 至 B 區間。而 ChatGPT 在 111 至 113 年度大學學測數學科表現達到均標至前標。綜合來看，ChatGPT 無論在國中或高中階段，皆具備了「中等至中上」的數學能力。

圖 4-1

ChatGPT 國中數學教育會考測驗結果得分

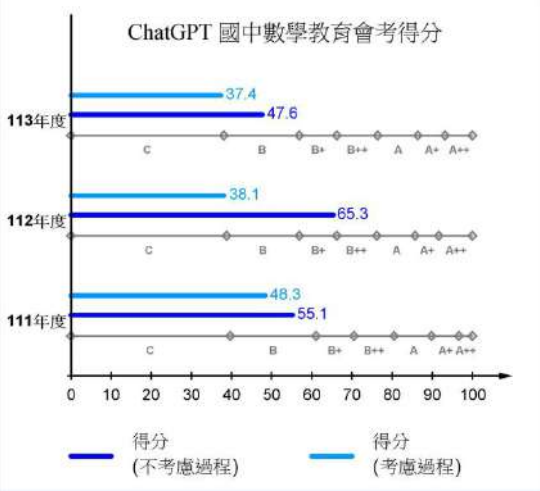
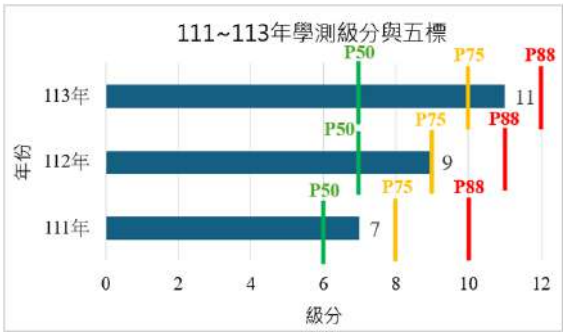


圖 4-2

ChatGPT 大學學測測驗結果級分



(二) 依難易度分類

ChatGPT 在國中與高中數學科試題答題表現趨勢，大致符合難易度分類，在簡易題表現好，困難題表現差。其中，ChatGPT 在國中階段困難題表現優於學生平均表現，但在高中階段困難題出現不穩定的驟降表現，例如 111 年學測困難題僅有 2%得分率。這顯示 ChatGPT 的推理能力很可能不擅於處理高中階段多概念複雜難題。

圖 4-3

ChatGPT 國中數學教育會考測驗結果得分率：依難易度分類

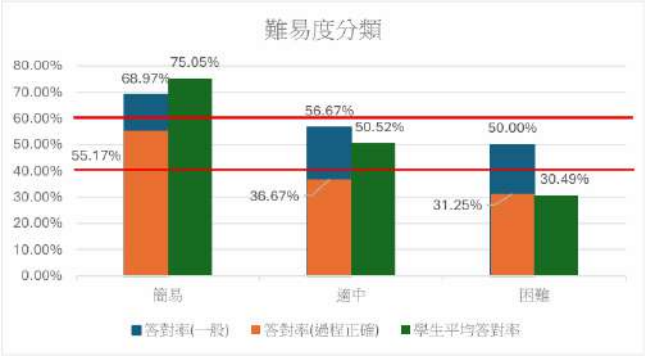


表 4-1

ChatGPT 大學學測測驗結果得分率：依難易度分類

	111 學測		112 學測		113 學測	
難易程度	題數	得分率	題數	得分率	題數	得分率
易	1	1.00	4	0.65	4	1.00
中	8	0.76	9	0.70	10	0.52
難	9	0.02	5	0.40	4	0.50

(三) 依主題類別分類

ChatGPT 在國高中數學共通的優勢在於「數與量(N)」、「代數(A)」以及「資料與不確定性(D)」等主題類別，但在其他類別表現較差，例如會考中表現最差的是「空間與形狀(S)」；學測中得分率墊底的則是「坐標幾何(G)」。這項結果印證 ChatGPT 等大型語言模型在純文字符號運算與代數邏輯上的優勢，但卻極度缺乏空間概念認知與推理能力(Dao & Le, 2023)。

圖 4-4

ChatGPT 國中數學教育會考測驗結果得分率：依主題類別分類



表 4-2

ChatGPT 大學學測測驗結果得分率：依主題類別分類

	111 學測		112 學測		113 學測	
學習內容主題	題數	得分率	題數	得分率	題數	得分率
N 數與量	4	0.76	3	1.00	3	0.73
S 空間與形狀	1	0.60	1	0.00	0	-
G 坐標幾何	11	0.22	10	0.40	11	0.47
A 代數	5	0.52	3	0.67	5	0.64
F 函數	4	0.45	2	0.50	7	0.79
D 資料與不確定性	4	0.50	5	0.72	5	0.76

(四) 依題目型態分類

ChatGPT 在無附圖且題幹無圖形訊息(如類型 4)的題型解題表現優於學生；而題目在有附圖(如類型 1 和類型 2)的情況下，ChatGPT 解題過程中容易出現錯誤，答對率不到 20%。在大學學測數學科試題也有類似的結果，當題目中含有數學圖形相關訊息，或是題幹中有附上圖表，ChatGPT 解題表現明顯偏低。

圖 4-5

ChatGPT 國中數學教育會考測驗結果得分率：依題目型態分類

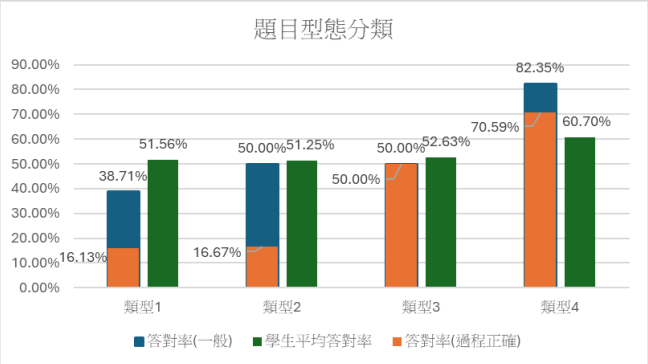


表 4-3

ChatGPT 大學學測測驗結果得分率：依題目型態分類

題目型態	111 學測		112 學測		113 學測	
	題數	得分率	題數	得分率	題數	得分率
題幹有圖形訊息有附圖表	5	0.24	5	0.20	1	0.00
題幹有圖形訊息無附圖表	7	0.17	8	0.63	10	0.56
題幹無圖形訊息無附圖表	8	0.65	7	0.66	9	0.76

二、ChatGPT 答錯題目之錯誤類型

ChatGPT 在國中會考數學科答錯的 48 題中，主要問題在「題目解讀錯誤」、「圖像解讀錯誤」與「圖形推理錯誤」。在「題目解讀錯誤」部份，推測是 ChatGPT 對繁體中文撰寫之題目語意解讀仍不夠精準，例如 111 年第 3 題，它將「下列何者為 156 的質因數」理解為「156 有多少個質因數」。而「圖像解讀錯誤」和「圖形推理錯誤」合計 46%，無法正確解讀圖像資訊，也無法利用幾何概念進行正確推理，可見 ChatGPT 對於圖像的辨識與解析準確度，以及幾何推理能力仍顯不足。

而在大學學測數學科試題方面，同樣有「題目解讀錯誤」和「圖像解讀錯誤」。與會考試題相較之下，學測數學科試題較少附圖，因此 ChatGPT 在學測數學科試題答題出現「圖像解讀錯誤」的比例和題數較低。而「題目解讀錯誤」和「推理不完整」比例偏高，很可能是學測數學科試題題目資訊量和抽象程度較高，進而影響 ChatGPT 解讀題目和推理能力。

圖 4-6

ChatGPT 國中數學教育會考答錯題目之錯誤類型

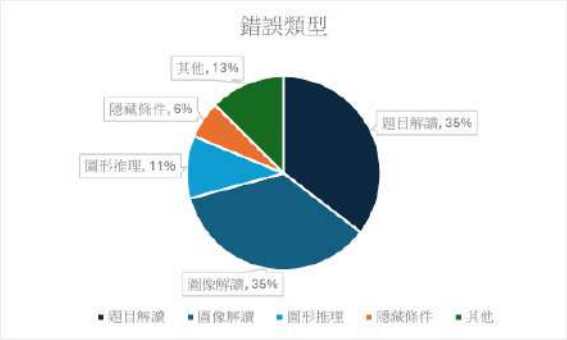


表 4-3

ChatGPT 大學學測答錯題目之錯誤類型

答錯題目之錯誤類型	111 學測		112 學測		113 學測	
	題數	佔比	題數	佔比	題數	佔比
圖像解讀錯誤	4	24%	1	8%	2	15%
題目解讀錯誤	9	53%	5	42%	5	38%
推理不完整	4	24%	6	50%	6	46%
總計	17	-	12	-	13	-

伍、結論與建議

綜合前段研究結果可發現，ChatGPT 在國中或高中階段已具備了「中等至中上」的數學能力。對於困難問題，ChatGPT 優於國中學生平均表現，但在高中階段多概念複雜難題卻不太擅長。遇到圖形相關的數學主題解題表現較差，如「空間與形狀(S)」和「坐標幾何」，而這類型題目通常帶有附圖或圖形訊息，造成 ChatGPT 解讀上的困難。因此，GPT-4o 模型在數學解題上的優勢，在於「數與量(N)」、「代數(A)」以及「資料與不確定性(D)」等純文字符號與代數相關的主題類別，且在題目僅有文字且無附圖的情況下表現較佳。

反過來說，「空間與形狀(S)」和「坐標幾何(G)」等與圖形相關數學主題，以及帶有附圖或圖形訊息的題目對 ChatGPT 來說是不小的挑戰。這也反映到 ChatGPT 答錯題目的錯誤類型中，在國中會考試題有接近五成錯誤與圖形相關。觀察 ChatGPT 解題過程，可發現它在綜合幾何的概念與推理能力仍相當缺乏。而在大學學測試題答錯題目中，多集中在「題目解讀錯誤」和「推理不完整」。學測數學科試題題目資訊量和抽象程度較高，讓 ChatGPT 要使用更多的詞元(token)去進行解析與推理，但大語言模型又有上下文長度(context length)的限制，容易讓 ChatGPT 在解題過程中產生錯誤。

儘管 GPT-4o 模型已具備不錯的數學解題能力，若貿然將其直接引入教育現場會帶來風險。當學生解數學問題時遇到困難，求助 ChatGPT 可能會得到錯誤的解釋，反而會成為學習上的阻礙。因此，透過一些方法來提升大語言模型聊天機器人的數學解題正確性將是重要的研究議題，例如加強提示工程與資料檢索來提升數學能力，以達到滿分或頂標的極限。另一方面，當 ChatGPT 解答數學問題是一次性回應解析與作答過程，造成學生閱讀困難與認知負荷。如何適當地運用生成式 AI 提升學生數學解題能力，也有待後續研究。

參考文獻

九章出版社編輯部(1988)。**錯解辨析**。九章。

伍柏翰、張雅綺(2024)。應用生成式 AI 工具於國高中教育之影響與因應策略。**臺灣教育評論月刊，13**(11)，39-44。

洪碧霞、林素微、林娟如(2006)。認知複雜度分析架構對 TASA-MAT 六年級線上測驗試題難度的解釋力。**教育研究與發展期刊，4**(2)，69-86。

曹亮吉、朱惠文(2007)。數學科測驗難易度主觀預估與客觀反應。**考試學刊，3**，59-79。

臺灣 PISA 國家研究中心(2018)。**PISA 2018 台灣學生表現**。心理出版社。https://cirn.moe.edu.tw/WebContent/index.aspx?sid=1199&mid=14127

Almarashdi, H. S., Jarrah, A. M., Abu Khurma, O., & Gningue, S. M. (2024). Unveiling the potential: A systematic review of ChatGPT in transforming mathematics teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(12). https://doi.org/10.29333/ejmste/15739

Dao, X. Q., & Le, N. B. (2023). *Investigating the effectiveness of ChatGPT in mathematical reasoning and problem solving: evidence from the Vietnamese national high school graduation examination*. arXiv. https://doi.org/10.48550/arxiv.2306.06331

Guler, N. K., Dertli, Z. G., Boran, E., & Yildiz, B. (2024). An artificial intelligence application in mathematics education: Evaluating ChatGPT's academic achievement in a mathematics exam. *Pedagogical Research*, *9*(2), Article em0188. https://doi.org/10.29333/pr/14145

OpenAI. (2022, December 15). *ChatGPT — Release Notes*. OpenAI. https://help.openai.com/en/articles/6825453-chatgpt-release-notes#h_e18c6a1b3a

Pepin, B., Buchholtz, N., & Salinas-Hernández, U. (2025). A Scoping Survey of ChatGPT in Mathematics Education. *Digital Experiences in Mathematics Education*, *11*(1), 9–41. https://doi.org/10.1007/s40751-025-00172-1

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *10*(3), 163–172. https://doi.org/10.2307/748804

A Cross-Phase Comparison of Generative AI's Problem-Solving Performance and Error Types in Junior High and Senior High Mathematics Entrance Exams

Shu-Hao Hsu[1] Feng-Lin Lu[2] Tai-Yih Tso[1]
Yu-Min Sun[1] Yu-Hsien Chen[1]
[1]Department of Mathematics, National Taiwan Normal University
[2] Research Center for Curriculum and Instruction, National Academy for Educational Research

Abstract

In recent years, generative AI has demonstrated immense potential in the field of education; however, its problem-solving accuracy and pedagogical appropriateness as a mathematics learning tool still require rigorous evaluation. This study uses the GPT-4o model to conduct problem-solving tests on mathematics questions from Taiwan's Junior High Comprehensive Assessment Program (CAP) and Senior High General Scholastic Ability Test (GSAT) from 2022 to 2024. It performs a cross-phase performance comparison and error analysis based on difficulty, mathematical topics, and item formats.

Results indicate that ChatGPT possesses intermediate to upper-intermediate mathematical capabilities at both junior and senior high school levels. Across phases, it demonstrated common strengths in text-based symbolic computations, such as "Number and Quantity," "Algebra," and "Data and Uncertainty," and even outperformed the student average on difficult CAP questions. However, it performed poorly on diagram-based items like "Space and Shape" and "Coordinate Geometry," and struggled with complex, multi-concept GSAT problems.

Regarding error types, nearly 50% of CAP errors were diagram-related, revealing ChatGPT's significant lack of comprehensive geometric concepts and visual reasoning abilities. Conversely, GSAT errors were primarily concentrated in "textual misinterpretations" and "incomplete reasoning." This is mainly due to the higher information density and abstractness of senior high questions, where large language models, constrained by context length, are prone to making reasoning errors during multi-step analysis.

This study delineates the capability boundaries of large language models in handling basic to advanced mathematical problems, highlights the risks of prematurely introducing them into educational settings, and provides empirical insights for enhancing accuracy through prompt engineering and data retrieval, as well as for future applications in AI-assisted adaptive teaching.

Key words: Generative AI, mathematical problem-solving performance, error types, cross-phase comparison, mathematics entrance exams

應用生成式 AI 於高中數學命題設計與效能之研究

呂鳳琳[1] 許書豪[2] 左台益[3] 陳育賢[4]
[1]國家教育研究院課程及教學研究中心 lufl@mail.naer.edu.tw
[2]國立臺灣師範大學數學系 nuheroteach@gmail.com
[3]國立臺灣師範大學數學系 tsoty@ntnu.edu.tw
[4]國立臺灣師範大學數學系 emily1111ch@gmail.com

摘要

本研究旨在探討生成式人工智慧（Generative AI）於臺灣高中數學學科能力測驗中作為自動命題工具的應用潛力。研究動機源於 108 課綱推行後，素養導向試題的編製成為教學現場教師的沉重負擔；然而，傳統自動試題生成（AIG）技術多受限於結構化模板，僅能進行數據變動，缺乏語意靈活性且難以預測試題難度。為解決此困境，本研究建置一套符合數學認知層次與難度可控機制的「自動化數學命題系統」，其重要性在於不僅能模擬 108 課綱下之學測數 A 考科風格，更建立了具備理論支撐的難度控制模型。系統設計包含「整卷仿作」與「自訂參數」雙重模式，透過提示工程與 Markdown/LaTeX 知識庫的嵌入，導引 AI 產出模擬試題。接著透過準備、訓練與建置實證等三階段實驗流程，開發並驗證「思考策略指標」之預測效果。為確保 AI 判斷之穩定性，本研究發展出思考策略「版本一」作為系統核心參數，定義包含三級：等級 1「基本」(單一概念代入計算)、等級 2「進階」(跨單元整合或多步驟拆解)、以及等級 3「挑戰」(隱含條件辨識或逆推思維)。研究結果顯示，以「版本一」指標引導系統判斷之複雜度等級，與學測實際難度具備中高度正相關（$r_s = 0.6133$），證實其具備有效的難度參考價值。此外，由試題產出品質分析顯示，自訂參數模式之題目與詳解正確率顯著優於受多重約束的整卷仿作模式。本研究進一步發現 AI 於複雜幾何解讀與嚴密推理上仍有待改進，並提出「人機協作」命題流程建議供後續研究參考。

關鍵字：生成式 AI、自動試題生成、數學命題、試題複雜度、人機協作

壹、緒論

一、研究動機與背景

隨著 2022 年 OpenAI 釋出 ChatGPT，生成式人工智慧（Generative AI）迅速滲透至人類社會的各個層面，更引領教育評量體系邁向「智慧化」轉型的關鍵時刻。聯合國教科文組織於 2024 年發布之《教師人工智慧素養框架》，明確將「AI 教學法」與「AI 促進職業發展」列為教師核心能力，強調教育者應具備運用 AI 工具進行教學設計與評量創新的能力。在臺灣，教育部（2024）發布之《中小學數位教學指引 3.0》，亦正式指引教師如何將生成式 AI 導入備課、教學與評量三大階段，顯示 AI 輔助教學已從邊緣技術轉向政策核心。

然而，在數學教育實務現場，高品質的評量編製始終是第一線教師面臨的沉重負擔。特別是在 108 課綱推行後，大學入學學科能力測驗（以下簡稱學測）之數學考科大幅強化了「素養導向」與「跨單元複合概念」的命題邏輯，不僅要

求試題須具備數學嚴謹性，更需對應精確的認知難度分布。儘管教師可仰賴出版社題庫或歷屆試題，但現有資源常面臨兩大困境：一是題庫試題多屬單一概念的機械式操作，缺乏大考等級的綜合推理深度；二是模擬考題的難度未能貼近實際大考方向，且缺乏可控的試前複雜度預測指標，導致評量結果難以精確診斷學生的學習程度。

傳統自動試題生成（Automated Item Generation, AIG）技術受限於結構化模板，難以捕捉數學命題中細微的語意邏輯與情境風格。生成式 AI 雖展現出卓越的自然語言處理效能與初步的數學推理潛力，但在實際應用於高風險評量時，仍存在邏輯偏移與正確性不穩定等風險。因此，如何結合教育專業邏輯與提示工程，建構出一套既能模擬學測風格、又能穩定控制難度的自動命題系統，成為當前精準教育發展的迫切需求。本研究基於此背景，嘗試開發客製化高中數學命題系統，旨在為數學教師提供高效且具備難度參考價值的輔助命題方案。

二、研究目的與問題

本研究旨在針對高中學測數 A 考科，開發一套具備專業教育邏輯與難度可控機制的自動化高中數學命題系統。研究焦點在於評估 AI 在複雜度判斷上的預測力，以及不同命題模式下的生成效能。研究問題包含：

1. 引導 ChatGPT 分析學測試題之「思考策略」指標，其預測難度之效果為何？
2. 應用命題 GPTs 系統仿 108 課綱學測考科製作模擬試題，其各模式生成結果之品質差異為何？

貳、文獻探討與理論架構

本章節系統性地梳理自動命題、難度預估與錯誤診斷之理論，並闡述本研究如何從文獻思辨中轉化出「命題理論架構」。

一、試題自動化生成（AIG）的典範轉移

試題自動化生成係指利用計算機技術從模型或結構模式中自動生成題目的過程（Circi et al., 2023）。Gierl 和 Haladyna 提出的「三階段模型」經常被視為試題自動化生成的標準流程：認知模型開發、試題模板建置、以及自動生成與產出（Gierl & Haladyna, 2013）。

隨著大型語言模型（LLM）成熟，AIG 研究正經歷從「固定模板」向「動態提示」的典範轉移。LLM 具備處理非結構化資料的能力，能生成情境高度相關且具語境感知的試題（Chan et al., 2025）。然而，LLM 在無約束下生成的試題往往缺乏數學嚴密性。因此，本研究認為不能單純依賴 AI 的隨機生成，而應將傳統 AIG 的「認知建模」邏輯內化為生成式 AI 的指令結構，以兼顧靈活性與嚴謹性。

二、數學試題複雜度與難度預估理論

數學試題難度的試前評估是確保測驗品質的關鍵。曹亮吉與朱惠文（2007）指出，影響高中數學難度的核心因素包含數學內容、解題步驟數、熟悉度以及「思考策略」。其中，思考策略被區分為機械性（固定解法）、多樣性（多種路徑）及彈性（需突破慣常思維、具備特殊關鍵步驟）三層次。同時，洪碧霞等（2006）強調「表徵轉換」與「情境新穎度」對難度具有高度解釋力。

在發展 AI 複雜度指標時，若採用傳統教育目標分類（如 Bloom 認知層次），AI 常因語意模糊而難以精確判斷理解與應用的界線。因此，本研究決定「轉化」文獻中的思考策略與表徵轉換概念，重新定義出一套專為 AI 命題設計的「思考策略指標」（包含基本、進階、挑戰三等級），使其不僅作為事後分類，而是作為生成式 AI 命題時的核心「調節參數」。

三、數學錯誤診斷理論與認知鷹架設計

為提升 AI 生成內容的正確性，本研究參考 Radatz（1979）的錯誤分類學，其將數學錯誤歸因為語言困難、空間訊息獲取困難、先備技能缺乏、不正確聯想及錯誤策略。

透過對 ChatGPT 在學測試題表現的初步觀察，其錯誤模式（如圖形解讀偏差、題目數據誤讀）與 Radatz 的理論高度吻合。基於此發現，本研究引入「認知鷹架」（Cognitive Scaffold）概念。研究者認為，既然 AI 在視覺空間與語意細節上存在原生弱點，則在命題理論架構中必須強制導入 Markdown 文字格式與 LaTeX 數學式作為「文本鷹架」，並透過思維鏈（CoT）引導其進行邏輯自檢。

四、本研究命題理論架構

本研究透過前述領域文獻的統整，形成一套具層次化的命題理論架構。該架構遵循「結構、參數、控制」的遞進邏輯：

1. 結構層（Structure）：採納 AIG 三階段邏輯，將「知識庫」設定為認知基礎，將「GPTs 指令」設定為規範框架。開發出「整卷仿作」與「自訂參數」雙重模式。
2. 參數層（Parameters）：將曹亮吉（2007）與洪碧霞（2006）的理論收斂為「思考策略等級」，作為 AI 命題時的認知負荷控制器。
3. 控制層（Control）：引入蕭儒棠（2014）的測驗編製程序，要求 AI 在產出前必須先擬定「命題雙向細目表」。這不僅是教育學的要求，更是約束 LLM 隨機性、確保內容效度的技術手段。

透過將抽象的教育理論具體化為 AI 的知識庫配置與系統提示語，本研究建立了一個「符合測量理論規範的 AI 生成環境」，藉此解開 AI 命題隨機性的侷限。

叁、研究方法

本研究採取混合方法設計，透過實驗測試、統計檢驗與邏輯審查，系統性評估 AI 在數學命題領域的應用效度。

一、研究對象與工具

本研究之核心對象為基於 GPT-4 架構的生成式模型：（1）ChatGPT（GPT-4o），用於初期實驗，評估其解讀圖片格式試題之原始能力並建立解題基準（Baseline）；（2）自動化數學命題系統，本研究基於 GPT-4-turbo 開發的客製化模型，嵌入專業知識庫以執行命題任務。研究材料以 111 年至 113 年學測數 A 試題為對標樣本，並由研究者編製 Markdown 與 LaTeX 格式之結構化文本作為 AI 知識庫。

二、研究過程

研究過程分為「準備」、「訓練」與「建置實證」三個階段，分述如下：

第一階段：基準準備與錯誤診斷

研究者將 111 至 113 年學測截圖輸入 GPT-4o，模擬教師最直接的使用行為，觀察其解題邏輯。透過對 60 道題目之質性分析，發現 AI 在處理複雜幾何圖形與數據精度時具備特定弱點，這為後續「認知鷹架」的設計提供了依據。

第二階段：思考策略指標之迭代優化

為發展具備預判能力的複雜度指標，研究者採用與 AI 協作修訂的方式擬定操作型定義。具體做法是依序提供符合難易度 1、2、3 等級的學測代表題，引導 AI 總結其邏輯特徵。此過程共產生兩個版本：

- 版本一：將思考策略定義為基本（單一概念代入）、進階（跨單元整合與多步驟拆解）、挑戰（逆推與隱含條件辨識）三級。其優點在於定義較具彈性，能容納不同解法的認知負荷。
- 版本二： 嘗試在版本一的基礎上進一步擴充描述細節，細化認知動作（如區分表徵轉換的類別）。

經 Spearman r_s 統計檢驗，版本一之相關係數達 $r_s = 0.6133$，且因其語言描述更能避免 AI 在判斷時受到瑣碎計算細節的干擾，故選定「版本一」作為系統核心參數。

第三階段：系統建置與產出實證

將優化之定義、LaTeX 規範與思維鏈（CoT）指令整合至自動化數學命題系統。系統隨後生成五份代表性試卷：包含 111-113 年仿學測整卷試題（三份）與高一、高二自訂單元卷（二份），最後進行邏輯審查與正確性統計。

三、資料分析

本研究採用多元化指標進行分析。首先，計算 ChatGPT 在學測試題之原始得分率，用以換算級分與五標位置以建立能力基準。其次，運用 Spearman 等級相關檢驗，檢定 AI 判定之複雜度等級與實際難度之關聯性，驗證指標之預測力。接著，針對生成試題計算「項目正確性比例」(Accuracy Ratio)，評估題目敘述、詳解邏輯及最終答案之量化效能。最後，透過專家邏輯審查（蕭儒棠，2014)，針對 AI 生成之題目一致性、符號規範及情境合理性進行質性歸納，識別系統待修改之處。

肆、研究結果

一、思考策略（複雜度）與答對率（難易度）之相關性

研究者運用 Spearman 等級相關係數檢驗 AI 試前複雜度預判之效能。結果發現：初次判斷時平均 $r_s = 0.6133$，顯示指標與大考難度呈中高度正相關。換言之，這表示 LLM 具備辨識試題內在認知特徵（如概念整合層次）的能力，與 Gierl 等人（2021）提出的認知建模邏輯一致。然而，當 AI 正確解題後，判斷相關性下降至 $r_s = 0.4274$。經研究者深入分析後發現，AI 會受自身生成的繁瑣計算步驟（如複雜根式化簡）干擾，產生「難度感知偏移」，將邏輯巧妙但計算簡潔的「挑戰題」誤判為易，計算繁雜但僅使用單一數學概念的「基礎題」誤判為難。簡言之，AI 易受運算成本（Computational Cost）干擾，而人類則更受思維跳躍（Thinking Leap）與概念關聯度影響（曹亮吉、朱惠文，2007)。此發現提醒開發者，複雜度判斷應設定於「命題前置階段」而非「解題後反思」。

二、模擬試題生成之正確性評估

表 1 為自動化數學命題系統生成五份模擬卷（111-113 仿作卷與兩份自訂卷）在「題目敘述」、「詳解步驟」、「最終解答」及「單元歸類」四個維度的正確率表現。

表 1 五份模擬卷在各評估項目之正確率

評估項目	111 仿作卷	112 仿作卷	113 仿作卷	自訂卷 1	自訂卷 2
題目敘述	0.68	0.7	0.5	0.5	0.83
詳解步驟	0.26	0.6	0.1	0.75	0.92
最終解答	0.32	0.65	0.15	0.67	0.92
單元歸類	0.84	0.65	0.3	0.33	0.75

根據表 1 數據顯示，AI 在生成模擬試題的正確率上表現出極大的不穩定性。在五份模擬卷中，「自訂卷 2」展現了優異的準確度，其詳解步驟與最終解答均達到 0.92。這證實了 AIG 的一項核心定律：當認知範疇縮小時，模型的邏輯一致性與數據精確度將大幅提升（Chan et al., 2025）。這意味著自動化命題系統目前最成熟的應用應是「單元模組化命題」。然而，「113 仿作卷」在相同指標上僅分別獲得 0.1 與 0.15 的極低分數。這反映出模擬生成任務對於原始輸入資料（Prompt）的敏感度極高，且在處理特定年度或難度的試卷時，AI 容易產生顯著的效能落差，顯示目前技術在標準化量產高品質試題上仍具挑戰。同時也印證了相關研究指出的「崖邊效應」（The Cliff Effect）：當 LLM 同時受到年份風格、題型比例與難度序列等多重強約束時，模型的推理鏈條會發生斷裂，轉向模糊的語意模仿。此外，AI 在「題目敘述」維度的正確率相對穩定（多介於 0.5 至 0.83 之間），展現了強大的自然語言組織能力。然而，一旦涉及「詳解步驟」與「最終解答」等需要多步驟的邏輯推理任務時，正確率便大幅震盪。這印證了國內外 AI 研究中常見的「幻覺（Hallucination）」問題，即模型雖能產出語法通順的文字，但在缺乏外部計算工具或檢索增強生成（RAG）架構的支持下，處理學科專業內容知識（CK）的邏輯正確性仍顯薄弱。在「單元歸類」的分析上，結果顯示 AI 對課程架構的理解尚有侷限（單元歸類正確率最低僅 0.3），這提醒了在推動 AI 輔助命題時，仍需採取「人機協作」模式，由專家進行後端審核，以彌補現階段 AI 在教育專業判斷上的不足。

三、命題結果之質性觀察

研究發現系統生成試題具備以下趨勢：（1）複合概念潛力：AI 能生成結合「三角函數」與「向量」之題組，展現極佳靈感發想價值。（2）圖形條件缺陷：雖題幹提及「如圖」，但系統現階段僅能產出文字描述而非視覺圖形，部分幾何物理限制需人工修正。（3）答案穩定性：部分單選題出現兩個正確答案之現象，顯示對「誘答選項」的邏輯過濾仍有進步空間。（4）系統在處理「坐標幾何」主題時得分率最低（僅 0.22）。這與 Dao 等人（2023）在越南國家考試的研究發現一致：LLM 在「視覺—空間—代數」的轉換鏈條上存在本質斷層。由數據結果顯示「附圖表」題目對 AI 而言往往是負擔而非助力。系統常因無法精確解讀圖中頂點標籤的相對位置，導致坐標系建立發生偏移。本研究提出的「空間坐標文字化」補償策略雖能緩解此問題，但仍突顯出純文本模型在解析臺灣學測複雜幾何情境時的侷限性。

伍、結論與建議

一、結論

本研究建置一套基於生成式 AI 的高中數學自動化命題系統，並證實其具備產出符合 108 課綱精神的高中數學試題之潛力。主要結論如下：

（一）**AI 數學認知的領域差異顯著**。研究結果顯示模型在「數與量」及「純代數」單元得分率最高，但在「坐標幾何」主題表現最弱（最低僅 0.22）。這反映出當前多模態語言模型在「視覺表徵」與「幾何邏輯」之間的轉換上存在顯著斷層。當題幹包含圖形訊息時，AI 的得分率隨圖形複雜度呈反比下降，這證實了在數學 AIG 流程中導入「空間坐標文字化描述」作為認知鷹架的必要性。

（二）**「思考策略」是有效的 AI 試前複雜度預判指標**。本研究根據思考策略發展出的指標在「版本一」中展現了中高度預測力（$r_s = 0.6133$）。然而，研究亦發現「難度感知偏移」的現象，即 AI 在成功解題後會受到繁瑣計算量（如複雜根式化簡）的影響而高估題目難度。這意味著在設計 AI 命題指令時，複雜度分析應被設定為「前置規劃階段」而非「後置反思階段」，以避免計算細節干擾 AI 對認知層次的宏觀判斷。

（三）**「自訂參數模式」的命題效能優於「整卷仿作模式」**。在特定單元框架下，系統產出的詳解與解答正確率可達 0.92，顯著高於受年份、題型比例、難度分佈等多重約束下的整卷仿作（正確率僅約 0.1 至 0.3）。換言之，此研究結果意味著：本研究所開發之 AIG 系統適合輔助教師進行「針對性單元練習題」的產出，尚未能替代人類進行高約束力的整卷組卷任務。

二、建議

在學術研究方面，本研究初步驗證了生成式 AI 在數學命題上的潛力，後續研究建議可進一步探討如何透過提示工程或微調模型，精準對接高中數學領綱中不同層次的評量需求。特別是針對學測數 B 與分科測驗中的數甲或數乙在學科知識上的本質差異。未來研究可針對不同受測對象或測驗目標，開發標準化的命題評鑑準則，藉此評估生成式 AI 在處理高階推理題與跨領域應用題時的嚴謹度與準確性。此外，亦可針對 AI 生成的試題進行效度檢驗，比較 AI 命題與專家命題在學生認知負荷與判別力上的差異，為生成式 AI 在數學測驗研究領域的發展奠定實證基礎。

在教學實務方面，本研究開發或驗證之自動化高中數學命題系統，可直接轉化為支持教師精準教學與學生自主學習的工具。建議教師可運用系統快速產製不同難度、但具備相同數學概念核心的平行卷，以落實課堂中的即時差異化測驗，並減輕教師在出題上的行政負擔。此外，針對學生學習方面，系統可結合個人化的診斷結果，自動派發針對特定弱點單元的精準練習題，達成促進學習的評量（assessment for learning）目標。因此，教師應引導學生理解自動化命題的邏輯，將系統產出的試題作為師生討論解題策略的媒介，而非僅是反覆練習的工具，藉此提升數學課堂在數位轉型過程中的互動性與學習品質。

三、後續研究方向

根據研究結果，本研究建議後續研究可致力於突破當前自動化數學命題系統在複雜推理與圖文整合上的侷限，並提出兩項研究議題供後續研究參考：（1）探索引入「多代理人系統」。透過將命題任務拆解，讓一個 AI 專注於情境

設計，另一個 AI 負責獨立解題校對，第三個 AI 負責依據項目反應理論模型進行難度校準，以解決單一模型在詳解生成上的不穩定性。（2）隨著多模態模型的演進，如何引導 AI 生成具備「圖文邏輯一致性」的幾何試題將是關鍵議題。未來可進一步將「計算步驟數」與「表徵轉換層次」等量化維度納入思考策略指標，以緩解難度感知偏移問題。

參考文獻

教育部（2024）。**中小學數位教學指引 3.0**。https://pads.moe.edu.tw/download.php?action=%E6%95%99%E8%82%B2%E9%83%A8%E4%B8%AD%E5%B0%8F%E5%AD%B8%E6%95%B8%E4%BD%8D%E6%95%99%E5%AD%B8%E6%8C%87%E5%BC%95

曹亮吉、朱惠文（2007）。數學科測驗難易度主觀預估與客觀反應。**考試學刊**，**3**，59-79。

洪碧霞、林素微、林娟如 (2006)。認知複雜度分析架構對 TASA-MAT 六年級線上測驗試題難度的解釋力。**教育研究與發展期刊**，**2** (4)，69-86。

蕭儒棠（2014）。測驗編製程序。載於蕭儒棠、曾建銘、吳慧珉、林世華、謝佩蓉、謝名娟（主編），**測驗之編製：命題技巧與測驗資料之分析**（頁 1-26）。新北市：國家教育研究院。

Chan, K. W., Ali, F., Park, J., Sham, K. S. B., Tan, E. Y. T., Chong, F. W. C., Qian, K., & Sze, G. K. (2025). Automatic item generation in various STEM subjects using large language model prompting. *Computers and Education: Artificial Intelligence, 8*, 100344. https://doi.org/10.1016/j.caeai.2024.100344

Circi, R., Hicks, J., & Sikali, E. (2023). Automatic item generation: Foundations and machine learning-based approaches for assessments. *Frontiers in Education, 8*, 858273. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.858273

Dao, X. Q., Vo, T. D., & Nguyen, T. M. T. (2023). Mathematical capabilities of large language models on Vietnamese high school math test. In *Proceedings of the Eastern International University Scientific Conference 2023 (EIUSC 2023)* (pp. 1-10). Binh Duong, Vietnam: Eastern International University.

Gierl, M. J., & Haladyna, T. M. (Eds.). (2013). *Automatic item generation: Theory and practice*. Routledge.

Gierl, M. J., Lai, H., & Tanygin, V. (2021). *Advanced methods in automatic item generation*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003025634

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *10*(3), 163-172.

UNESCO. (2024). *AI competency framework for teachers*. https://doi.org/10.54675/ZJTE2084

The Effect Investigation of Integrated Interactive Response System in Teaching

Feng-Lin Lu[1] Shu-Hao Hsu[2]
Tai-Yih Tso[3] Yu-Hsien Chen[4]
[1] Research Center for Curriculum and Instruction, National Academy for Educational Research
[2] Department of Mathematics, National Taiwan Normal University
[3] Department of Mathematics, National Taiwan Normal University
[4] Department of Mathematics, National Taiwan Normal University

Abstract

This study explores the potential of Generative Artificial Intelligence (Gen AI) as an automated item generation tool for the General Scholastic Ability Test (GSAT) in Taiwan. The research is motivated by the significant burden placed on teachers to create literacy-oriented items under the 108 Curriculum; furthermore, traditional Automated Item Generation (AIG) techniques are often limited by structured templates that only allow for data variation, lacking semantic flexibility and difficulty prediction. To address these challenges, this study developed an "Automated Mathematical Item Generation System" that aligns with mathematical cognitive levels and incorporates a difficulty control mechanism. The significance of this system lies in its ability to simulate the style of the GSAT Mathematics A exam while establishing a theoretically grounded difficulty control model.

The system architecture features dual modes, such as "Full-paper Mimicry" and "Customized Parameters", and utilizes prompt engineering integrated with Markdown and LaTeX knowledge bases to guide AI output. Through a three-phase experimental process involving preparation, training, and empirical implementation, the study developed and validated "Thinking Strategy" indicators. To ensure the stability of AI judgment, "Version 1" of the Thinking Strategy was established as the core parameter, defined in three levels:

Level 1 "Basic": single-concept calculations.

Level 2 "Advanced": multi-concept integration or multi-step decomposition.

Level 3 "Challenging": identification of implicit conditions or reverse thinking.

Empirical results demonstrate that the complexity levels guided by the "Version 1" indicators achieved a moderate-to-high positive correlation ($r_s = 0.6133$) with actual GSAT difficulty, confirming their value as an effective difficulty-anchoring tool. Additionally, quality analysis revealed that the customized parameter mode significantly outperformed the highly constrained full-paper mimicry mode in terms of item and solution accuracy. This research further identifies native AI weaknesses in complex geometric interpretation and rigorous reasoning, and proposes a "Human-in-the-Loop" workflow as a systematic reference for future research and precision education.

Key words: Generative AI, Automated Item Generation (AIG), Mathematical Proposition, Item Complexity, Human-in-the-Loop

虛擬教具融入於國小六年級數學基準量與比較量單元之學習歷程探究

李佩芝

國立清華大學數理教育研究所 peipeilee1388@gmail.com

摘要

本研究目的旨在探討虛擬教具融入國小六年級數學「基準量與比較量」單元之學習歷程，深入剖析學生運用虛擬教具建構數學概念的認知轉化的過程，以及學習感受與態度之變化。本研究期望藉由具備互動性與動態表徵特質的虛擬教具，協助學生突破抽象概念的學習困境。研究對象為桃園市龍潭區某國小六年級的 22 名學生，並採立意取樣從中選取高、中、低數學成就的學生各 2 名作為半結構式訪談焦點個案。研究方法採質性個案研究，透過為期八節課的教學活動設計，使用虛擬教具平台「PolyPad」融入課堂。讓學生實際操作虛擬教具，將抽象的文字題意轉化為具體的視覺模型，以理解判斷基準量、比較量、兩量和、兩量差及逆推求基準量等核心觀念。研究結果顯示，虛擬教具發揮強大的「認知鷹架」功能，學生能透過動態操作將抽象倍數關係轉化為具體的幾何長度表徵，此視覺化特性對各成就水準學生皆具實質啟發，不僅降低了學生處理複雜逆向推理時的認知負荷，更協助其跳脫死背公式的框架，於動態試誤中自主建構出數學心智模型。

關鍵字：基準量與比較量、虛擬教具、PolyPad

壹、緒論

一、研究動機與背景

在國小六年級數學「基準量與比較量」單元中，學生常因無法透徹理解數量間的動態倍數關係，而流於機械式的公式背誦；當面對應用問題時，往往無法將問題與解題策略成功搭配（洪碧芳，1986）。儘管現行教材多輔以線段圖協助理解，但李玉珍（2013）在教學現場發現，許多學生不僅無法以線段圖表徵基準量問題，甚至無法解讀圖表與題意間的關係，顯示「靜態」的紙本圖表對於部分學生而言仍過於抽象，難以有效呈現量與量之間的動態倍數變化。為突破此教學困境，配合教育部（2021）推動「中小學數位學習精進方案」以達成「生生用平板」之目標，具備高互動性與動態表徵的「虛擬教具」成為了關鍵契機。回顧過去文獻，多項研究已證實虛擬教具在數學學習上的顯著成效。例如，Reimer 與 Moyer（2005）發現虛擬教具能顯著改善學生的概念知識與學習動機；江玉玲（2010）指出其在學習成就與表徵流暢度上顯著優於紙本學習；胡長銘（2009）更進一步證實虛擬教具在「保留性」的學習成效上優於傳統實

體教具。然而，儘管量化研究已證實其成效，但對於學生具體「如何操作」、「如何從中修正迷思概念」以及「解題思考路徑為何」等，仍有待深入釐。因此，本研究旨在透過半結構式訪談，深入探究虛擬教具融入該單元後，學生概念建構與內在認知歷程。

二、研究目的

根據上述研究動機，本研究目的在深入探究國小六年級學生將虛擬教具融入於「基準量與比較量」單元之學習歷程。具體研究問題如下：

一、虛擬教具融入教學對於學生在「基準量與比較量」單元之數學概念發展歷程為何？

二、虛擬教具融入教學對於學生在「基準量與比較量」單元之操作行為與互動表現為何？

三、虛擬教具融入教學對於學生在「基準量與比較量」單元之學習動機與態度影響為何？

貳、文獻探討

一、資訊科技融入教學

配合 108 課綱素養導向，科技載具已轉型為支持學習者主動探究與視覺化建模的「認知工具」，特別在高度抽象的數學單元中，數位工具能提供動態表徵並發揮「認知鷹架」作用。在理論基礎上，依據 Bruner(1966)的表徵理論，數位介面扮演了銜接具體動作與抽象符號間的「圖像表徵」中介，結合 Sweller (1988)的認知負荷理論與 Mayer(2005)的多媒體學習理論，資訊融入能透過視覺與語文雙通道呈現，有效降低無關認知負荷並促進深層理解。國內外實徵研究亦廣泛支持此效益，在認知層面上，數位工具的介入能顯著提升學生的概念理解與學業成就(Tamim 等人，2011；孫嘉懋，2025；楊惠元，2018；蔡郁欣，2021)；在情意層面上，數位平台具備的高互動性與即時回饋機制(Hattie，2009)能創造高容錯的安全練習環境，進而有效降低數學焦慮，並顯著提升學習動機與自我效能感(郭吉模，2004；張家瀛，2017；Sivin-Kachala & Bialo，2000)。

二、虛擬教具

虛擬教具作為填補具體經驗與抽象符號斷層的認知橋樑，展現出極高的教學實用價值。有別於受限的物理實體與靜態圖片，它是具備「動態物件」的互動式視覺表徵，允許學習者主動對物件進行移動或變形探究(Moyer,Bolyard&Spikell,2002；Reimer&Moyer,2005)。動態視覺化能將抽象的數學過程具象化，讓變化一目了然(Spicer, 2000)；其次，高互動性與即時回饋允許學生不斷試誤，並藉由系統創造的「認知衝突」引導學生反思，進而大幅提升學習動機與理解(Durmus & Karakirik, 2006；袁媛與林意晨, 2008)；其多重表徵連結能同步串聯圖像、數字與符號，強迫學習者看見具體操作與抽象算式的關聯，成功跨越認知鴻溝 (Moyer-Packenham & Westenskow, 2013)。實徵研究更強力背書了虛擬教具的實質成效：在個別化教學上，它能為低成就學生精準搭

建「視覺鷹架」，給予即時診斷與補救(許育銘, 2013)；在概念重構上，它能讓學生直接看見錯誤假設的矛盾，透過「做中學」高效修正迷思(朱淳琦,2011；許育銘,2013)；最終，虛擬教具介入教學的整體加權效果量高達 0.628(陳冠霖,2016)，顯著且實質地提升了學生的概念理解與運算能力，完美印證了科技融入教學的強大效益(袁媛與林意晨, 2008)。

三、基準量與比較量單元之表徵教學策略

在處理具備高度抽象倍數關係的「基準量與比較量」單元時，依循Bruner(1966)的認知發展理論，善用「圖像表徵」作為中介鷹架，是協助學生確立「單位 1」測量觀點、避免運算認知斷層的關鍵。然而，現行教材廣泛採用的「靜態線段圖」卻有其實務上的侷限。張景媛(1994)指出，對於空間能力較弱或低成就的學生而言，自行繪製精確的線段圖具備一定難度，且極易因繪圖誤差而誤判題目中的比例關係。為突破此傳統紙本的教學困境，近年教學策略逐漸轉向具備高度彈性的數位動態表徵。透過虛擬教具的拖曳、複製與分割功能，學生能將靜態的長度差異轉化為「可操作的動態圖像」。這不僅保留了傳統線段圖的視覺優勢，更賦予學生動手驗證假設的機會，此發展趨勢完美呼應了 Moyer-Packenham(2013)的觀點。

參、研究方法

一、研究對象

(一)全班：

本研究以桃園市龍潭區某國小六年級之常態編班學生為教學實驗對象。扣除抽離至資源班之 2 名學生後，實際有效樣本為 22 名。

(二)半結構式訪談個案：

研究者將全班學生區分為高、中、低不同成就組別，並從各組中選取 2 名最具代表性之學生，共計 6 名作為本研究之半結構式訪談個案。

二、研究工具

本研究的資料蒐集與教學實施主要透過三個層面的工具來進行：PolyPad 虛擬教具平台、自編教案以及課程結束後的紙筆測驗。研究者在教學上主要是利用學校的無線網路環境，讓學生使用 iPad 操作「PolyPad」虛擬教具平台。在教學設計與資料蒐集方面，研究者以南一版第十二冊數學課本為基礎來設計教案，目標是引導學生透過操作虛擬教具，逐步連結到抽象的數學概念。最後，在單元教學結束後會進行一次不使用平板的紙筆測驗，這個測驗最主要的目的是藉此驗證虛擬教具對學生建構數學概念的實質幫助。

三、資料蒐集工具

本研究透過「課堂觀察」與「半結構式訪談」來捕捉學生內在的認知轉折。在實際授課時，研究者會利用觀察紀錄表，隨時記下學生操作平板的流暢度以及同儕間的意見交流，特別是當學生在解題過程中出現「卡關」或突然「頓悟」的關鍵時刻，這些都會被詳實記錄下來，成為後續訪談時的追問線

索。針對篩選出的焦點個案，研究者進一步搭配以認知表徵理論為基礎的訪談大綱，試圖從動作操作、圖像解題、符號推導以及後設認知等四個層次，深入挖掘他們在面對應用問題時的真實想法。研究者在課程結束後運用了「單元評量卷」與「學習情意問卷」，用來檢視學生學習成效的指標，更是研究初期進行「立意取樣」、挑選出不同成就層次焦點個案的重要依據。此外，教學告一段落後對全班施測情意問卷，提供研究者瞭解學生學習動機、解題信心以及對動態表徵的實用性感受是否有實質提升。情意問卷之簡答題與半結構式訪談逐字稿、觀察紀錄相互對照，透過三角檢證的歷程，確保整個研究詮釋的嚴謹度與可信度。

四、教學活動設計

為確保虛擬教具融入教學順暢，研究者於正式進入課程前，已先行引導學生熟悉 PolyPad 虛擬教具之介面與基本操作，以降低學生在教學過程中因不熟悉軟體而產生的無關認知負荷。在教學活動設計方面，研究者於課前將自編之教學活動與南一版六年級數學課本例題建置於 PolyPad 平台中，並透過 Google Classroom 學習平台以課堂作業形式指派給全班學生。課堂開始，學生可直接從作業區的連結登入 PolyPad 平台，並依據該節課之教學活動設計，彈性採分組或個人形式進行虛擬教具操作。此外，為完整蒐集學生之解題思維，研究者規範學生於操作期間須同步開啟 iPad「螢幕錄製」功能，以動態記錄其表徵操作軌跡；該影片檔案須於課堂結束後繳交至 Google Classroom，作為本研究後續質性分析、三角檢證與歷程回溯之重要實徵資料。

肆、研究結果

一、學生在「找出基準量和比較量之間的倍數關係」的解題表現

在引導學生思考如何利用虛擬教具呈現兩色數棒之間的相對關係時，研究者透過課堂觀察發現，學生多能主動運用系統中的「複製」功能來進行數量的探索與比對。就具體的視覺化操作策略而言，多數學生傾向將複製出的數棒採「上下並置」的方式，與目標數棒進行長度對照(如圖 1 所示)；此外，亦有部分學生選擇以「重疊」的方式進行觀察(如圖 2 所示)。這些直觀的操作軌跡，展現了學生使用虛擬教具的解題彈性，顯示出他們能透過多元的圖像排列方式，來具體釐清題目中基準量與比較量之間的倍數關係。

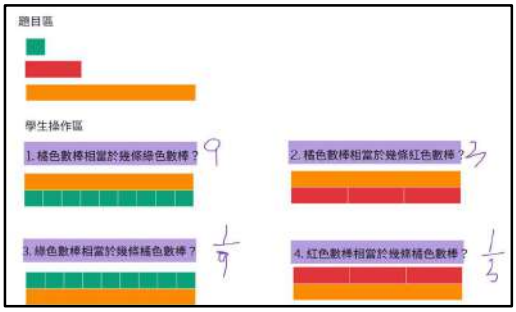


圖 1 學生將兩色數棒上下併置觀察

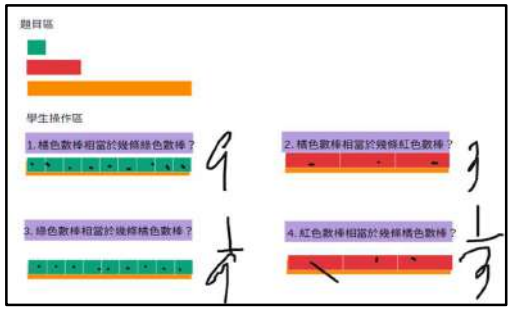


圖 2 將數棒重疊的方式觀察

二、學生在「求基準量和比較量」的解題表現

高成就學生 S16 在解題時，直接拉出標示為「1」與「3」的數棒，分別代表「上個月」與「這個月」的批發價，如圖 3 所示。這顯示該生已成功內化了倍數關係，不再侷限於具體的長度，而是單純用來表示兩量的倍數關係，並能直接將題目文字轉換為乘法概念，並寫出 78x3=234 的算式，展現出良好的符號轉換能力。



圖 3 高成就學生 S16 操作畫面

中成就學生 S11 先拉出一條紅色數棒作為基準量，並在旁邊寫下「上」與實際數值「78」，接著，利用系統的「複製」功能產生三條等長的紅色數棒並將其「頭尾相接」，藉此建構出代表「這個月(3 倍)」的總長度，如圖 5 所示。這種「複製與拼接」的動態軌跡，顯示學生將抽象的「倍數」轉化為具體的空間長度的認知歷程。學生透過視覺上連續拼接的三個數棒，具體驗證了「3 倍即是相當於 3 個基準量」的數學意義，這個視覺鷹架成功協助該生搭建起從具體情境通往抽象乘法算式的橋樑。

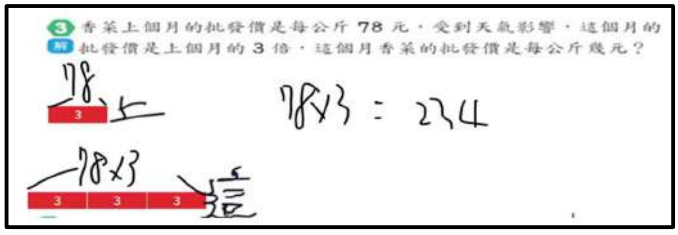


圖 4 中成就學生 S11 操作畫面

低程就學生 S7 亦採用了數棒拼接的策略，但其在認知表徵上展現出對「具體數值」更高度的依賴。該生拉出三條綠色數棒後，選擇在每一條數棒的上方都明確標示了 78，如圖 5 所示。這種將數值反覆填寫於每一區塊的行為，顯示該生的思維正處於從「連加概念(78+78+78)」過渡至「乘法結構(78x3)」的關鍵轉折點。透過這種將數值明確填滿每一條數棒的視覺強化，能有效降低其認知負荷。

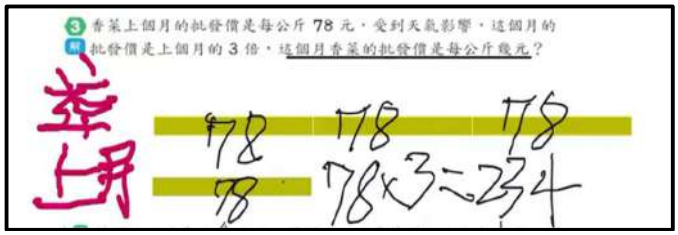


圖 5 低成就學生 S11 操作畫面

高成就學生 S11 跳脫公式框架的思維，從操作畫面中可以觀察到，該生於拉出兩條「50%」的橘色分數條，將其拼接以代表「原本容量(基準量 100%)」，接著，在後方拼接一條「25%」的紅色分數條。透過這個視覺化模型，該生將增量後的總容量 375mL，表徵為一段總長為「125%」的數棒，他在腦海中解構為 125 份單位(即每一份為 1%)，用「375÷125=3」計算出「1%對應的容量為 3mL」，再列出「3×100=300」推導出原本的容量，如圖 6 所示。該生利用直觀的「份數」概念與乘除法邏輯，自主建構出正確的解題路徑，展現出高度內化的數學心智模型。

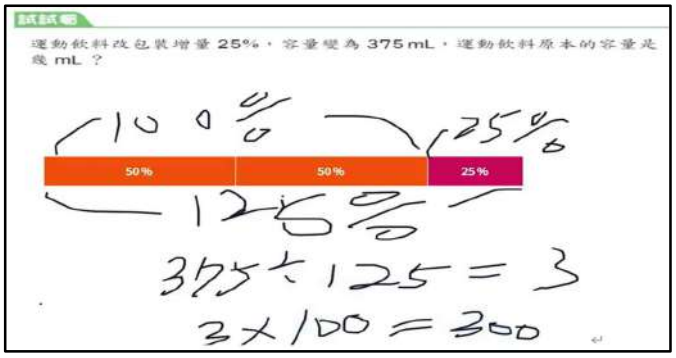


圖 6 高成就學生 S11 操作畫面

三、學生在「求兩量和或兩量差」的解題表現

研究者觀察到中成就學生 S12 拉出「25%」的分數條作為「重新定義的測量單位」，他以三條 25%分數條拼接來表徵「滿 80 分(佔 75%)」的人，並再拼接一條 25%分數條，用以表徵「未滿 80 分(佔 25%)」的 6 個人。該生透過虛擬教具的視覺輔助，察覺到題目中兩量皆能以「25%」作為共同的計量單位。當學生在視覺畫面上明確建立起「1 條 25%分數條等於 6 個人」的對應關係後，其直觀寫下「6×4=24」的算式得出總人數，如圖 7 所示。此解題歷程不僅證明了動態圖像表徵能有效降低逆向推理時的認知負荷，更凸顯了虛擬教具在協助學生跳脫死背公式、自主建構等價比例關係上的卓越貢獻。

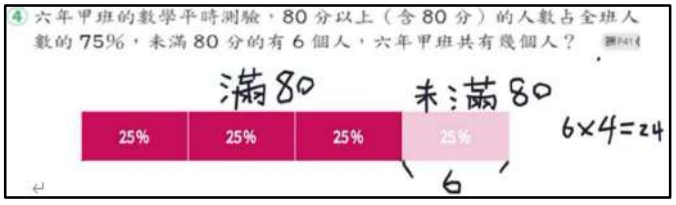


圖 7 中程就學生 S12 操作畫面

四、學生在「從兩量和或兩量差求基準量」的解題表現

在面對「已知兩量和與倍數關係，逆求基準量」的典型問題時，研究者觀察到低程就學生 S1 展現出跳脫傳統框架的思維。從該生的操作與運算畫面中可以發現其透過數棒的視覺輔助，將「宇荷的 1 倍」與「媽媽的 4 倍」具象化，在腦海中重組出一個「5 個相等的數棒」，並觀察到宇荷的年齡佔了整體的「五分之一」，如圖8所示。透過這個視覺鷹架，學生的解題邏輯成功從逆向、容易混

淆的「除以倍數和」，過渡到直觀的「求整體的幾分之幾」。更強烈印證了虛擬教具的視覺表徵，能有效賦予學生跳脫死背公式的方式，引導其自主建構出數學模型。



圖 8 低程就學生 S1 操作畫面

五、情意問卷

研究者將全班 22 位學生填寫之情意問卷進行敘述性統計，本研究採用李克特五點量表，分為非常同意、同意、普通、不同意、非常不同意五個選項，五個選項分別為 5 分、4 分、3 分、2 分、1 分。研究者將班級平均分數統計如下表：

表 1 學習情意問卷之各問題平均分數統計表

	問題	平均
學習態度與動機	我覺得使用虛擬教具學習數學，比只看課本有趣多了。	4.18
	透過自己動手操作數棒或分數條，讓我更有動力想解決數學題。	4
	我喜歡在課堂上透過平板進行小組討論或同儕競賽來學習。	4.09
虛擬教具有用性感受	在操作時，我能更清楚看到「基準量（單位 1）」和「比較量」的大小關係。	3.68
	當我分不清楚題意時，操作虛擬教具可以幫助我找出正確的解題方式。	3.81
	虛擬教具的動態回饋（如線段縮放），能讓我更快理解什麼是「兩量和/差」。	3.5
學習信心	使用虛擬教具後，我更有信心能列出正確的算式來解開題目。	3.40
	即使現在沒有平板操作，我能在腦海中想像出這些數量的長度關係。	3.5
	我希望以後的其他數學單元，也能有機會使用虛擬教具來輔助學習。	4.04

情意問卷結果顯示，虛擬教具在提升「學習態度與動機」成效最為顯著，學生高度認同其趣味性（M=4.18）並能提升解題動力（M=4.00）。在「有用性感受」上，學生肯定動態操作能輔助釐清題意（M=3.50~3.81），證實其視覺鷹架作用。然而，在「不依賴平板的腦海想像」（M=3.50）與「列出正確算式」（M=3.40）的信心得分相對偏低，反映出從具體操作遷移至抽象符號運算仍具挑戰。這提示未來教學需強化「圖像轉譯為算式」的過渡引導。整體而言，學生高度期盼未來持續使用此工具（M=4.04），充分印證虛擬教具打破枯燥、引發主動學習的強大效益。

伍、結論與建議

綜合本研究之分析結果，虛擬教具在國小六年級「基準量與比較量」單元中，確實發揮了強大的「認知鷹架」功能。透過 PolyPad 虛擬教具平台的動態操作，學生得以將高度抽象的倍數關係，轉化為具體可見的幾何長度表徵。此視覺化特性對不同成就水準的學生皆產生了實質的啟發，高成就學生能藉此展現靈活的「單位化」能力；而中、低成就學生則透過動態拼接與數值的視覺強化，成功跨越了「從加法結構過渡至乘法結構」的認知斷層。整體而言，虛擬教具不僅有效降低了學生在處理複雜逆向推理時的認知負荷，更協助他們跳脫了「死背公式」的框架，使其能在動態試誤中自主建構出深具意義的數學心智模型。在學習態度與情意感受方面，多數學生對於虛擬教具融入數學課堂展現出濃厚的興趣，並期望未來能持續使用此類數位工具輔助學習。

基於教學現場的實務觀察，本研究亦提出具體教學建議，欲發揮虛擬教具的最大效益，教師在正式進入學科單元前，務必先規劃前導課程以協助學生熟悉軟體介面與基礎操作，不僅能避免在正式教學時因操作不熟悉而耗費寶貴的課堂時間，更能確保學生在面對數學問題時，能將心力集中於數學概念的探究與解題思考上。

致謝：感謝清華大學林勇吉教授對本論文的指導與協助。

參考文獻

洪碧芳(1986)。**國小學生對於「相當問題」學習情況研究**。〔碩士論文。國立臺灣師範大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/8e2bzt。

張景媛(1994)。**國中生數學學習歷程統整模式的驗證及應用:學生建構數學概念的分析及數學文字題教學策略的研究**。〔博士論文。國立臺灣師範大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/7aghhb。

郭吉模(2004)。**國民小學教師對資訊融入教學變革關注與教學效能關係研究**。〔碩士論文。國立臺東大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/4e59sd。

袁媛、林意晨(2008)。**桃園縣國民中學數學教師使用資訊融入教學之現況研究**。科學教育學刊，16(5)，543-561。https://doi.org/10.6173/CJSE.2008.1605.04

胡長銘(2009)。**虛擬教具應用於國小四年級角度概念教學之影響研究**。〔碩士論文。國立交通大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/d3m92t。

江玉玲(2010)。**數學虛擬教具對等值分數概念學習的影響**。〔碩士論文。國立臺灣師範大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/dqdk6m。

朱淳琦(2011)。**動態虛擬教具在數學學習應用成效之實證研究回顧**。雲嘉特教期刊，(14)，44-52。https://doi.org/10.6473/YCTCCK.201111.0045

李玉珍(2013)。**國小六年級學童以線段圖表徵基準量問題的解題研究。〔碩士論文**。國立屏東教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/8k379w。

許育銘(2013)。**基於迷思概念分類的虛擬教具資源庫之研製－以國小中年級數學單元為例**。〔碩士論文。亞洲大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/2tv2es。

陳冠霖(2016)。**虛擬教具教學對學生學習成效影響之後設分析**。〔碩士論文。國立交通大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/59mubk。

張家瀛(2017)。資訊融入教學對國小數學學習態度影響之探究 －以簡報軟體輔 助乘法單元教學為例。〔碩士論文。醒吾科技大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/92hsku。

楊惠元(2018)。資訊融入教學對國中八年級數學學習成效之研究～以「平方根」單元為例。〔碩士論文。銘傳大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/gd9vc4。

教育部(2021)。推動中小學數位學習精進方案。https://www.k12ea.gov.tw/

蔡郁欣(2021)。以資訊融入教學探討國小二年級數學的學習成效－以因材網為例。〔碩士論文。國立臺南大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/v4nz4g。

孫嘉懋(2025)。資訊融入教學對國小四年級數學分數單元學習成效之影響。〔碩士論文。樹德科技大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/b4t7x8。

南一版(2026)。國小數學第十二冊教師手冊。南一書局企業股份有限公司。

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. W. W. Norton.

Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics, 8*(6), 372–377.

Moyer, P. S., Niezgoda, D., & Stanley, J. (2005). Young children's use of virtual manipulatives and other forms of representation. In B. Masalski (Ed.), *Technology-supported mathematics learning environments: Sixty-seventh yearbook* (pp. 17–34). National Council of Teachers of Mathematics.

Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 24*(1), 5–25.

Durmus, S., & Karakirik, E. (2006). Virtual manipulatives in mathematics education: A theoretical framework. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET, 5*(1), 117–123.

Hattie, J. (2009). The black box of tertiary assessment: An impending revolution. In L.H. Meyer, S. Davidson, H. Anderson, R. Fletcher, P. M. Johnston, & M. Rees (Eds.), *Tertiary assessment & higher education student outcomes: Policy, practice & research* (pp. 259–275). Ako Aotearoa.

Moyer-Packenham, P. S., & Westenskow, A. (2013). Effects of virtual manipulatives on student achievement and mathematics learning. *International Journal of Virtual and Personal Learning Environments, 4*(3), 35–50.

An Inquiry into the Learning Process of Integrating Virtual Manipulatives into the Sixth-Grade Mathematics Unit: Base Quantity and Compared Quantity

Pei-Chih Lee

Abstract

The purpose of this study is to explore the learning process of integrating virtual manipulatives into the sixth-grade mathematics unit of "Base Quantity and Compared Quantity." It delves into the cognitive transformation process of students using virtual manipulatives to construct mathematical concepts, as well as the changes in their learning experiences and attitudes. This research expects to assist students in overcoming the learning difficulties associated with abstract concepts by utilizing virtual manipulatives characterized by interactivity and dynamic representation. The subjects of this study were 22 sixth-grade students from an elementary school in Longtan District, Taoyuan City. Through purposive sampling, six students with high, medium, and low mathematical achievements (two from each level) were selected as focal cases for semi-structured interviews. Adopting a qualitative case study approach, the research integrated the virtual manipulative platform "PolyPad" into the classroom through an eight-session teaching activity design. Students practically operated the virtual manipulatives to transform abstract textual problems into concrete visual models, thereby understanding core concepts such as identifying base quantities and compared quantities, calculating the sum and difference of two quantities, and inversely deriving the base quantity. The research results indicate that virtual manipulatives exerted a powerful "cognitive scaffolding" function. Students could transform abstract multiple relationships into concrete geometric length representations through dynamic operations. This visual characteristic provided substantial inspiration to students across all achievement levels. It not only reduced their cognitive load when dealing with complex inverse reasoning but also helped them break free from the framework of rote memorization of formulas, allowing them to autonomously construct mathematical mental models through dynamic trial and error.

Keywords: Base Quantity and Compared Quantity, Virtual Manipulatives, PolyPad

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(3) 數學學習評量與補救教學

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

國小四至六年級學童數學希望感量表發展與實徵研究

施呈翰[1] 林原宏[2]

[1]臺中市西屯區上安國民小學 cheng6314@gmail.com

[2]臺中教育大學數學教育系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在整理適合國小四到六年級學童的數學希望感向度，並發展適合國小四到六年級學童的數學希望感量表。本研究透過文獻探討，整理出國小四到六年級數學希望感常見的四個向度，分別：目標(goals)、能動思維(agency thinking)、路徑思維(pathways thinking)、正向情緒(positive emotions)。採量化研究法，經過預試施測到正式，正式量表樣本以 1364 人，學校分布遍及北、中、南部。研究結果顯示，第一，在信度方面，數學希望感總量表的α係數為.929，分量表信度介於.801 至.867 之間，顯示該量表具有「良好」的內部一致性信度。第二，因素分析建構四個向度，因素負荷量均介於. 477 至. 847 之間，均高於. 40 之標準門檻，且無交叉負荷的現象因素，顯示良好之效度，適合測量國小四到六年級學童之數學希望感。第三，不同背景變項的差異，不同性別間無顯著差異。第四，不同年級間有顯著差異，數學希望感總分四年級大於六年級大於五年級，呈Ⅴ型趨勢。本研究所發展的國小四到六年級學童的數學希望感量表，補足國內外對國小學童數學希望感上的不足，亦可深入瞭解國小四到六年級學童的數學希望感的表現以及做為後續研究的工具。

關鍵字：數學希望感、數學教學知識、國小高年級數學希望感

壹、緒論

一、研究動機與背景

本研究基於教育現場觀察，三年級的數學學習信心與四年級相比，有所下降，可見數學學習在國小四年級面臨關鍵轉捩點，部分原因是抽象數學概念逐漸增加，使學生的學習信心顯著下滑。Peterson(2006)已證實希望感能獨立預測學業成就，但目前國內外文獻多偏重一般性希望感或國中以上對象，缺乏專為國小中高年級設計、具備通用性的數學希望感量表。因此，本研究旨在填補此研究缺口，開發具備心理計量品質的測量工具。此外，TIMSS 調查顯示台灣學生數學表現雖佳，學習信心與興趣卻顯著低於國際平均，且隨年級增長而下滑。為精準掌握學童在數學領域的路徑思維與動力思維，並提供教學現場預警工具，本研究具備其迫切性與重要性。

二、研究目的

(一)發展「國小四到六年級學童的數學希望感量表」，並驗證信度與效度。

(二)探討年級間是否有顯著差異。

(三)探討性別間是否有顯著差異。

貳、文獻探討

一、希望感

綜合 Snyder (1991,2000)和 Abler(2012)觀點，希望感就是面對挑戰時，同時具備「想成功的動力」與「找方法的能力」。

二、數學希望感

本研究參考 Snyder 的希望理論，「數學希望感」是一種正向的學習心態，當學生遇到難題時，不會輕言放棄，而是能保持自信，靈活運用各種解題技巧克服困難，並從中獲得成就感與持續前進的動力。Attard 和 Holmes(2020)研究證實，具備「數學希望感」的學生，能透過積極的數學思維來強化其問題解決能力。這種希望感不僅是心理上的自信，更是一種從成功經驗中累積出的成就感，是驅動學習持續進步的核心動力。量表架構由四個核心向度組成：目標(goals)、能動思維(agency thinking)、路徑思維(pathways thinking)、正向情緒(positive emotions)。

參、研究架構與設計

一、研究架構

這份研究旨在開發一份針對國小中高年級（四至六年級）學生的「數學希望感量表」。量表架構分為兩大區塊：第一部分為背景變項，記錄學生的就讀學校、年級、性別及是否有家教輔導，藉此比對不同背景族群在數學希望感上的顯著差

異。第二部分為量表核心，參考國內外學術理論，從「目標」、「能動思維」、「路徑思維」及「正向情緒」四個維度編製題目。

研究計畫透過問卷蒐集資料後，將進行嚴謹的信效度檢驗與描述性統計分析，深度剖析學生背景與希望感各維度間的關聯，最終目標是掌握國小教育現場中，學生在數學學習上展現出的希望感全貌。各向度定義如下：

(一)、目標(goals)：學習者對數學成就的心理預期，涵蓋其對學業評量表現的達成意願，以及追求運算技能精熟度的內在渴望。

(二)、能動思維(agency thinking)：學習者在數學學習任務中，展現的動力與信念；將達成目標的渴望，轉化為持續性的投入行為，並在面對學科焦慮時仍能維持主動探究的心理動力。

(三)、路徑思維(pathways thinking)：學習者在遭遇數學解題瓶頸時，展現出的策略能力與方案替代性，能彈性運用多重解決路徑。

(四)、正向情緒(positive emotions)：學習者對數學的正向情感連結，對數學內容的熱情、對解題成功的自信，以及從理解過程中獲得的內在愉悅感。

二、研究對象

本研究預試對象為國小四到六年級學童，收回預試樣本共 333 人，男性 176 人，女性 157 人，學校分布中、北部。正式樣本 1364 人，男性 681 人，女性 683 人，學校分布遍及北、中、南部。

三、研究流程

本研究旨在建構一份專門針對國小四至六年級學童，且具備優良信、效度與穩定結構的數學希望感量表。在研發流程上，首先透過系統性的文獻探討，釐清數學希望感的理論架構，據此編製初稿向度與試題內容。為確保測驗內容的專業性與適切性，特別邀請指導教授進行專家審查，針對題目的字句表達、語意清晰度及是否符合該年齡層學童的認知理解程度進行修正。在完備預試量表後，進行預試。

透過因素分析結果，刪除及移動試題，編製成正式的量表，再進一步執行正式的量表發放與施測作業，以蒐集實證數據進行後續的計量分析，收回後再進行分析結果討論。

四、研究工具

預試量表分為四個向度：目標 8 題、能動思維 9 題、路徑思維 7 題、正向情緒 5 題，共 29 題，採用 Likert 五點式量表，「1」表示非常不同意，「5」表示非常同意。預試資料以探索式因素(exploratory factor analysis)分析，根據預試分析結果，符合文獻探討四個因素向度，KMO 值達.936，顯示樣本極適合因素分析，並刪除 8 道具備跨因素負荷或效度不佳的題目，及修正反向敘述語句，最終發展成正式量表。

預試量表樣本以333名國小四到六年級學童為研究對象，男性176人，占52.9%，女性 157 人，占 47.1%。在信度方面，研究結果顯示數學希望感總量表的 α 係數為.921，「目標」分量表的 α 係數為.852，「能動思維」分量表的 α 係數為.850，「路徑思維」分量表的 α 係數為.779，「正向情緒」分量表的α 係數為.863，顯示該量表具有「良好」的內部一致性信度，適合國小四到六年級學童使用。

在效度方面，KMO 檢定結果顯示，KMO 值為.936，符合 Kaiser(1974)建議KMO判斷標準的「非常好」程度，代表資料適合進行探索性因素分析。而 Bartlett球型檢定結果顯示，近似卡方分配值為 5388.372，自由度為406，顯著性$p<.001$，顯示 29 個題目所形成的積差相關矩陣不是單元矩陣，故適合進行探索性因素分析。探索性因素分析的累積解釋變異量達到62%，顯示各觀察變項分屬於四個不同因素，各分量表的題目均歸屬於同一個因素，符合理論構念，本研究所發展量表具有良好的構念效度(construct validity)。

正式施測採便利抽樣，施測四個向度：目標 4 題 、能動思維 7 題 、路徑思維5 題、正向情緒 5 題，共 21 題，回收 1364 份有效問卷，並將針對性別、年級及補習狀況等背景變項進行差異分析。

正式量表樣本以1364人，男性681人，占49.9%，女性683人，占 50.1%，學校分布遍及北、中、南部。在信度方面，數學希望感總量表的α係數為.929，「目標」分量表的α係數為.852，「能動思維」分量表的α係數為.859，「路徑思維」分量表的α係數為.801，「正向情緒」分量表的α係數為.867，顯示該量表具有「良好」的內部一致性信度，適合國小四到六年級學童使用。

在效度方面，KMO檢定結果顯示，KMO 值為.949，符合Kaiser(1974)建議KMO判斷標準的「非常好」程度，代表資料適合進行探索性因素分析。而Bartlett球型檢定結果顯示，近似卡方分配值為12566.864，自由度為136，顯著性$p<.001$，顯示17個題目所形成的積差相關矩陣不是單元矩陣，故適合進行探索性因素分析。探索性因素分析，初始分析以特徵值大於 1 為標準，初步萃取出 3 個因素(分別9.571、1.591、1.215)，正式量表因素負荷量如表 3-1，為了提升量表的信效度，在因素分析過程中，本研究採嚴謹標準進行試題篩選。雖然A3、D21 於特定因子之負荷量達0.45以上，但因其在多個因子間存在顯著的跨載荷現象，且部分負荷量出現負值，表示命題方向不符理論邏輯，將其二個試題刪除：A3「我希望我能答對數學題目」，與同向度題目要求成績越來越進步的方向不一，題目跟成績屬於不同方向，為求量表各構面之單一性與解釋清晰度，決定予以刪除 ；D21「上數學課時，我會感到高興」，與同向度聚焦在數學知識及題目的方向不一，為求量表各構面之單一性與解釋清晰度，決定予以刪除。綜合上述，刪除A3和D21之試題。

原始資料特徵值.862，顯示有機會經過強制取出 4 個因素，進而提升解釋力。本研究刪除A3和D21試題，並將特徵值 1 進一步採取固定因素數目法，強制設定萃取出 4 個因素後，發現累積解釋變異量從原本的 58.941%，提升到 63.044% ，

而且每一道題目因素負荷量>.40，見表 3-1，KMO 值達.956，依據 Kaiser(1974)的標準，表示取樣適當性非常好，Bartlett 球形檢定達顯著水準，適合進行探索性因素分析。綜合上述，最終得到 4 個因素，其累積解釋變異量為 63.044%，顯示本量表具有良好的建構效度。

根據表 3-1 結果，顯示 B10 及 B11 試題在因素負荷量中，在兩個因素中均超過.40，因此予以刪除，最終試題從 21 題中，保留 17 題。總結上述，刪除 A3、D21、B10 及 B11 試題，並強制萃取 4 個因素後，能得到三個結果：(1)解釋力從原本的 58.941%提升到 66.876%。(2)萃取出 4 個因素，符合本研究文獻探討的 4 個因素。(3)每道題目的因素負荷量均介於.477 至.847 之間，均高於.40 之標準門檻，且無交叉負荷的現象，顯示能夠有效地反應它們所屬的潛在特徵。

表 3-1

正式量表刪 A3、D21、B10、B11 強制 4 因素分析轉軸後的因素負荷矩陣

向度	題號	因素負荷量			
		因素一	因素二	因素三	因素四
能動思維	D19	.835	.224	.176	.213
	D18	.833	.190	.182	.231
	D20	.751	.227	.234	.173
	D17	.595	.360	.355	.038
正向情緒	C12	.087	.718	.236	.066
	C15	.238	.679	.292	.181
	C16	.360	.630	.140	.210
	C13	.237	.600	.286	.129
	C14	.247	.585	.279	.286
目標	B6	.215	.269	.746	.154
	B5	.174	.305	.682	.279
	B8	.286	.221	.669	.230
	B7	.215	.386	.656	.275
	B9	.226	.386	.477	.340
路徑思維	A4	.183	.172	.175	.847
	A2	.169	.167	.189	.817
	A1	.184	.174	.332	.739

肆、研究結果

一、不同背景下的數學希望感差異性分析

（一）不同年級國小四到六年級在數學希望感之差異分析

研究指出四至六年級學童之數學希望感，因年級不同而達顯著差異（F=14.93, p<.001），見表表 4-1，且因變異數不同質而採用 Games-Howell 法分析。事後比較顯示，四年級（M=71.37）得分最高，顯著高於五年級（M=66.81）與六年級（M=69.51），整體呈現四年級大於六年級大於五年級的「V 型」趨勢。

表 4-1

年級間數學希望感之 Games-Howell 事後比較表

比較對象(I)	比較對象(J)	平均差異(I-J)	標準誤差	顯著性 p
四年級	五年級	4.56***	.85	.000
	六年級	1.86*	.80	.039
六年級	五年級	2.70**	.76	.002

註：*p<.05，**p<.01，***p<.001

（二）不同性別國小四到六年級在數學希望感之差異分析

本研究採用獨立樣本 t 檢定（Independent Samples T-Test），旨在比較不同性別在總分上是否存在顯著差異。根據分析結果，男性平均分數 68.61(SD=13.04，N=681)，女性平均分數為 69.68(SD=11.04，N=683)，由數據初步觀察，女性的數學希望感平均分數略高於男性。

進行 Levene 變異數同質性檢定，表 4-2 結果顯示 F 值為 15.75，p=.000<.001，代表兩組樣本的變異數不具同質性。因此，後續 t 檢定之判讀應參考不假設變異數相等之修正數值。在不假設變異數相等的條件下，t (1324.45)=-1.65，p=.100>.05，未達顯著，代表不同性別在數學希望感平均分數上無顯著差異。雖然女性平均高於男性 1.1 分，但 p=.100>.05 表示這樣的結果是隨機發生的，而不是真的代表女性數學希望感比男性高。綜合上述，本研究認為性別對於數學希望感並無顯著影響，即兩性在數學希望感上表現相當。

表 4-2

不同性別間數學希望感之獨立樣本 t 檢定分析摘要表

性別	樣本數	平均數	標準差	t	p
男性	681	68.61	13.04	-1.65	.100
女性	683	69.68	11.04		

註：*p<.05，**p<.01，***p<.001

陸、參考文獻

Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *Psychometrika, 39*(1), 31-36. http://dx.doi.org/10.1007/BF02291575

Snyder, C. R., Harris, C., Anderson, J. R., Holleran, S. A., Irving, L. M., Roberts, M. J., & Sigmon, S. T. (1991). The will and the ways: Development and validation of an individual-differences measure of hope. *Journal of Personality and Social Psychology, 60*(4), 570–585.

Peterson, S. J., Gerhardt, M. W., & Rode, J. C. (2006). Hope, learning goals, and task performance. *Journal of Organizational Behavior, 27*(6), 731–745.

Attard, C., & Holmes, K. (2020). “It gives you that sense of hope”: An exploration of technology use to mediate student engagement with mathematics. *Heliyon*, *6*(1), e02945. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02945

國小學童數學韌性量表發展與探討

劉瀚之[1]　林原宏[2]
[1]國立臺中教育大學數學教育系 liuhank1017@gmail.com
[2]國立臺中教育大學數學教育系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在發展適用於我國教育情境、具備良好信效度之「國小高年級學童數學韌性量表」，並探討學童在不同背景變項下的數學韌性差異情形 。本研究採量化研究法，以全國 11 個縣市 29 所國小共 1,178 位高年級學童為研究對象進行正式施測 。研究工具為研究者自編之數學韌性量表，包含「價值」、「奮鬥」、「增量成長」與「適應性求助」四個向度 。研究結果顯示：第一，本量表之各向度與整體量表信度係數（Cronbach's α ）介於 .834 至 .957 之間，具備優異之內部一致性，因素分析亦證實量表具備良好之建構效度 。第二，國小高年級學童整體數學韌性屬中高程度，其中以「適應性求助」表現最佳，「奮鬥」意願則相對較低 。第三，在背景變項差異方面，男童在整體數學韌性、價值認同及奮鬥意願上顯著優於女童；年級間則無顯著差異 。此外，課後學習方式對韌性有顯著影響，同時具備家庭陪伴與外部資源者表現最優，驗證了家庭支持在培養韌性上的關鍵作用 。本研究成果可補足國內國小階段數學韌性研究之匱乏，並為教育現場提供科學化評估工具與教學建議 。

關鍵字：數學韌性、數學韌性量表

壹、緒論

一、研究動機與背景

數學學科具有高度累積性與遞進性，學童進入國小高年級後，面對日益抽象的運算常因缺乏調適資源而產生挫折感，甚至出現逃避行為。雖然臺灣學童在國際評量（如 TIMSS）中表現優異，卻普遍存在「高成就、低信念」的矛盾現象，顯示心理韌性在數學學習歷程中扮演關鍵調節角色。然而，國內現有針對國小階段的數學韌性研究相對匱乏，且缺乏系統性的量化工具，導致教育現場難以客觀評估學童的心理調適現況。因此，發展一份適用於我國教育情境、具備良好信效度的「國小高年級學童數學韌性量表」，以補足本土研究空白並提供科學化評估依據，實為本研究之動機之一。

在建立量表工具後，深入探討數學韌性的內在結構亦具備理論意義。數學韌性並非單一特質，而是由價值認知、奮鬥接納、增量成長信念及適應性求助等向度交織而成。在臺灣的教育情境下，學童可能在不同向度間發展不均，例如雖認同數學的工具價值，卻可能受限於固定心態或因擔心能力被否定而排斥求助，導致信念與行為間產生斷層。透過分析學童在各向度間的差異情形，能精確描繪其韌性內在樣貌並識別脆弱點，進而為精準的情意教學提供引導，此即為本研究之動機之二。

最後，考量韌性係由個體特質與環境資源交互作用而成，瞭解背景變項的影響對於建立全面的韌性圖像至關重要。國小高年級學童的自我意識與同儕知覺正處於轉變期，其數學韌性表現可能因性別、年級及課後學習資源的落差而

有所不同。透過探討不同背景變項（性別、年級、課後方式）下學童數學韌性的差異情形，不僅能驗證國外理論在臺灣國小情境的適用性，更能協助教育工作者識別出韌性匱乏的風險群體，從而提供更具針對性的支持建議，此為本研究之動機之三。

二、研究目的

根據前述研究動機，本研究之研究目的共分為以下三項：

1.發展國小高年級學童數學韌性量表並檢驗量表工具的品質。
2.根據結果進行國小高年級學童數學韌性各向度之間的差異性。
3.探討國小高年級學童在不同背景變項之下，學童數學韌性之差異情形。

貳、文獻探討

一、韌性的意涵與相關研究

韌性（resilience）係指個體在面臨逆境、壓力或威脅時，維持心理平衡並展現有效調適的動態歷程（Luthar et al., 2000）。Masten（2001）提出的「平凡魔力」（Ordinary Magic）觀點強調，韌性並非特殊天賦，而是個體與環境長期互動下普遍存在的心理機制，具備可培養性（沈家綺、連倖誼，2022）。在心理層面上，高韌性者能透過正向情緒擴展思維，建構持久的心理與社會資源（Fredrickson, 2004），並在壓力事件後迅速恢復身心平衡（Connor & Davidson, 2003）。然而，韌性並非跨情境的一致特質，Windle（2011）指出「全球韌性」極為罕見，主張應針對特定領域進行探討，這奠定了本研究聚焦於「數學韌性」的基礎。

在教育脈絡中，韌性進一步轉化為「學業韌性」（academic resilience），聚焦於學童應對課業壓力與評量挫折的反應模式（Cassidy, 2016）。Martin 與 Marsh（2008）提出的「學業浮力」（academic buoyancy）則更強調學童在日常學習起伏中的迅速恢復力。研究證實，具備高學業韌性的學童在面對失敗時，傾向採取重新詮釋、主動解決問題與適應性求助等策略（Cassidy, 2016），而非陷入逃避或動機降低的困境。國內實證研究亦指出，學業韌性能有效緩衝環境風險，與學業成就呈高度正相關，是促進學業適應的重要心理基礎（蔡秦倫，2023）。綜觀上述，韌性不僅能減緩焦慮對學習的負向作用，更是支持學童在數學等具挑戰性的學科中持續投入、重建信心的核心保護因素（林素微、江培銘，2025）。

二、數學韌性的意涵與相關研究

數學韌性（mathematical resilience）係指學童在面對數學學習中的挫折、焦慮與高認知負荷時，仍能保持信心並持續投入的積極學習立場（Johnston-Wilder & Lee, 2010）。不同於一般韌性，數學韌性具有強烈的領域特定性，是降低數學焦慮、避免學童因挫折而逃避學習的重要情意基礎（劉育春等人，2017）。其核心在於學童如何看待錯誤，將困惑視為學習歷程中必然且具價值的環節，而非能力不足的證明（陳玉雯，2013）。實證研究指出，高數學韌性能顯著預測解題能力與學業成就，並在焦慮情境下發揮「緩衝」作用，協助學童維持穩定的學習表現（Fitriani et al., 2023）。

在量表發展方面，Kooken 等人（2016）建構的「數學韌性量表」（MRS）最具代表性，其界定了價值、奮鬥與成長三項構念。此外，Cassidy（2016）與 Ricketts 等人（2015）則強調適應性求助與資源獲取能力在韌性中的關鍵地位。綜合前述理論，本研究之量表建構於以下四個核心向度：

1.價值（Value）：基於期望–價值理論，衡量學童對數學實用性與重要性的主觀

認同（Wigfield & Eccles, 2000）。
2.奮鬥（Struggle）：強調學童能接納學習中的掙扎與錯誤，並將其視為深化理解的必要過程（Lee & Johnston-Wilder, 2024）。
3.增量成長（Incremental Growth）：源於成長心態理論，指學童相信數學能力可透過努力與策略而提升的可塑性信念（Dweck, 2006）。
4.適應性求助（Adaptive Help-seeking）：視求助為自我調節學習的一環，強調學童能主動且有策略地運用外部資源來支持獨立思考與問題解決（Ryan & Pintrich, 1997）。

研究亦顯示，數學韌性受背景變項之交互影響。在性別方面，雖部分研究指出差異不顯著（Fatimah, 2025），但女性學童在特定量表中展現較佳的調適能力（Ricketts et al., 2015）；在發展面上，隨年級提升，學童對「求助」的社會風險知覺亦會隨之改變（Ryan & Pintrich, 1997）。此外，課後額外學習資源與自我效能感亦是促進韌性的重要保護因子（Fergus & Zimmerman, 2005）。儘管國外已累積多元量表，國內研究多集中於國中階段，針對國小高年級學童的量表發展與現況探討仍有待補足，此即為本研究探討之重點。

參、研究架構與設計

一、研究架構

本研究根據研究目的與文獻分析，發展出「國小高年級學童數學韌性量表」作為核心研究工具，整體架構區分為「背景變項」與「數學韌性」兩大部分。在背景變項方面，本研究同時納入個體的人口統計特徵與學習資源，包含學童的性別、年級、課後額外學習數學的相關活動（如家人教導、家教老師、補習班或無額外活動）。

而在數學韌性的核心部分，本研究透過內容分析法確認適合國小高年級學童的心理構面，並依據「價值」、「奮鬥」、「增量成長」與「適應性求助」等四個向度設計量表題目，旨在全面測量學童對數學重要性的認同感、對學習挫折的接納度、對能力可塑性的信念，以及面對困境時運用外部資源的策略。

二、研究對象

本研究正式量表施測時間為 113 學年度第二學期 4 月到 5 月，並於 5 月底完成施測，樣本取自 11 個縣市 29 所國小，58 個班級參與，正式量表試題為 27 題。經回收後統計，扣除 30 份無效問卷（問卷題目大量遺漏），有效問卷共為 1178 份，回收率達 97.5%。

三、研究流程

本研究於確定主題後，首先蒐集國內外數學韌性及學業韌性相關文獻進行探討，釐清其理論內涵並建構研究架構。接著，依據文獻分析結果研擬「國小高年級學童數學韌性量表」初稿，內容涵蓋價值、奮鬥、增量成長與適應性求助四個向度。經指導教授與教學實務專家進行效度檢核，並透過初探性研究修正題項語意後形成預試量表。於預試分析後，根據因素分析與信度檢驗結果修訂為正式量表。最後，經由正式量表回收之樣本資料進行統計分析，建立量表之信度與效度，並針對分析結果進行撰寫與討論。

四、研究工具

(一）量表題目建構

本研究為了解國小高年級學童數學韌性之相關情形，使用量表作為主要研究工具。基於研究倫理考量，學生填答問卷採匿名方式進行。所使用之研究工具為研究者蒐集並彙整國內外相關文獻資料後，自行編製符合國小高年級學童

之數學韌性量表試題，並經由專家效度檢核與初探性研究修正而成。本研究測驗工具分為背景變項、數學韌性量表兩大部分：

1.背景變項：性別、年級、課後額外學習數學的相關活動。

2.數學韌性量表向度：價值、奮鬥、增量成長、適應性求助。

(二）量表計分方式

本研究之數學韌性量表採李克特五點量表（Likert 5-point scale）進行計分，作答選項依序為「非常不同意」、「不同意」、「普通」、「同意」與「非常同意」，分別給予 1 至 5 分。受試者依其實際感受選擇最符合自身狀況之選項。各向度得分為該向度所屬題項得分之總和或平均分數，總量表得分則為四個向度得分之加總。分數愈高，代表學童在該向度或整體數學韌性表現愈佳。

五、結果分析

本研究主要目的為發展一份具有良好信度與效度的量表，因此研究者將蒐集之預試資料進行各項結構的分析。以自編「國小高年級學童數學韌性量表」作為蒐集資料工具，將施測得到之樣本資料透過 SPSS 統計軟體進行統計分析，包含資料適切性檢定、探索性因素分析（EFA）與 Cronbach's α 內部一致性信度分析。透過分析結果了解量表工具之信度與效度，並針對因素負荷量不足或跨向度之題項進行修正與刪除，以建構出一份具有良好結構之正式量表。

肆、研究結果與討論

一、數學韌性量表工具品質分析

（一）數學韌性量表信度分析

研究者以 Cronbach's α（克隆巴赫係數）作為信度指標，分別計算整體量表及各向度之信度係數。Cronbach's α 值主要用以評估量表各題項之間的一致程度，其數值愈高，表示量表內部一致性愈佳。分析結果顯示，「價值」向度之 α 值為 0.902、「適應性求助」為 0.834、「奮鬥」為 0.927，以及「增量成長」為 0.920；整體數學韌性量表之 Cronbach's α 係數則達到 0.957 。相較於學術界普遍認可之 0.70 門檻，本量表不論是各向度或總量表之係數均遠高於此標準，反映出題項間具備極佳的同質性與內部一致性，顯示測量結果高度穩定且可靠。

表 1 各分量表信度分析表

各項向度名稱	題數	各向度 Cronbach's α 值	總量表 Cronbach's α 值
價值	6	.902	.957
奮鬥	9	.927	
增量成長	7	.920	
適應性求助	5	.834	

（二）數學韌性量表因素分析

本研究主要目的為能發展一份具有良好信度與效度的量表，因此研究者將蒐集之預試資料進行各項結構的分析。研究者綜合探索性因素分析與內部一致性信度分析結果，針對因素負荷量不足、跨向度負荷明顯或影響整體信度之題項進行刪除與調整，以提升量表結構之明確性。經修正後再次檢驗，結果顯示各題項之因素負荷量與向度歸屬一致，整體因素結構符合本研究所建構之四向度理論架構，具備良好之建構效度，遂將其作為本研究之正式施測問卷，其因素分析結果如表 2 所示。

表 2 國小高年級學生數學韌性量表因素分析摘要表

向度	預試題號	因素負荷量				特徵值	解釋變異量(%)	累積變異量(%)
		因素一	因素二	因素三	因素四			
價值	a1	.228	.207	.727	.184	12.808	47.436	47.436
	a2	.265	.250	.740	.192			
	a3	.326	.204	.681	.225			
	a4	.285	.218	.688	.146			
	a5	.376	.269	.671	.151			
	a6	.176	.253	.750	.218			
奮鬥	b1	.699	.127	.192	.108	2.061	7.634	55.070
	b2	.736	.149	.144	.178			
	b3	.767	.196	.269	.215			
	b4	.691	.232	.299	.198			
	b5	.743	.232	.229	.270			
	b6	.655	.318	.272	.296			
	b7	.699	.206	.271	.171			
	b8	.592	.256	.185	.319			
	b9	.583	.329	.249	.252			
增量成長	c1	.147	.771	.193	.181	1.475	5.463	60.533
	c2	.180	.778	.188	.240			
	c3	.215	.746	.189	.144			
	c4	.220	.619	.214	.260			
	c5	.278	.668	.352	.229			
	c6	.239	.818	.178	.124			
	c7	.236	.779	.208	.091			
適應性求助	d1	.253	.168	.109	.737	1.323	4.902	65.435
	d2	.179	.194	.197	.655			
	d3	.241	.217	.161	.754			
	d4	.191	.230	.325	.542			
	d5	.371	.159	.237	.674			

二、數學韌性量表描述性分析

本研究透過描述性統計分析瞭解國小高年級學童在數學韌性之現況。分析結果如表 3 所示，學童在整體數學韌性表現屬中高程度，其各向度平均數介於 3.66 至 4.10 之間。進一步比較四個向度，以「適應性求助」得分最高，且標準

差最小，顯示高年級學童對於遭遇困難應主動尋求資源之行為具高度共識；反之，以「奮鬥」向度得分最低，且「增量成長」與「奮鬥」之標準差相對較大，反映出學童在面對挫折時的堅持度與成長信念存在較大的個別差異。此種信念兩極化的現象，可作為未來教育介入與情意支持之重要參考。

表 3 數學韌性各向度描述性統計分析表

向度名稱	題數	平均數(M)	標準差(SD)	排序
價值	6	3.98	0.77	2
適應性求助	5	4.10	0.68	1
奮鬥	9	3.66	0.81	4
增量成長	7	3.89	0.83	3
整體數學韌性	27	3.87	0.66	

三、不同背景下的數學韌性差異性分析

（一）不同性別學童在數學韌性之差異分析

本研究以性別為自變項，透過獨立樣本 t 檢定瞭解不同性別學童在數學韌性之差異情形。分析結果顯示如表 4 ，不同性別在「整體數學韌性」上達顯著差異，且男生之得分顯著高於女生。進一步檢視各向度，男女生在「價值」與「奮鬥」向度亦呈現男生顯著高於女生之情形；而在「適應性求助」與「增量成長」向度則未達顯著差異。此結果反映出國小高年級男童在數學價值認同與遭遇困難時的奮鬥意願較為突出，可能與社會文化對性別之角色期望有關；然而在成長信念與求助行為上，不同性別學童則展現出一致的表現。

表 4 不同性別學童在數學韌性之差異分析摘要表

向度	性別	個數	平均數(M)	標準差(SD)	t 值	p 值
價值	男	618	4.08	0.79	4.662***	< .001
	女	560	3.87	0.74		
適應性求助	男	618	4.12	0.71	1.199	.231
	女	560	4.08	0.65		
奮鬥	男	618	3.76	0.83	4.243***	< .001
	女	560	3.56	0.78		
增量成長	男	618	3.93	0.84	1.734	.083
	女	560	3.85	0.81		
整體數學韌性	男	618	3.94	0.68	3.713***	< .001
	女	560	3.80	0.63		

註：***表$p < .001$達統計之顯著水準

（二）不同年級學童在數學韌性之差異分析

本研究以年級為自變項，透過獨立樣本 t 檢定瞭解不同年級學童在數學韌性之差異情形。分析結果顯示如表 5 ，不同年級學童在「整體數學韌性」及四個向度上皆未達顯著差異。此結果反映出國小五年級與六年級學童在數學韌性的發展及各項心理特質上，展現出高度的穩定性與一致性。雖然五年級學童在各向度之得分趨勢微幅高於六年級，與文獻中隨年級增長、同儕知覺強化而影

響求助行為之觀點相呼應，但統計上並無劇烈變動。顯示在國小高年級階段，學童對於數學價值的認同、奮鬥意願、成長信念及資源尋求模式，均呈現穩定的發展狀態。

表 5 不同年級學童在數學韌性之差異分析摘要表

向度	年級	個數	平均數(M)	標準差(SD)	t 值	p 值
價值	五年級	649	4.01	0.75	1.349	.177
	六年級	529	3.94	0.79		
適應性求助	五年級	649	4.13	0.68	1.589	.112
	六年級	529	4.07	0.68		
奮鬥	五年級	649	3.69	0.80	1.550	.121
	六年級	529	3.62	0.83		
增量成長	五年級	649	3.92	0.82	1.294	.196
	六年級	529	3.86	0.83		
整體數學韌性	五年級	649	3.90	0.65	1.703	.089
	六年級	529	3.84	0.67		

（三）不同課後額外學習方式學童在數學韌性之差異分析

本研究將課後學習方式整合成「皆無」、「家人教導」、「外人教導」及「皆有」四類，透過單因子變異數分析（One-way ANOVA）探討其對數學韌性之影響。分析結果顯示如表 6 ，不同學習方式在「整體數學韌性」、「價值」、「適應性求助」與「奮鬥」向度均達顯著差異，並以 Scheffé 法進行事後比較。在適應性求助方面，「家人教導」與「皆有」組顯著優於「皆無」組；在奮鬥與整體韌性方面，「皆有」組則顯著優於「皆無」與「外人教導」組。此結果驗證了家庭內部的陪伴與支持在培養學童數學韌性上具關鍵作用，特別是同時具備家庭與外部資源的學童，在面對挫折時展現出更強的求助動機與奮鬥意志；而「增量成長」信念則未因學習管道不同而有顯著落差。

表 6 不同課後額外學習方式學童在數學韌性之差異分析摘要表

向度	課後額外學習方式	人數	平均數	標準差	F 值	p 值	事後比較
價值	1.皆無	271	3.91	0.81	3.45*	.016	無
	2.家人教導	258	4.08	0.75			
	3.外人教導	500	3.93	0.77			
	4.皆有	149	4.07	0.74			
適應性求助	1.皆無	271	4.01	0.72	7.70***	＜.001	2＞1 4＞1
	2.家人教導	258	4.18	0.66			
	3.外人教導	500	4.05	0.67			
	4.皆有	149	4.29	0.61			
奮鬥	1.皆無	271	3.59	0.89	5.93**	.001	4＞1 4＞3
	2.家人教導	258	3.76	0.79			
	3.外人教導	500	3.60	0.79			
	4.皆有	149	3.85	0.71			

增量成長	1.皆無	271	3.88	0.90	2.24	.082	無
	2.家人教導	258	3.98	0.77			
	3.外人教導	500	3.84	0.83			
	4.皆有	149	3.98	0.75			
整體數學韌性	1.皆無	271	3.81	0.72	5.90**	.001	4 > 1 4 > 3 2 > 3
	2.家人教導	258	3.96	0.64			
	3.外人教導	500	3.82	0.65			
	4.皆有	149	4.02	0.61			

註1：*表示p < .05達統計之顯著水準

註2：**表示p < .01達統計之顯著水準

註3：***表示p < .001達統計之顯著水準

伍、結論與建議

本研究旨在透過量化評估，掌握國小高年級學童在數學學習歷程中的韌性發展現況，並分析其在不同背景因素下的適應落差，其結論與建議如下：

一、結論

本研究透過統計檢定證實，所發展之量表在信度與效度上均達到極佳品質，其 Cronbach's α 係數遠高於學術標準，顯示題項間具備高度同質性與穩定性，能有效作為測量國小學童數學韌性的科學工具 。在現況表現上，高年級學童展現出「重求助、輕奮鬥」的特徵，雖然在遇到困難時對主動尋求資源具備高度共識，但在面對挫折時獨自堅持的意志則較為薄弱，且個體間的信念存在明顯的兩極化現象 。此外，研究發現性別社會化與外在資源介入對韌性發展有深遠影響。男童在數學價值認知與奮鬥意志上的表現顯著優於女童，反映出社會文化對性別角色的學科期望可能依然存在 。在課後學習資源方面，研究結果強烈驗證了家庭陪伴的不可替代性；單純依賴補習班等外部資源的學童，其韌性表現顯著弱於有家人參與指導的組別，顯示家庭內部的支持系統是培養學童面對數學挫折時最重要的保護與緩衝因子 。

二、建議

基於上述結果，本研究建議教育工作者應加強對學童情意教育的引導，特別是針對表現較弱的「奮鬥」向度，應協助學童將錯誤視為學習歷程中必然的環節，以減少其在遭遇數學挫折時的逃避傾向 。針對性別差異，教師應致力於消弭學科刻板印象，提供女童更多正向回饋與成功經驗，協助其建立對數學的成長心態 。同時，學校應積極宣導並倡導家長參與學童的學習過程。研究證實家庭內部的陪伴價值優於單一的外部教導，因此家長應在課後提供心理支持而非僅將學業委託予外部機構 。最後，建議教育現場可廣泛推廣本量表作為評估與診斷工具，協助教師精準掌握班級學童的心理調適現況，進而針對韌性較為匱乏的風險群體，提供更具針對性的情意輔導與支持，厚植我國學童在數學領域的長遠競爭力 。

陸、參考文獻

沈家綺、連倖誼（2022）。青少年復原力量表之編製與驗證。**教育心理學報**，*54*（1），131–154。

林素微、江培銘（2025）。韌性教育體系下學童數學信念、態度與行為和數學表現之關聯探討。**台灣教育研究期刊**，*6*（1），433–454。

陳玉雯（2013）。*國中生數學復原力量表之發展暨相關研究*〔碩士論文，國立臺

南大學〕。臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/j3gsqw

劉育春、陳柏霖、洪兆祥（2017）。以數學學業復原力為調節角色：國中生數學考試焦慮與數學學業成就之關係。**課程與教學**，*20*（4），151–176。

蔡秦倫（2023）。聽前輩故事之心理機轉與介入效果：學習表現的貫時追蹤探究。**中華輔導與諮商學報**，（68），33–70。

Cassidy, S. (2016). The Academic Resilience Scale (ARS-30): A new multidimensional construct measure. *Frontiers in Psychology*, *7*, 1787. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01787

Connor, K. M., & Davidson, J. R. T. (2003). Development of a new resilience scale: The Connor–Davidson Resilience Scale (CD-RISC). *Depression and Anxiety*, *18*(2), 76–82. https://doi.org/10.1002/da.10113

Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Random House.

Fatimah, A. E., Siagian, M. D., & Sulastri, R. (2025). Correlation of mathematical resilience, attitudes and learning habits, gender and their impact on student academic performance. *Jurnal Elemen*, *11*(3), 614–629.

Fergus, S., & Zimmerman, M. A. (2005). Adolescent resilience: A framework for understanding healthy development in the face of risk. *Annual Review of Public Health*, *26*(1), 399–419.

Fitriani, Herman, T., & Fatimah, S. (2023). Considering the mathematical resilience in analyzing students' problem-solving ability through learning model experimentation. *International Journal of Instruction*, *16*(1), 219–240.

Fredrickson, B. L. (2004). The broaden-and-build theory of positive emotions. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, *359*(1449), 1367–1377.

Johnston-Wilder, S., & Lee, C. (2010). Mathematical resilience. *Mathematics Teaching*, *218*, 38–41.

Kooken, J., Welsh, M. E., McCoach, D. B., Johnston-Wilder, S., & Lee, C. (2016). Development and validation of the Mathematical Resilience Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, *49*(3), 217–242.

Lee, C., & Johnston-Wilder, S. (2024). Mathematical resilience. In *The mathematical resilience book* (pp. 9–24). Routledge.

Luthar, S. S., Cicchetti, D., & Becker, B. (2000). The construct of resilience: A critical evaluation and guidelines for future work. *Child Development*, *71*(3), 543–562.

Martin, A. J., & Marsh, H. W. (2008). Academic buoyancy: Towards an understanding of students' everyday academic resilience. *Journal of School Psychology*, *46*(1), 53–83.

Masten, A. S. (2001). Ordinary magic: Resilience processes in development. *American Psychologist*, *56*(3), 227–238.

Ricketts, S. N., Engelhard, G., Jr., & Chang, M.-L. (2015). Development and validation of a scale to measure academic resilience in mathematics. *European Journal of Psychological Assessment*, *31*(3), 190–202.

Ryan, A. M., & Pintrich, P. R. (1997). "Should I ask for help?" The role of motivation and attitudes in adolescents' help seeking in math class. *Journal of Educational Psychology*, *89*(2), 329–339.

Wigfield, A., & Eccles, J. S. (2000). Expectancy–value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, *25*(1), 68–81.

Windle, G. (2011). What is resilience? A review and concept analysis. *Reviews in Clinical Gerontology*, *21*(2), 152–169.

The Development and Validation of a Mathematical Resilience Scale for Elementary Students

Han-Chih Liu[1] Yuan-Horng Lin[2]
[1] Department of Mathematics Education, National Taichung University
[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University

Abstract

This study aims to develop a "Mathematical Resilience Scale for Senior Elementary School Students" with sound reliability and validity, tailored to the educational context of Taiwan, and to explore differences in mathematical resilience across various background variables. A quantitative research method was employed, with a formal survey conducted among 1,178 senior elementary school students from 29 schools across 11 cities and counties nationwide. The research instrument used was a self-developed Mathematical Resilience Scale, comprising four dimensions: "Value," "Struggle," "Incremental Growth," and "Adaptive Help-seeking."

The results indicate the following: First, the Cronbach's α coefficients for each dimension and the overall scale ranged from .834 to .957, demonstrating excellent internal consistency; factor analysis also confirmed that the scale possesses good construct validity. Second, the overall mathematical resilience of senior elementary school students is at a moderate-to-high level, with "Adaptive Help-seeking" performing the best, while the "Struggle" intention is relatively lower. Third, regarding differences in background variables, male students scored significantly higher than female students in overall mathematical resilience, value identification, and struggle intention, while no significant differences were found between grade levels. Furthermore, after-school learning methods significantly impact resilience; students with both family companionship and external resources showed the best performance, validating the critical role of family support in fostering resilience. The findings of this study address the lack of research on mathematical resilience at the elementary level in Taiwan and provide a scientific assessment tool and pedagogical suggestions for the educational field.

Key words: Mathematical Resilience, Mathematical Resilience Scale

數位教具輔助低成就學生分數學習的行動研究

陳浚宸[1] 袁媛[2]

[1]國立台中教育大學數學教育學系 ama112107@gm.ntcu.edu.tw
[2]國立台中教育大學數學教育學系 yuanyuan@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究採用行動研究法，探討介入數位教具輔助教學對國小六年級數學低成就學生的分數學習成效。研究過程遵循「計畫—行動—觀察—反思」的循環模式，透過實踐中的反思與調整，不斷優化教學策略，目標是提升學生的學習表現與學習態度。本研究的數位教具為一款可在平板上使用的 APP，這個數位教具具有分數的多元表徵及元件可操弄的特性，其二次分割的功能設計可有助於呈現等值分數概念及協助學生了解分數的運算過程。本研究的研究對象為研究者在臺中地區某兒童機構認輔的 4 名國小數學低成就學生，研究者根據學生的學習情況，探索及設計數位教具應用於分數的教學模式，期許精進自己在數學數位教學的專業，進一步了解融入數位教具的教學對數學低成就學生的學習影響，並深入分析學生在數位教具輔助下的學習經驗。本研究結果顯示，透過本次教學實施與歷程反思，研究者在數學教學專業上獲得實質成長，特別是在數位教具融入低成就學生數學教學的策略運用上，逐步形成較為明確且具可行性的教學模式。研究發現，適當結合數位教具進行引導與操作，有助於提升學童對數學學習的參與程度與學習動機，並在理解基礎分數概念與學習成就表現上展現正向影響。此外，本研究亦歸納出多項數位教具於分數教學中的實務應用原則，可作為未來教師於數位教具融入數學教學時之參考，並為數位教具的實務運用提供具體建議。

關鍵字：分數學習、低成就、行動研究、數位教具

壹、緒論

一、研究動機與背景

分數是國小數學中相當困難且重要的學習主題，因為其概念多樣且較難與生活經驗直接連結，同時也影響學生未來在代數等數學學習上的發展。對於低成就學生而言，分數概念往往更難理解，因此需要額外的教學支持。研究者在數學輔導計畫中觀察到學生在分數運算上存在基礎概念不足的情形，反映出許多學生在分數學習上的共同困難。相關研究指出，數位教具能透過視覺化、互動操作及即時回饋，幫助學生理解抽象的數學概念並提升學習動機。然而，數位教具的成效仍需配合教師適當的教學設計與策略。因此，本研究嘗試將數位教具融入分數教學，透過生活情境與視覺化操作協助學生建立分數概念，並探討其對低成就學生學習的幫助。

二、研究目的與問題

基於上述背景說明，本研究旨在探討數位教具輔助教學對低成就學生在

分數學習的影響，具體研究問題包括以下四點：

1. 運用數位教具進行分數教學的有效教學模式為何？
2. 數位教具是否能提升低成就學生對於分數概念的瞭解？
3. 數位教具是否能提升低成就學生的學習興趣與信心？
4. 行動研究者在運用數位教具教學歷程中的反思與成長為何？

貳、文獻探討

依據研究目的，本章文獻探討分成兩節；第一節為學習分數的意義與學生學習的困難；第二節為數位教具的意義與相關研究。

第一節 學習分數的意義與學生學習的困難

分數概念是國小階段數學學習的重要轉折點，其學習難度不僅在於計算程序，更在於學生必須重新建構「量」的意義，並能在多重表徵之間保持一致性。Lamon（1999）指出，分數理解的核心在於學生是否能將分數視為一種可比較、可運算、可定位的量，而非僅將分子與分母視為兩個整數符號。也因此，分數學習往往不是單一概念的累積，而是由「平分與分裝的生活經驗」逐步過渡到「單位分數的基準建立」，再延伸至同分母分數的比較與加減、等值分數、數線與分數的連結、多步驟應用問題、異分母分數與分數四則運算等較高階內容。在這條學習序列中，每一步都牽涉到「同一個量如何被不同方式表示」的轉換能力，以及學生能否把操作經驗與符號規則連結起來（Behr et al., 1992）。

然而，學生在分數概念的發展歷程中常出現多重迷思與認知偏誤，尤其容易受到整數直覺干擾而產生錯誤推論。研究指出，部分學生會以「外觀複雜度」或「分子分母的大小」作為判斷依據，例如誤認為分母越大分數越大、或分數寫得越複雜數值就越大，反映其未能掌握分子分母之間的比例關係與分數作為量的本質（Stacey et al., 2001）。當學生進入等值分數學習時，若僅把同乘同除理解為機械規則，而沒有建立「同量」的檢核概念（例如：在面積模型中同一份整體、在數線上同一位置），就容易在化簡、通分、比較大小或解題過程中出現策略漂移，導致「會做某些題型、換一種表徵就不會」的學習斷裂（Van de Walle et al., 2013）。同樣地，在分數四則運算中，學生常表現出「規則記憶大於意義理解」：加減運算需要維持同單位（同分母）的量感，乘法涉及縮放與倍數概念，除法則關聯到等分與每份量的意義；若學生只背誦「分數除法等於倒數相乘」而缺乏意義支撐，往往在多步驟與情境題中無法正確建模，進而產生高頻的程序錯誤（Lamon, 1999；Van de Walle et al., 2013）。因此，分數教學的關鍵不應停留在程序傳授，而在於協助學生形成可遷移的推理依據：能在不同表徵中辨識同一個量、能用合理性檢核答案大小、並能把操作經驗轉化為符號表達。

第二節 數位教具的意義與相關研究

基於上述困難與迷思，數位教具在分數教學中的價值不應被視為「輔助練習」而已，而應被定位為促進概念建構與表徵轉換的核心媒介。數位教具的關鍵優勢在於「視覺化與動態表徵」，它能把原本抽象的分數量感具體呈現，並使「同量」概念更容易被學生看見與驗證。例如，透過虛擬分數條、面積模型或可拖曳切割的圖形，學生能直接觀察到將一個整體等分成不同份數時，如何透過再切割形成等值關係，而是同一個量在不同分割下的等價呈現（Al Farra et al., 2024）。這種可視化能有效降低低成就學生在抽象概念學習上的認知負荷，

並把錯誤直覺（如分母變大就變大）拉回到可驗證的同量依據。其次，互動操作與試誤學習是數位教具的另一下優勢，數位教具能提供學生反覆操作、即時調整與探索規律的環境，使概念不再只是被動接受，而是由學生透過行動建構。相較於紙筆練習容易只留下結果，數位互動能呈現學生的思考路徑：他怎麼切、怎麼合、怎麼對齊、怎麼定位，這些過程本身就成為教師診斷迷思的重要證據。Bouck 與 Long（2023）提出虛擬—抽象（Virtual-Abstract, VA）教學序列，強調先以虛擬操作建立概念，再逐步銜接到抽象符號推理，能幫助學生把「看得見的量」過渡到「寫得出的算式」，並提升通分、約分與分數加減等技能的正確率。對於分數教學而言，這種序列尤其關鍵，因為它能避免學生直接跳到規則背誦，而是在操作中形成「為什麼要通分」、「為什麼能化簡」、「為什麼分數除法可用倒數相乘」等概念支點。此外，數位教具中的即時回饋與錯誤矯正，能在學生操作當下提供回饋，讓錯誤不會累積成固定迷思。即時回饋不只是告訴學生對錯，更重要的是引導學生回到概念檢核：例如提示學生確認整體是否相同、單位是否一致、數線上的位置是否合理與答案大小是否符合估算。研究指出，即時回饋能提升學生正確率與學習投入，並增強低成就學生的自我效能感，使其更願意持續嘗試與修正（Al Farra et al., 2024）。同時，數位教具也能讓教師更有效掌握學生學習狀態，教師可根據學生的操作紀錄與錯誤模式提供差異化支援，針對特定迷思（如等值分數的同量觀不足、數線定位不穩、除法意義混淆）安排精準的概念補強活動，而非以大量題目重複練習取代診斷與矯正。

數位教具在教育實務上亦具備「可擴散性與公平性」的潛在價值。相較於高度依賴具體教具、時間與人力的個別指導，數位教具的低成本與可重複使用特性，能讓資源較有限的場域也有機會提供學生相對高品質的概念支持。Bouck 與 Long（2023）亦指出，適切的數位化操作與抽象銜接策略，有助於低成就學生在分數概念學習中獲得更多成功經驗，進而縮小學習落差。對行動研究而言，這也讓「教學介入」不再只是單次活動，而能逐步累積成可複製、可修正、可擴充的教學模式。

綜上所述，分數概念的學習是一條由生活經驗走向抽象推理的發展序列，學生在此過程中常因整數直覺干擾、同量觀不足與表徵轉換困難而產生迷思與錯誤。數位教具的視覺化、互動操作與即時回饋能有效支援學生建立量感、促進表徵一致性，並提供教師更高效的診斷與差異化教學依據。因此，本研究以數位教具作為核心教學介入媒介，將分數概念由平分與單位分數逐步銜接至同分母分數、等值分數、數線定位、多步驟應用、異分母分數與四則運算等內容，期望藉由「操作—語言—符號」的連結，提升學生對分數概念的穩定理解與運算應用能力，並降低迷思概念對後續學習的影響。

參、研究方法與步驟

在教育領域中，行動研究的核心在於「嘗試改變及改善教育實務的系統化研究」（郭重吉等人，1997）。其研究設計並不著重於理論的發展或結果的普遍適用性，而是針對特定時間、地點與情境中的問題特性，結合相關教育理論進行探討（蔡清田，2004）。本研究關注於研究者在教學現場所面臨的問題，並希望透過改進教學來尋求解決方案，因此採用行動研究作為研究方法，透過「計畫」、「行動」、「觀察」與「反思」，利用系統化循環的方式探討研究的過程，最後透過這樣反覆的循環，達到解決教學現場的問題，同時又促進研究者的專業

成長。

第一節 研究對象

本研究旨在探討數位教具對低成就學生在分數學習上的輔助效果。研究對象為臺中地區某兒童機構之六年級國小學童 4 名，這些學生因原生家庭因素，在社工介入後被暫時安置於此。由於兒童之家空間有限、學生人數多但師資不足，個別指導難以落實，導致學生普遍面臨學習落後的問題。隨著時間推移，這種落後現象因缺乏外部教育資源（如額外師資介入）而進一步惡化，使學生長期處於低成就的學習狀態。

第二節 研究工具

本研究工具有二：一為數學學習前後測驗；二為數位工具。

一、數學學習前後測驗

本研究採行動研究之三循環設計，為同時掌握各循環介入成效與整體學習成長，測驗安排分為「階段性」與「總結性」兩層：每一循環開始前施測小前測，循環教學結束後施測小後測；此外，研究開始時施測一次大前測，研究結束時施測一次大後測，以檢視整體介入之累積成效。各次前後測皆採平行測驗的方式編製，前後測題目在評量概念、題型結構與作答要求上保持一致，僅更換數值或情境數據，以降低重複作答可能造成的記憶效應，並提升前後測比較的可比性與公平性。測驗內容依據本研究教學介入之核心學習內容設計，包含平分與分裝、單位分數、同分母與異分母分數、等值分數、數線與分數、多步驟應用問題及分數運算，以確保評量問題能直接回應研究介入目標並反映學生概念掌握之變化。本研究前後測的題目為平行測驗，只有數據上的改變，問題結構及概念保持一致。

二、數位教具

本研究使用 Yuan（2024）所開發，名為 Fraction-Multiplication（簡稱 FM）之分數數位教具作為數位學習工具。FM 可在平板工具上操作使用，它提供五種分數表徵模型（如圖 3-2-1），不僅幫助學生更直觀地理解分數的概念，還能透過師生與平板之間的互動，增進分數的理解與應用。這樣的設計讓學生能將抽象的數學概念轉化為具體的視覺圖像，從而加強學習效果。此外，FM 還特別設計了幫助學生加深對等值分數理解的功能。學生可以進行二次切割功能，這有助於學生理解分數運算的意義（如圖 3-2-2），並強化概念建構。

根據本次研究學生的上課表現以及課後反饋，研究者發現，跳脫紙本授課的方式會讓學生更有上課參與，而本次的研究使用數位工具進行教學，學生初期雖然表現不佳，事後發現是因為對於數位工具的操作不熟悉；到後面能透過課堂活動操做數位工具學習分數概念，研究者認為，透過數位工具學習數學概念對於吃就學生的學習表現以及對學科表現是有顯著的認知提升，成績方面也有明顯的正成長。

透過兩項研究工具的實施與觀察，研究者發現其對本研究之教學成效具有正向且顯著的提升趨勢。對於數學低成就學生而言，多元化的學習模式能提供不同的學習管道，使學生在操作與互動的過程中逐步提升學習動機與學習興趣，並促進其對學習內容的理解與投入程度。

圖 3-2-1 FM 上的五種表徵工具及操作界面

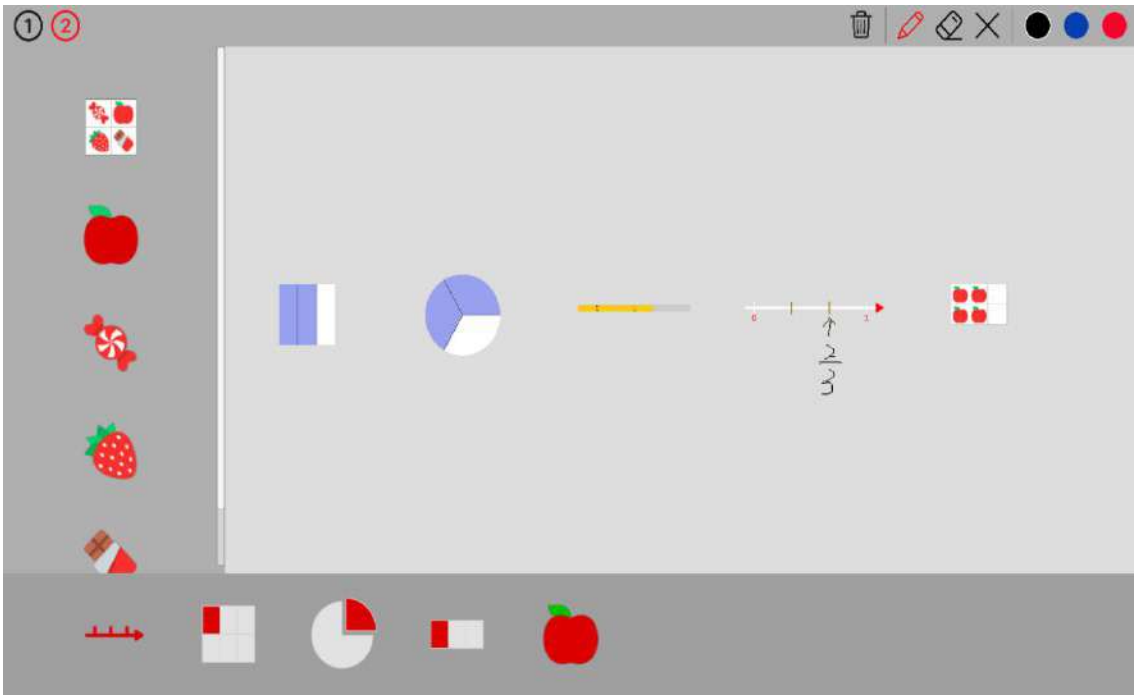
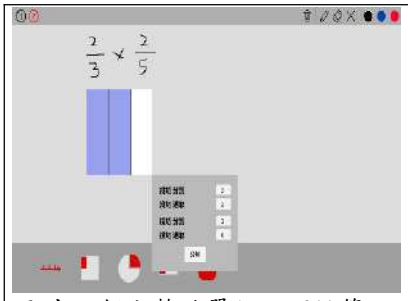
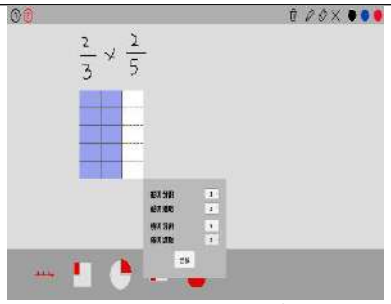
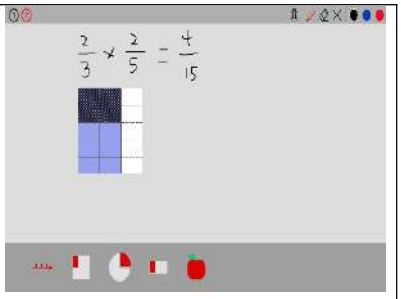


圖 3-2-2 透過兩次的分割歷程，連結分數乘法計算規約的意義

		
取出一個完整的單位，可做第一次等分割（直向），完成被乘數的表徵。	第二次將被乘數分母的每一等份再進行乘數分母數的等分割動作	第二次等分割之後，選取分子數，數位工具將顯示兩次選取數的交集數（連結分子相乘的意義）。

第三節 研究流程

本行動研究將進行三個行動循環，據以探討將數位教具融入分數學習的教學方案，並進一步了解其對低成就學生的學習影響，研究流程含以下五個階段(如表 3-3-1)：

表 3-3-1 研究流程表

流程	實施月份	實施內容
第一階段	114 年 7 月至 10 月	研究者在教學現場發現問題，針對問題設計課程。

第二階段	114 年 10 月至 11 月	實施第一次循環行動研究。
第三階段	114 年 11 月至 12 月	針對第一次循環行動研究所發現的問題進行調整、修正，改善研究設計與教學設計後，實施第二次循環行動研究。
第四階段	114 年 12 月至 115 年 1 月	針對第二次循環行動研究所發現的問題進行調整、修正，改善研究設計與教學設計後，實施第三次循環行動研究。
第五階段	115 年 1 月至 2 月	撰寫研究結果、提出研究結論與建議。

本研究依行動研究的循環歷程進行與實施。首先於 114 年 7 月至 10 月間，研究者在教學現場觀察並發現學生學習上的問題，進而據此設計相關教學課程。114 年 10 月至 11 月實施第一次循環行動研究，並根據教學歷程與學生學習情形進行反思與調整。接著於 114 年 11 月至 12 月進行第二次循環行動研究，並再次依據研究發現修正研究設計與教學策略。隨後於 114 年 12 月至 115 年 1 月實施第三次循環行動研究，以持續改善教學實施方式。最後於 115 年 1 月至 2 月整理研究資料，撰寫研究結果，並提出研究結論與建議。

肆、研究結果與討論

本節分析低成就學生使用平板數位教具進行分數學習前後的表現變化，並回應研究問題。透過本次行動研究歷程，我體會到教學成效並非來自單次成功設計，而是透過持續回到課室現場、觀察學生反應並依據證據進行修正而逐步累積。研究初期，學生在分數理解上多停留於零散直覺與片段規則，表現出「看似會做但不穩定」的狀態，一旦題型或表徵改變即易出錯。此現象顯示傳統以講解與反覆練習為主的教學方式，容易使低成就學生陷入記憶規則卻無法理解的循環。本研究將教學重心放在「量的可見化」與「理解的可檢核化」，並將數位教具置於概念關鍵處，而非作為輔助活動。透過數位操作，學生需不斷檢視量是否一致、表徵是否對齊，並透過拖曳、切割與對應，使思考歷程具體化。此歷程使錯誤得以被辨識為不同類型，如量感不足、表徵未對齊或僅依賴程序規則等，而非單純答案錯誤。隨著三次行動研究循環推進，我也修正對學生困難來源的理解，從原先認為是計算能力不足，轉為發現問題多發生於概念建構之前。當教學調整為「先操作、再說明、最後符號化」，學生的思考歷程更清晰，也使我能依據學習證據精準調整教學策略。

在學習成效上，小前後測與大前後測結果顯示，學生表現呈現由錯轉對的累積性進步，且策略逐漸穩定，顯示其已建立較一致的概念判準，而非僅熟練題型。此結果呼應以「量的理解」為核心的分數學習觀點。研究後期亦發現，數位工具有助於促進多重表徵的一致性，學生能透過數線與圖像操作驗證不同表徵是否代表同一個量，進而提升理解的穩定性與遷移能力。數位教具的即時回饋使錯誤轉化為可修正的學習契機，降低學生面對數學的不確定感與挫折。學生逐漸建立對學習的掌控感，提升嘗試意願與學習信心。此改變不僅體現在概念理解上，也反映於學習態度的轉變。在此歷程中，我亦重新理解教學專業的意義。數位工具本身不會自動產生成效，需與操作表徵、口語說明與符號表

示相互結合，並依據學生學習證據進行調整。透過持續判讀學生錯誤類型，教學逐漸由直覺轉向證據導向，形成可修正且可累積的專業實踐。總結而言，本研究顯示，在循環式教學修正下，數位教具能提供具體、互動且可檢核的學習環境，協助低成就學生建立穩定的分數概念與判準，進而提升整體學習表現。更重要的是，本研究強調低成就學生並非無法學會分數，而是需要適切的學習路徑，使抽象概念可視化、錯誤可修正，並在理解中持續發展。研究者的專業成長主要表現在教學決策由進度導向轉為證據導向。透過每一循環的前後對照與操作歷程觀察，研究者得以區辨學生錯誤來源（如概念未建立、數字未對齊、檢核不足或程序疏忽），並據此調整任務設計與支架強度，使教學修正具備明確依據。研究者亦逐步確認，數位教具的效益需仰賴概念導向的任務設計與抽象化要求，方能將操作經驗轉化為可遷移的理解，並在真實課室中形成可持續運作的教學流程。

伍、結論與建議

整體而言，本研究顯示，當教學能以可視化表徵支撐概念、以證據導向持續修正，低成就學生之分數學習可由會做，進一步走向做得穩且能遷移，並為後續教學實務與研究延伸提供具體參考。

參考文獻

李巧雯（2009）。學生學習數學中的錯誤分析。**數學教育學報，21**(2，45-60。

林碧珍（1990）。從圖形表徵與符號表徵之間的轉換探討國小學生的分數概念。**新竹師院學報，4**，295-347。

陳小娟（2011）。小學生數學錯誤的分析與矯正策略。**現代教育研究，19**(4，130-145。

教育部（2018）。**十二年國民基本教育課程綱要（數學領域）**。臺北市，教育部。

教育部（2022）。**教育部國民及學前教育署補助辦理國民小學及國民中學學生學習扶助作業注意事項**。臺北市，教育部。

郭重吉、江武雄、張文華（1997）。中學數理在職進修課程設計之行動研究（I）-教師轉變與課程調整。**科學教學專刊，5**(3)，295-320。

黃志強（2012）。**數位學習工具在數學教學中的應用。數學教育與科技，17**(1)，34-48。

黃昭銘、宋順亨、張至文、鄭文玄（2014）。行動科技融入國小數學「分數」學習活動之研究。**教育科技與學習，2**(2)，189-206。

張榮慧（2013）。互動式數位工具對小學生學習數學的影響。**教育技術期刊，15**(2)，56-72。

蔡清田（2004）。**課程發展行動研究**。台北：五南。

Al Farra, M., Xiong, Z., & Yamada, T. (2024). Digital tools in supporting fraction learning:

Enhancing understanding through visualization and interaction. *Journal of Mathematics Education, 45*(1), 34-56.

Alonso, A., Parker, J., & Miller, T. (2021). The impact of digital tools on mathematics achievement: Enhancing engagement and confidence in learning fractions.

Journal of Educational Technology, 38(2), 112-128.
Bakker, A., Cai, J., English, L., Kaiser, G., Mesa, V., & Van Dooren, W. (2021). Beyond small, medium, or large: Points of consideration when interpreting effect sizes. *Educational Studies in Mathematics, 107*(1), 1–24.
Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. W. H. Freeman.
Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). Macmillan.
Bouck, E. C., & Long, C. (2023). Virtual-abstract teaching for fractions: Bridging the gap for low-achieving students. *Educational Technology Research and Development, 71*(3), 215-233.
Bottge, B. A., Rueda, E., Grant, T. S., Stephens, A. C., & Laroque, P. T. (2014). Enhancing fractions learning with contextualized problem solving in special education. *Exceptional Children, 80*(2), 137-157.
Cheung, A. C., & Slavin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. *Educational Research Review, 9*, 88–113.
Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in Human behavior.* Springer Science & Business Media.
Engelbrecht, J., & Harding, A. (2005). Teaching undergraduate mathematics on the internet: Part 1—Technologies and taxonomies. *Educational Studies in Mathematics, 58*(2), 235–252.
Fredricks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). School engagement: Potential of the concept, state of the evidence. *Review of Educational Research, 74*(1), 59–109.
Harskamp, E., & Suhre, C. (2007). The effect of interactive learning environments on self-regulated learning. *International Journal of Educational Research, 46*(6), 390–402.
Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review, 22*(3), 215–243.
Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge.
Lin, H., & Chen, D. (2021). Exploring the effectiveness of virtual manipulatives in teaching fraction concepts in elementary education. *Computers & Education, 161*, 1-10.
Rosen, Y., & Salomon, G. (2007). The differential learning achievements of constructivist technology-intensive learning environments as compared with traditional ones: A meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research, 36*(1), 1–14.
Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of Intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist, 55*(1), 68–78.
Stacey, K., & MacGregor, M. (2001). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior, 20*(2), 149-167.
Sun, J. C.-Y., & Rueda, R. (2012). Situational interest, computer self-efficacy and self-regulation: Their impact on student engagement in distance education. *British Journal of Educational Technology, 43*(2), 191–204.
Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and Middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Pearson.

Venkatesh, V., Morris, M. G., Davis, G. B., & Davis, F. D. (2012). User acceptance of information technology: Toward a unified view. *MIS Quarterly, 27*(3), 425–478.

Yuan, Y. (2024, December). The development of fraction virtual manipulatives and their applications to low-achieving elementary school students. Paper presented at the 29th Asian Technology Conference in Mathematics. Yogyakarta, Indonesia.

應用四階段評量探討國小五年級學童在「比率與百分率」問題的解題表現

許依倫[1]　林原宏[2]
[1]臺中市南屯區南屯國民小學 balun0318@gmail.com
[2]國立臺中大學數學教育學系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究以國小五年級學童為對象，使用自編之「比率與百分率四階段評量」，測驗學童的敘述性與解釋性二種知識，更透過「雙重信心層設計」量化學童的後設認知能力，有效排除盲目猜測的干擾。學童在「二種知識完全正確且有信心」的認知狀態下方可獲得該題分數 1 分，並統計四個知識構面分別的總分作為本單元的學習表現，進行二階集群分析。

研究結果將受試者區分為五種認知樣態：基礎空泛型(26.6%)、應用取向型(25.8%)、概念萌芽型(19.8%)、融會貫通型(17.6%)、具備潛力型(10.2%)，具體呈現出學童認知異質性，且證實「程序或應用熟練」並不等同於真正的「概念理解」，也指出傳統評量之盲點。

教學上建議針對「具備潛力型」強化語意轉譯，對「基礎薄弱型」重構具體表徵並建立校準能力，且應透過多階段評量關注理由說明；於研究上則應深究未獲 SK 分數學童之答題狀況，以更精準落實差異化教學。

關鍵字：比率與百分率、四階段評量、後設認知、信心評量法、集群分析

壹、緒論

數學教育中的「比率與百分率」是國小高年級數學的核心概念，更是學童從算術的加法思維跨越至代數的乘法思維(比例推理)之重要橋樑(Lesh et al., 1988)。依據十二年國民基本教育課程綱要的縱向銜接脈絡，國小比率與百分率的學習旨在建立關係的量化與結構守恆，這不僅是高年級的重要內容，更是未來國中階段學習「比例式」、「正反比」與「進階代數運算」的基石(教育部，2018；Lamon, 2012)。然而，學童在建構此概念時常面臨多重認知挑戰，如：基準量混淆、視百分率為絕對量或誤用加法策略處理乘法關係(Lamon, 2012)。

在過去探討學童解題表現與迷思概念的教育研究中，經常仰賴平均數比較等傳統「以變項為中心」的統計方法。然而，這種傳統平均數分析往往將全體受試測學童視為單一的同質性群體，容易受到整體平均數值的掩蓋，進而抹煞了學習者之間潛在的異質性(heterogeneity)。這種作法導致教師難以細緻區辨不同次群體的真實認知狀態與潛在的迷思機制(程煒婷等人，2025)。為突破此一方法論上的限制，研究有必要轉向「以樣本點為中心」的集群分析(cluster analysis)。集群分析能透過計算個體作答反應的多變量相似程度，精確捕捉個體間的多樣性，並從混雜的評量數據中，精確識別出具有高度內部同質性與外部異質性的典型群體(李慧美等人，2017；林原宏，1996)。

基於上述背景與動機，本研究旨在應用四階段評量與集群分析法，深入探討學童於比率與百分率單元的概念與後設認知特徵，期盼能具體描繪出傳統分析無法呈現的學童異質輪廓，協助教師針對不同認知特徵的群體提供更具個別化與適性化的精準補救教學策略。

貳、文獻探討

一、四階段評量

四階段評量(four-tier assessment)是為了解決傳統測驗與早期多階段評量之限制，進而發展出的一種精密概念診斷工具。傳統的單選題評量難以深入診斷學童的迷思概念，且無法區分學童答對是出於「真正理解」還是「盲目猜測」(Arslan et al., 2012)。即便二階段與三階段評量加入了理由選擇與確信度指標(CRI)，三階段評量卻通常僅要求學童對「二個階段」給予單一的信心評分，無法細緻區辨學童對於「敘述性知識(答案)」與「解釋性知識(理由)」的信心程度是否一致(Caleon & Subramaniam, 2010)。

為彌補此缺陷，四階段評量被建構為四個層次：第一階段測驗敘述性知識(答案)；第二階段評估自己對第一階段答案的信心程度；第三階段測量解釋性知識(理由)；第四階段則評估自己對理由選擇的信心程度(Caleon & Subramaniam, 2010)。透過這種雙重信心指標的設計，四階段評量能精確偵測學童的認知結構，將認知狀態細分為「科學概念(scientific knowledge, SK)」、「缺乏知識(lack of knowledge, LK)」、「假正(false positive, FP)：不會卻答

對」、「假負(false negative, FN)：會卻答錯」，以及最需要關注的高信心錯誤「迷思概念(misconceptions, MC)」(Tumanggor et al., 2020)。這種深度診斷不僅有效排除了猜測的干擾，更能顯示學童「自以為知道」的知覺錯覺現象(Caleon & Subramaniam, 2010)。

二、比率與百分率

「比率與百分率」是國小高年級數學的核心概念，更是學童從算術「加法思維」跨越至代數「乘法思維」的重要橋樑(Lesh et al., 1988)。在概念上，「比率」是指建立於部分量與全體量之間的一種倍數(除法)比較關係；而「百分率」則是將比率轉化為分母固定為 100 的特殊形式，目的在於標準化比較基礎(Lamon, 1999；教育部，2018)。

然而，學童在建構此概念時常面臨多重認知挑戰。首先是「基準量混淆」，學童常無法正確區分「部分」與「全體」在基準量定義上的差異，導致在處理問題時產生監控失調；其次是「加法策略迷思」，學童容易誤用加法思維來處理本質上屬於乘法結構的關係(Lamon, 2012)。再者，學童常忽略基準量的變化，誤將百分率視為可獨立運算的「絕對量(absolute amount)」(Tourniaire & Pulos, 1985)。最後，比率概念極度依賴符號、語言、圖像等「多元表徵轉換」，若界線模糊，學童將只能流於記憶式的程序運算(Lesh, et al., 1987)。

三、後設認知(metacognition)

後設認知是指個體對自身認知歷程的覺知、理解、監控與調節(Flavell, 1979)。在數學解題中，外顯的「正確答案」可能隱藏著錯誤推理或隨機猜測，必須將學童的主觀經驗納入考量以探究內部監控機制(Efklides, 2002)。因此，學者提先關評量方式，其中，「信心評量法(confidence rating method)」要求學習者在任務當下進行信心判斷，具備高度效度且不干擾解題，是量化後設認知的有效工具(Fleming & Lau, 2014)。

信心評量法能精確評量後設認知，可由三位學者的理論印證：首先，Flavell(1981)的「後設認知經驗」指出，解題時評估的「信心程度」正是面對任務的即時感受，直接反映當下的後設認知狀態(Efklides & Tsiora, 2002)。其次，Brown(1987)強調後設認知的核心在於「自我監控」，而信心評量正是學童執行內部監控後所產出的具體「監控結果」(Dermitzaki, 2005)。最後，Schraw(1994)指出後設認知的關鍵在於主觀信心與客觀表現的一致性(即「校準」能力)，透過比較差異能具體量化監控準確度。

在四階段評量中，針對答案與理由的「雙重信心層設計」重複檢核了學童解題歷程的狀態，有效排除瞬間直覺的誤差(Koriat, 2012)。這種深度的動態監控能精準呈現出抱持「過度自信」且深陷「迷思概念」的學童，為教育現場提供極具診斷價值的補救教學指引(Fleming, 2024)。

四、集群分析

在傳統教育與心理學研究中，過度仰賴平均數比較的分析方法容易將全體樣本視為單一的同質性群體，進而抹煞了學習者之間潛在的異質性

(heterogeneity)，導致難以細緻區辨不同次群體的真實狀態與作用機制。為突破此限制，近年來研究者逐漸提倡採用「以個體為中心」的分析方式，透過集群分析等方法，精確捕捉個體間的多樣性並辨別出不同的群體(程煒婷等人，2025)。

集群分析的核心在於計算個體間的相似程度或距離，依相近特性將個體分為數群，以確保同集群內的樣本具高度同質性，而不同集群間則具有較高的異質性(張萬烽，2016；林原宏，1996)。在實際應用上，研究者常採用「二階段集群分析法」，第一階段運用階層式集群分析探索並決定最適當的集群數目，第二階段則採非階層式集群分析將個體分至最適合的集群中(李慧美等人，2017)。特別是在數學教育研究的大樣本情境下，二階段分析展現了極佳的統計優勢，其能先透過階層式分析客觀決定集群數，再利用非階層式分析在大樣本下的表現穩定性，精確分出不同特徵的學習者群體。

透過這種「以樣本點為中心」的集群分析，能有效避免平均數掩蓋個體差異的盲點，精準識別出傳統分析無法呈現的典型輪廓。正如李慧美等人(2017)探討教師環境覺知與行為時，若僅看整體平均將無法窺見群體內部殊異的樣態，但透過集群分析，成功從樣本中識別出了「高覺知高行動」、「高覺知中行動」與「低覺知低行動」這三類高度異質的群體。此種分析方法不僅具體描繪出變項間非線性的動態關係，更協助研究者從混雜的數據中精煉出各類典型特徵，進而能針對不同群體規畫更具個別化與適性化的輔導策略。

參、研究方法

一、研究對象

本研究採方便取樣法，以國小五年級學童為研究對象，其所屬學校包含小、中或大規模，分布於一般地區、非山非市地區或偏鄉地區，有效樣本共計 353 份，且受試者均已完成比率與百分率正式教學課程。

二、研究工具

研究工具為「比率與百分率四階段評量試卷」，共計 12 題，內容參考現行國小教材與相關文獻編製，包含「認識比率(C1)」(第 1-3 題)、「認識百分率(C2)」(第 4-5 題)、「比率和百分率的轉換(C3)」(第 6-7 題)及「打折和加成問題(C4)」(第 8-12 題)四大構面，並排除非常用三大版本教科書皆有的內容，確保所有受試者皆完整學習所測驗之概念。測驗方式採四階段評量，除要求學童勾選內容答案外，亦需說明解題理由，並針對內容與理由進行信心水準評估。

三、計分準則

本研究考量理想的學習表現應具備「敘述性知識」與「解釋性知識」，故僅關注 Tumanggor 等人(2020)提出之五種認知狀態中的「科學知識」類，學童在各題四階段需同時滿足以下條件方得 1 分，其餘答題情形皆為 0 分：(1)內容層答案正確；(2)理由層答案完全正確；(3)內容層信心與理由層信心為「非常有信心」或「有信心」，盼能排除猜測因素，精準反映學童的認知表現穩定度。

四、資料分析

本研究試題分為四構面，而四構面分別的總分則作為受試者於此單元的四個表現分數，並據此採「二階集群分析(Two-step Cluster Analysis)」區分個別差異。分析過程中，參酌 BIC 準則將受試者劃分為數群進行分析。完成分群後，將集群成員標籤另存為新變數，並依特性為各集群命名，並以單因子變異數分析(One-way ANOVA)檢定各集群在各構面上之差異顯著性。

肆、研究結果

一、集群分布與特徵命名

本研究採用之試卷信度為.823 且試題具良好鑑別度，透過二階集群分析，依據受試者在比率與百分率認知測驗 C1-C4 各構面的分數進行分類，並以 BIC 最小值.652 為準則將 353 位學童分成五群(以 G1 至 G5 為代號)。

表 1 比率與百分率認知類型集群人數分佈表(N=353)

集群代號	人數(人)	百分比(%)
G1	94	26.6
G2	70	19.8
G3	62	17.6
G4	36	10.2
G5	91	25.8

為進一步驗證五類學童在比率認知構面之差異，採單因子變異數分析進行檢定，結果如表 2 所示，五類受試者在 C1 至 C4 四構面之表現均達顯著差異($p<.001$)，顯示本研究之分群結果具備高度的統計辨識力與研究價值。

表 2 各集群於比率認知構面之平均數與變異數分析摘要表

知識構面/群體	G1	G2	G3	G4	G5	全體平均	F 值
C1 認識比率	.09	.41	2.55	.94	.91	.88	167.05***
C2 認識百分率	.00	.61	1.56	2.00	.55	.74	248.39***
C3 符號轉換	.00	.60	1.32	1.17	1.36	.82	109.13***
C4 情境應用	.30	.53	3.37	1.56	2.26	1.52	165.50***

***p<.001

為能更了解各集群的特性，研究者將五個類型命名如下：

(一)G1：基礎空泛型

此群體前三構面平均趨於 0 分，唯在 C4(情境應用)平均有.30 分，完全未掌握比率概念與符號轉換，推測 C4 的分數極可能是猜測或零碎經驗所得。

(二)G2：概念萌芽型

此群體各構面的分數雖低於全體平均卻穩定(平均落在.41~.61)，可見其對各構面有初步卻微弱的認識，屬「尚在摸索而未穩定」的階段。

(三)G3：融會貫通型

此群體在所有構面皆處於中上程度，尤其是第四構面表現非常突出，具備良好的「關係性理解」，不僅會算，更能靈活應用。

(四)G4：具備潛力型

此群體在 C2 表現居冠，在 C1、C3 與 C4 表現亦居中，可見其具追求本單元卓越表現的潛力。

(五)G5：應用取向型

此群體在 C1 與 C2 表現平淡，但 C3 與 C4 表現卻高於全體平均，甚至居冠，此類學童十分奇特，他們可能不擅長死背定義，卻對於邏輯推理與情境應用有較強的直覺或特有解題方式。

各集群之樣本分佈如表 1 所示，研究區分出五類不同認知樣態的學童。其中以「基礎空泛型(G1)」(26.6%)及「應用取向型(G5)」(25.8%)比例最高，顯示受試者在各構面之 SK 分數皆處於基礎概念不熟悉的狀態；「概念萌芽型(G2)」(19.8%)展現穩定卻薄弱的認知狀態，顯示尚不足以應對複雜推理，亦佔全體受試者的二成；「具備潛力型(G4)」(10.2%)於各構面表現皆屬中上程度，尚待潛力開發；「融會貫通型(G3)」(17.6%)在所有構面均維持較高水準表現，特別是高層次應用題(C4)居全體之冠。整體而言，本研究區分的五類認知樣態，證實學童在比率與百分率學習中存在明顯的認知差異與斷層。

三、認知特徵剖面圖之分析

將各群體在四構面的 SK 得分平均繪製成如圖 1 之特徵剖面圖可知，受試者之認知表現在各構面存在顯著差異，且並非全好或全差。最特別之群體為 G5(應用取向型)，其在基礎概念之表現屬於中下程度，卻於應用表現突飛猛進；反之，G4(具備潛力型)雖不擅程序計算與應用，卻在概念理解展現相對良好的表現。由上述可知，計算能力、應用能力與基礎概念若僅存在部分優勢，則無法在比率與百分率具備全面良好的學習表現，此現象印證了 Skemp(1976)之理論：「工具性理解(instrumental understanding)」雖能提升局部解題效率，惟有如 G3(融會貫通型)具備之「關係性理解(relational understanding)」，才能確保跨構面之知識遷移。

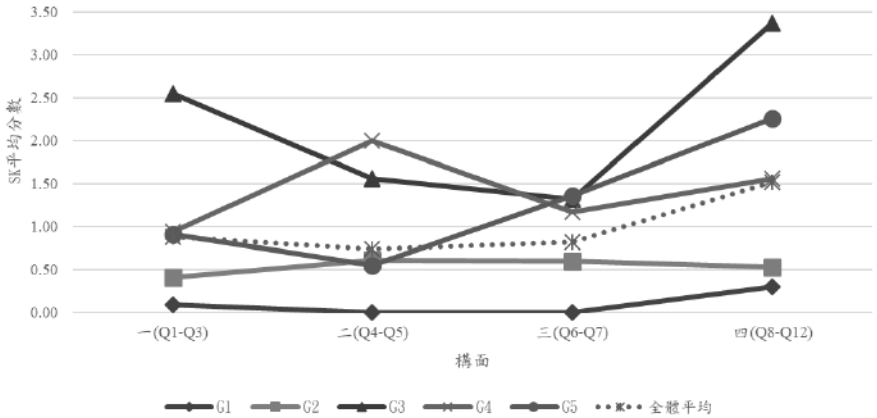


圖 1 五類型學童於四構面認知特徵剖面圖

伍、結論與建議

本研究透過自編「比率與百分率四階段評量試卷」，結合科學知識(SK)計分準則與二階集群分析，深入探討國小高年級學童之認知樣態。研究發現，學童之認知表現並非單一構面的強弱，而是呈現顯著的差異與斷層。以下針對研究發現提出結論與教學建議。

一、結論

(一)區分出五類認知樣態之學童，反映學童學習起點之差異

研究結果顯示，受試者可區分為五類，其中「基礎薄弱(G1、G2)」佔比將近一半，顯示許多數學童在缺乏穩固概念的情況下，面對該單元常陷於盲目猜測或碎片化知識之困境。

(二)「程序或應用熟練」不等於「概念理解」，顯示工具性理解學童之瓶頸

本研究最重要的發現為具備潛力型(G4)學童在認識百分率與符號轉換(C2、C3、C4)展現良好的表現，但在面對最基礎的概念(C1)時表現則下滑，提醒了我們不能使用高層次認知表現直接斷定低層次認知表現。

(三)辨識「應用取向型」學童，打破傳統單一評量之盲點

研究意外發現 G5(應用取向型)之存在。此群體雖在程序性運算上表現平庸，卻在複雜情境與邏輯推理中表現優異。這反映出部分學童具備非傳統的直覺推理路徑，若僅以傳統紙筆測驗之總分評定，極易錯估此類學童的數學潛能。

二、教學建議

(一)針對「具備潛力型」學童：強化語意連結與概念轉譯

教學者不應過度強化公式的反覆練習，而應引導此類學童進行「出聲思考」，解釋運算背後的原理。透過「情境改寫」或「反向命題」，強迫學童跳脫固定程序解題，建立程序與概念間的雙向聯結。

(二)針對「基礎薄弱(G1、G2)」學童：重構具體表徵並建立良好的校準能力

對於 G1、G2 學童，教學應重拾具體物操弄，重建「比率與百分率」基本意義。同時，利用 SK 計分的評量讓學童學習判斷「是否真的懂了？」，而非慣性猜測答案，以使其認知表現與後設認知往正向且一致的方向發展。

(三)評量方式之轉型：導入多階段評量與關注理由說明

傳統總分式評量難以捕捉如 G5 般的「偽理解」現象，建議教育現場採納多階段評量(信心、理由正確性)，以更精確的識別學童是死背公式(工具性)還是真正理解(關係性)，進而落實差異化教學(Differentiated Instruction)。

三、研究建議

本研究以知識正確且有信心之學童為有能力答對題目之判斷依據，而未具 SK 得分者，可能包含「低信心、知識正確」或「高信心、知識錯誤」之學童，而針對這二類學童之教學策略又大有不同，因此未來研究需深入探討未得 SK 分數之學童認知與信心狀態，以利更精確的實施差異化教學。

本研究透過二階集群分析識別出五類認知樣態，證實學童學習起點具顯著差異，且「程序或應用熟練」並不等同於「概念理解」，顯示工具性理解者的

認知瓶頸；同時，辨識出「應用取向型」學童，點出傳統評量之盲點。教學建議針對「具備潛力型」強化語意轉譯，對「基礎薄弱型」重構具體表徵並建立校準能力，且應透過多階段評量關注理由說明；於研究上則應深究未獲 SK 分數學童之答題狀況，以更精準落實差異化教學。

參考文獻

李慧美、董志明、張晉瑞、劉建慧(2017)。國小教師環境覺知與行為集群分析之研究。**休閒保健期刊**，(17)，52–61。

林原宏(1996)。知識結構分析－徑路搜尋、多向度量尺和集群分析的方法論探討。**測驗統計年刊**，(4)，47–68。https://doi.org/10.6773/JRMS.199612.0047

張萬烽(2016)。學習障礙學童自我概念發展之集群分析。**特殊教育發展期刊**，(62)，65–78。https://doi.org/10.7034/DSE.201612_(62).0006

教育部(2018)。十二年國民基本教育課程綱要：國民小學暨普通型高級中等學校─數學領域。教育部。

程煒婷、呂家賢、陳慧娟(2025)。教師支持對國中生數學學習投入與不熱衷之影響：數學學業情緒的中介效果檢驗。**科學教育學刊**，**33**(3)，287–313。https://doi.org/10.6173/CJSE.202509_33(3).0004

Arslan, H. O., Cigdemoglu, C., & Moseley, C. (2012). A three-tier diagnostic test to assess pre-service teachers' misconceptions about global warming, greenhouse effect, ozone layer depletion, and acid rain. *International Journal of Science Education, 34*(11), 1667–1686.

Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 65–116). Erlbaum.

Caleon, I. S., & Subramaniam, R. (2010). Do students know what they know and what they don't know? Using a four-tier diagnostic test to assess the nature of students' alternative conceptions. *Research in Science Education, 40*(3), 313–337.

Dermitzaki, I. (2005). Preliminary investigation of relations between young students' self-regulatory strategies and their metacognitive experiences. *Psychological Reports, 97*(3), 759–768.

Efklides, A. (2002). The systemic nature of metacognitive experiences. In P. Chambres, M. Izaute, & P.-J. Marescaux (Eds.), *Metacognition: Process, function and use* (pp. 19–34). Kluwer Academic Publishers.

Efklides, A., & Tsiora, A. (2002). Experience of difficulty, self-consistency, and self-confidence: Their association with inventory and task-specific self-beliefs. *The Journal of Psychology*, *136*(2), 169–190.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist, 34*(10), 906–911.

Flavell, J. H. (1981). Cognitive monitoring. In W. P. Dickson (Ed.), *Children's oral communication skills* (pp. 35–60). Academic Press.

Fleming, S. M., & Lau, H. C. (2014). How to measure metacognition. *Frontiers in Human Neuroscience, 8,* Article 443.

Fleming, S. M. (2024). *Knowing yourself: The science of metacognition*. Cambridge University Press.

Koriat, A., & Goldsmith, M. (1996). Monitoring and control processes in the strategic regulation of memory. *Psychological Review, 103*(3), 490–517.

Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers.* Lawrence Erlbaum.

Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3rd ed.). Routledge.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. J. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33–40). Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93–118). Lawrence Erlbaum Associates; National Council of Teachers of Mathematics.

Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology, 19*(4), 460–475.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20–26.

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics, 16*(2), 181–204.

Tumanggor, A. M. R., Supahar, Kuswanto, H., & Ringo, E. S. (2020). Using four-tier diagnostic test instruments to detect physics teacher candidates' misconceptions: Case of mechanical wave concepts. *Journal of Physics: Conference Series, 1440*(1), 012059.

Abstract

This study focused on fifth-grade elementary students, utilizing a self-developed "Four-tier Ratio and Percentage Assessment" to evaluate their descriptive and explanatory knowledge. Through a "double-confidence tier design," the instrument quantified students' metacognitive abilities, effectively eliminating the interference of blind guessing. Under the scoring criteria, a student receives 1 point only when they demonstrate a cognitive state where "both types of knowledge are entirely correct and accompanied by high confidence." The total scores from four distinct knowledge dimensions were then calculated to represent learning performance and subjected to a two-step cluster analysis.

The results identified five distinct cognitive profiles: Fragmented Foundation (26.6%), Application-Oriented (25.8%), Conceptual Emergence (19.8%), Comprehensive Mastery (17.6%), and Emerging Potential (10.2%). These findings illustrate the cognitive heterogeneity among students and confirm that procedural or practical proficiency does not equate to authentic conceptual understanding, highlighting the limitations of traditional assessments.

The study suggests that instructional practices should focus on strengthening semantic translation for the "Emerging Potential" group and reconstructing concrete representations alongside confidence calibration for the "Fragmented Foundation" group. Furthermore, multi-tier assessments should be utilized to emphasize the importance of students' reasoning. Future research should delve deeper into the response patterns of students who failed to achieve SK scores to ensure more precise and effective differentiated instruction.

Keywords: four-tier diagnostic assessment, ratio and percentage, metacognitive monitoring, confidence rating method, cluster analysis

探究八年級資優生在非例行性數學題的解題表現

鍾秉桐 [1] 姚如芬 [2]

[1] 臺南市立新東國民中學 q93256@gmail.com

2 嘉義大學教育學系 rfyau@mail.ncyu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討兩位八年級資優生在面對「非例行性問題」時的解題表現與策略運用。研究採取個案研究法，透過研究者設計之結構化工作單進行施測，並輔以訪談，以此追蹤並分析個案之思考歷程與解題邏輯。研究結果顯示，兩位個案展現出優異的數學直覺，能敏銳覺察題目關鍵資訊，並彈性運用已知資源進行推導。在解題過程中，個案亦展現出高度的觀察能力，能透過不同的邏輯歸納去進行座位排列，建構出有效的解題路徑。最後，本研究根據個案之解題表現，歸納出資優生在處理數學問題時的策略與特徵，期望能提供教學現場中的實例去理解資優生思維架構，並作為後續相關數學教育與課程設計之參考。

關鍵詞：資優生、非例行性問題、解題策略、個案研究

壹、 緒論

一、 研究動機與背景

近年來，在素養導向教學的教育趨勢下，數學教育更強調學生運用知識解決問題、進行推理與表達數學想法的能力。根據研究者的教學經驗，一般學生在面對非例行性的數學問題時往往感到困難，而資優生因具備較佳的數學直覺、觀察規律與靈活運用知識的能力，在解題歷程中常能展現較多元且具創意的解題策略。因此，本研究以八年級一般智能資優生為研究對象，透過設計綜合運用之非例行性題目，探究其解題表現與策略運用情形。Yackel(2005)指出，學生自發性的解題表現是教師理解學生數學思考的重要窗口；透過分析資優生的解題歷程，不僅能深入了解其數學思考與策略運用模式，亦可提供教師在素養導向教學與解題指導上的參考，進而促進學生數學能力的發展。

二、 研究目的

本研究透過研究者所設計之非例行性數學問題，探究個案資優生的解題表現與策略差異，以整理並歸納貼近資優生思考的解題策略。研究結果期望能提供教師實例以利於理解資優生數學思考以及後續素養教材設計上的參考。

貳、 文獻探討

一、 數學解題

根據《十二年國民基本教育課程綱要：數學領域》，課程目標之一即是培養運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力(教育部，2018) 。Freudenthal(1991)指出，數學活動的本質即在於解決問題，亦即從真實情境中發掘並組織問題。NCTM(2000)在《學校數學的原則與標準》(Principles and Standard for School Mathematics)中更明確指出，數學即解題、推理。證明、溝通、連結與表徵，由此可見解題乃是數學學習的核心。而透過數學解題更可以提供學生發展批判思考與解題策略，是培養學生數學能力的重要一環(劉祥通，2007)

Mayer 與 Hegarity(1996)將數學問題區分為「例行性問題」與「非例行性問題」。前者是指解題者已知解法並能適切運用；後者則是指雖已覺察問題，但無法立即從過往經驗中找到解決方法。NCTM(2000)特別強調，解決非例行性問題是數學學習的重要任務。黃敏晃(1991)在「淺談數學解題」中也指出，只有在面對非例行性問題時，才會真正引發解題行為，過程中需動用相關概念、知識、技能與經驗。

Schoenfeld(1985)將數學解題的研究聚焦於四個主要構面，更全面地分析影響解題的因素：

(一) 資源(resources)：

指解題者所擁有的數學先被知識，包括定義、概念性知識和程序性知識。

(二) 捷思(heuristics)：

指用以解決非例行性問題的策略，如簡化、作圖、製表或尋找規律等。

(三) 控制(control)：

指解題過程中的計畫、決策、監控與評估，涉及「後設認知」的運作。

(四) 信念系統(belief system)：

指解題者對數學的根本看法與信念，這會深刻影響其解題的態度與行為。

二、 資優生特質

依照《特殊教育學生及幼兒鑑定辦法》(2024)第十六條，一般資賦優異學生鑑定基準依照下列各款規定：

(一) 個別智力測驗評量結果在平均數正二個標準差或百分等級九十七以上。
(二) 經專家學者、指導教師或家長觀察推薦，並檢附學習特質與表現卓越或傑出等之具體資料。

Krutetskii(1976)認為資優生的能力特質可歸納為以下四點：

(一) 靈活性(flexibility)：
在處理數學問題資訊時，能透過反向思考迅速重組與再建構數學概念，展現靈活多變的思維能力。
(二) 壓縮性(curtailment)：
能夠在解題過程中進行簡化與精煉，追求解法的清晰、簡潔與效率，並形成合理的解題途徑。
(三) 邏輯思維(logical thought)：
能在數量關係與空間關係之間建立邏輯連結，展現對數字與符號內在結構的整合理解。
(四) 形式化能力(formalization)：
能迅速掌握數學問題的結構，結合觀察與數學素材，將具體問題加以抽象化與概念化，進而發展出對數學材料、關係與方法的形式化表徵。

針對 Krutetskii(1976)的壓縮性(curtailment)，Leikin(2009)也指出這種「截斷式推理」反映了他們對數學結構的深層理解與直覺化掌握。其背後的思維模式並非草率，而是一種基於內化經驗的結構化直覺。此特徵亦為分辨資優與一般學生在數學思考質性差異的重要指標。

參、研究方法

一、 研究設計

本研究採用個案研究法(case study)。張春興(2000)指出，個案研究的主要功能在於：

(一) 瞭解個體在特定情境中的適應行為與心理特質。
(二) 以個體作為典型案例，推論他人之行為與認知特徵。
(三) 透過具體個案的深入分析與歸納，發展理論性假設，並作為教育實務的重要參考。

本研究依據《十二年國民基本教育課程綱要。數學領域》中的核心概念，設計兼具挑戰性與開放性的解題工作單，引導個案學生在數學解題的歷程中展現其思考方式與策略運用，並依序進行下列兩項活動：

(一) 讓學生進行解題，透過解題表現來觀察學生對於非例行性題目的表現。
(二) 進行訪談，進一步完整個案學生的解題思路，並進行解題策略的相關分

析與蒐集，紀錄後成為未來的教學資源。

二、 研究對象

本研究的對象分別為小雅。小毅(化名)。兩位八年級學生皆通過臺南市教育局辦理的一般智能優異鑑定甄選，在一般智能方面具高度表現與卓越潛能，並經特教專家認定，安排於分散式資優資源班。

三、 研究工具

本研究的主要目的是探究資優生在非例行性數學題的解題表現。因此，研究者設計綜合性的非例行性問題工作單，包含不同性質的問題，讓學生能夠進行後續的數學解題。為確認工作單的問題適切，在工作單擬訂之後，特別請具有多年任教數學資優班教學經驗的教師，審視每道題目，進一步提供有效的觀點，來協助修正，以建立本研究工作單的專家效度。

四、 資料的蒐集、整理與分析

(一) 資料的蒐集

本研究之資料來源主要包括個案學生於工作單中的解題表現，以及研究者依據學生工作單作答表現所進行之訪談錄音內容，並在訪談結束後將訪談內容進一步轉錄為逐字稿，以作為分析之依據。

(二) 資料的整理與分析

研究者透過個案學生對於工作單的解題表現，先與其進行個別訪談，進一步確認其解題想法與策略，藉此蒐集更完整的參考資料。接著將所蒐集的資料進行轉錄、編碼及分類，進而分析探究(如表 1 所示)。

表 1 編碼的意義表

編碼的代號	編碼的意義
R	指研究者
S1	指個案學生小雅
S2	指個案學生小毅
1141216	用以表示在 114 年 12 月 16 號訪談個案學生的資料內容
0101	用以表示原案一的第一句話
資源	指學生在解題過程中所運用的數學知識、概念、公式或已學過的解題方法。
捷思	指學生對問題情境或數學概念的理解與詮釋。
控制	指學生在解題過程中對整體解題的監控與調整。

肆、研究結果

一、解題表現分析

(一) 施測題目

阿桐脫口秀在演講廳舉辦，一個演講廳座位共有 10 排，每排有 10 張椅子，在一場演講中，因處於疫情期間，票卷只有兩種選擇。
單人票 300：持單人票的聽眾必須單獨坐，旁邊不能有坐人。
雙人票 400。持雙人票的聽眾兩人必須比鄰而座，但與兩人比鄰的不能有其他聽眾。

問題一：在所有聽眾都按照防疫規定入座的情況下，最多能有多少聽眾？

問題二：今天共有 68 個聽眾入座，在按照防疫規定入座的情況下，一排中連續的空座位數最多有多少個？

問題三。在按照防疫規定入座的情況下，一場演出有多少聽眾時，可以收到最多門票錢？

(二) 解題表現

1. 小雅的解題表現：

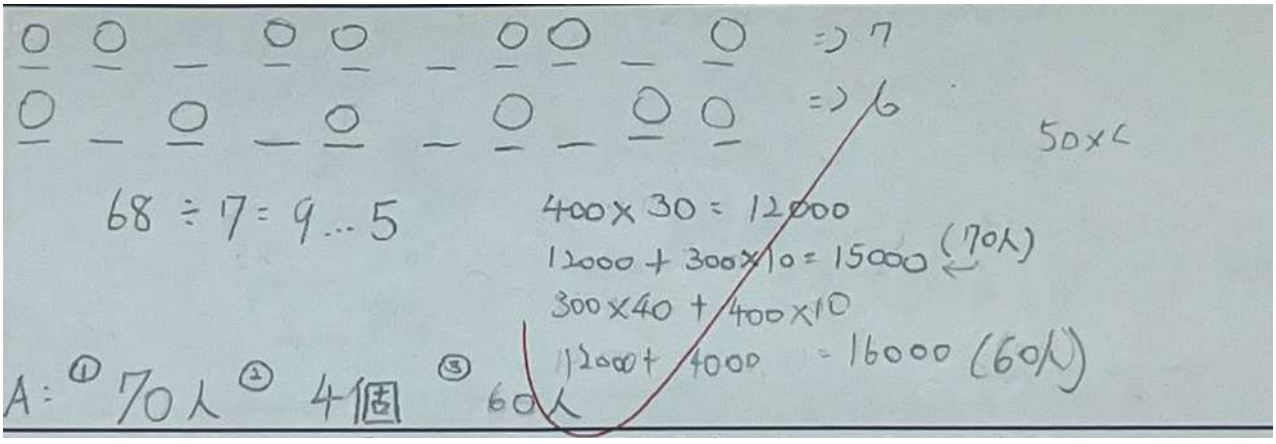


圖 1 小雅面對問題的解題表現(1141216)

訪談：

0101R：針對第一小題妳的解題想法是什麼？

0102S1：我先專注在一排最多可以坐多少人，最後再乘以 10 就可以了。

0103R：妳如何求出一排坐多可以坐幾位的？

0104S1。我想說一個人坐旁邊要空一格，兩個人相鄰而坐也是空一格，這樣多放一些雙人票進去感覺塞人更有效率，於是就畫圖試試看。

0105R：接續的第二小題，妳的想法是？

0106S1。我想說先讓某一排的人數最少，於是就決定把前 9 排的人數排到最滿，這樣第 10 排就可以有最少的人，我算出來是 5 個人，接下來透過多塞雙人票的方式去嘗試，我發現兩組雙人票分別在最左邊與最右邊的時候中間就可以有最多的連續空位，如果單純從一側排過去這樣只能有連續 3 個空位。

0107R：最後一題呢？妳的想法是？

0108S1。我原本用最多人入座的情況去算，畢竟題組的題目很常用前面的答案來使用，原本算出來的答案是 15000。但題目看了一又發發現雙人票平均來來一個人只有 200 元，所以就嘗試混和更多單人票的排列方法，最後就發現一排 6 人時反而可以收更多錢。

訪談後解題分析：

小雅首先將問題簡化為觀察一排的排列情形，並將不同座位情況以符號表示，藉此討論並呈現各種可能的座位配置。運用的。「資源」為對題目條件的理解與基本的排列概念。由於題目規定單人票與雙人票的兩側均不得有人，小雅因此意識到安排雙人票入座會比單人入座更有效率。經研究者訪談後以確認其思考脈絡與作答表現一致(見圖 1 之解題表現及行號 0104S1)。接著小雅發揮其解題「捷思」，以「端情情況」的方式處理解題情境。所謂「端情情況」的想法，是指先將前 9 排全都坐滿最多的 7 人，因此 9 排最多可容納 63 人，再進一步推論剩餘的一排可以安排最少的 5 人，進而嘗試排列不同情形以尋找連續空位的最大可能。最後在第三個小題中。小雅亦展現出。「控制」的表現。小雅根據過往對題組的了解，題號靠後的題目通常套用題號靠前的題目答案就可以完成作答。但當小雅觀察到雙人票的單人均價較低時，他立刻進行了後續的討論與驗證(見圖 1 之解題表現及行號 0108S1)，顯示其在解題過程中能持續監控自己的策略並進行調整，最終成功答對所有小題。

2. 小毅的解題表現：

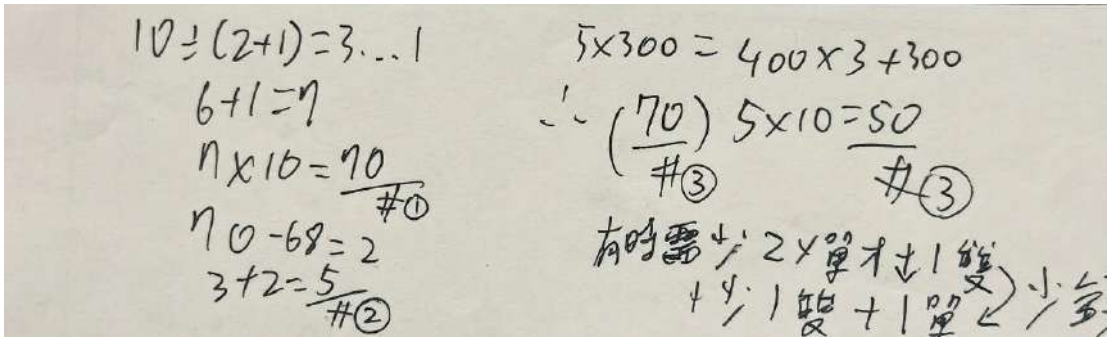


圖 2 小毅面對問題的解題表現(1141216)

0201R：針對第一小題你的解題想法是什麼？

0202S2：我從最邊邊開始排，由於要空位，所以我把兩人加上右側的空位，共三個位子當作一組去除，最後的商是 3 餘數是 1。最後就算出一排最多可以坐 7 個人，接著乘上 10 排就結束了。

0203R：接續的第二小題，你的想法是？

0204S2：我先假設目前是坐滿的狀態 70。但題目中只有 68 人，代表我可以把其中的 2 人人抽掉。

0205R：左下角這個 3 加 2 等於 5 的算式意義？

0206S2：一排原本最多坐 7 個有 3 個空位加多的 2 個就有 5 個。

0207R：最後一題呢？你的想法是？

0208S2：我直接用第一小題的答案去算。算出答案是 15000。但突然發現 4 組雙人票加 1 張單人票的錢也能表示成 5 張單人票，所以最後寫了兩組答案。

訪談後解題分析:

小毅首先根據題目條件，將雙人票與空位綁定在一來，運用的「資源」為對題目條件的理解，接著展現「捷思」將三個位子視為一組去進行除法，最後補上空位後成功解出第一小題。第二題的部分由於漏看了題目中「連續」空位的條件，導致作答錯誤。接著在第三個小題中，小毅亦展現出「控制」的表現，當小毅觀察到三組雙人票的價格等於四張單人票時，他立刻進行了後續答案的補充(見圖 2 之解題表現及行號 0208S2)。雖然小毅在票價的等式上展現出「控制」的表現，可惜其解讀方向稍有錯誤，最終答題錯誤。

伍、結論與建議

一、 結論

(一) 解題表現

兩位個案都成功回答第一小題，研究者認為第一題能夠成功回答的關鍵在於個案均能掌握「雙人票更具效率」這項「資源」。在第二與第三小題的解題中，小雅能善用「捷思」。以「端情情況」去思考題目可能的情況，最後透過「控制」去檢視考慮到「票價」條件後，問題一與問題三的答案是否會有所改變。小毅沒能成功作答。研究者發現除了粗心等因素外，如何展現「控制」去回顧並思考題目條件是解題成功與否的重要關鍵。

(二) 策略分析

透過問題一的訪談與分析，了解兩位個案都能先能將題目進行簡化，透過「壓縮性」去探討一排座位的入座情況，最後再充充十十排。透過問題二的訪談與分析，了解兩位個案的方式雖有不同，但均能用「端情情況」的人數作為解題的核心思想。

二、建議

(一) 適時適量提供非例行性數學問題，以利學生進行腦力激盪。

非例行性數學題目與一般的例行性題目不同，不只要求學生能運算某些特定的題型，而是需要學生透過每一個不同的條件去層層架構思考脈絡，進一步抽取數學知識進行解題運算，對於學生在閱讀、理解與思考上均有幫助，如能適時適量的提供學生進行腦力激盪的機會，相信能激發學生更多的思考。

(二) 鼓勵學生創造與發表其自發性解法，並引導其歸納概念與理論。

學生提供的自發性解法雖然時常不夠完備，有時甚十會有邏輯與思考上的瑕疵，但卻是學生自主建構與思考的產物，自發性解法不只能呈現答案，同時也能呈現學生的思考習慣與脈絡。教師亦能透過學生的自發性解法去解讀並理解的思考，進一步發掘學生思考上的巧思與瑕疵。在教學方面如何引導學生完備其自發性解法，將會是教與學上的一大挑戰，如能成功帶領學生思考並進行自發性解法的歸納與校正，將會是數學學習上的一大助益。

參考文獻

教育部 (2018)。十二年國民基本教育課程綱要：國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域。

王志銘、劉祥通 (2007)。一位資優生的自發性解題表現——以分數除法當量除為例。資優教育季刊，(105)，45-56。

張春興 (2000)。張氏心理學辭典。東華。

黃敏晃 (1991)。淺談數學解題。教與學，(23)，2-15。

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren (J. Teller, Trans.; J. Kilpatrick & I. Wirszup, Eds.). University of Chicago Press.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087909352_010

Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-53). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Yackel, E. (2005). Listening to children: Informing us and guiding our instruction. In F. K. Lester & R. I. Carles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving* (pp. 107-121). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

An Exploration of Problem-Solving Performance among Gifted Eighth-Grade Students on Non-Routine Mathematical Problems

Ping-Tung Chung[1] Ju-Fen Yao[2]
[1]Tainan Municipal Sindong Junior High School
[2]National Chia-Yi University

Abstract

Abstract This study aims to investigate the problem-solving performance and strategy application of two eighth-grade gifted students when facing "non-routine problems." Adopting a case study method, the research utilized structured worksheets designed by the researcher for testing, supplemented by interviews to track and analyze the participants' thinking processes and problem-solving logic.The results indicate that both cases demonstrated excellent mathematical intuition, displaying a keen ability to perceive key information within problems and flexibly apply known resources for inference. During the problem-solving process, the participants also exhibited high levels of observational skills, constructing effective solution paths through logical induction based on different seating arrangements. Finally, based on the problem-solving performance of the cases, this study summarizes the strategic characteristics of gifted students when dealing with mathematical problems. It is hoped that these findings will provide practical insights into understanding the cognitive frameworks of gifted students and serve as a reference for future mathematics education and curriculum design.

Keywords: gifted students, non-routine problems, problem-solving strategies, case study

數學遊戲融入課程對低成就學生學習投入之個案研究

陳以青[1]　溫孍純[2]
[1] 國立彰化師範大學科學教育研究所 milly881228@gmail.com
[2] 國立彰化師範大學科學教育研究所 mlwen@cc.ncue.edu.tw

摘要

本研究旨在探討數學遊戲融入學習扶助課程後，對國中低成就學生學習投入之影響。本研究採個案研究法，以彰化縣某公立國中學習扶助八年級學生為研究對象，透過設計數學遊戲活動融入課堂教學，並蒐集學生訪談、課室錄影、課堂觀察紀錄與課堂回饋單等資料，依情感投入、行為投入與認知投入三個面向進行分析。

研究結果顯示，數學遊戲融入課程能促進低成就學生的學習投入，在情感投入方面，學生對數學的負面情緒逐漸轉為有趣與具有成就感的正向感受；在行為投入方面，學生在遊戲活動中展現較高的專注度，並透過同儕合作提升課堂參與與持續投入；在認知投入方面，學生會透過反覆嘗試與策略調整解決問題，並能將遊戲經驗應用於後續解題情境，提升計算速度與正確率。

根據研究結果，建議未來教師在學習扶助課程中可適度融入數學遊戲活動，以提升學生學習興趣與學習投入。與此同時，在設計遊戲時，教師也應注意遊戲機制的複雜程度，避免增加學生的認知負荷，以提升教學成效。

關鍵字：數學遊戲、低成就學生、學習投入

壹、 緒論

一、研究背景與動機

《十二年國民基本教育課程綱要》以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」為願景，且強調在數學課程中應提供每個孩子具有感受性與參與感的學習機會(教育部，2014)。

近年公布 PISA 2022 的結果中顯示，臺灣學生的表現十分亮眼，各科排名均較 2018 年進步，甚至是歷年最佳成績。然而，從 PISA 歷年成績的標準差可看出，臺灣學生數學能力的個別差異較大，且未達水準 2 之低成就學生比例仍居高不下，甚至有擴大的趨勢，這些學生在未來日常生活與工作中，面對數學相關議題時，容易有理解、思考或學習上的困難(林素微、蕭嘉偉，2011)，而國中階段也是學生學習數學的關鍵時期，能否在高中階段學習更進階的數學課程，是取決於學生在國中階段的數學程度(Singh et al., 2002)。由文獻指出，若學生本身之學習投入程度愈高，則其學業成就相對也愈高(蔡金玲，2006)。因此，學習投入被視為除了學業成績之外，重要學習表現指標之一。且正向的學習情緒能提升學生的學習投入，且有趣的課堂活動，能誘發學生的正向情緒，進而提高學生對課程的專注度與付出程度(賴英娟、巫博瀚，2017)。

教育部自 2006 年開始推動「攜手計畫－課後扶助方案」，顯示出國家對於低成就學生教育資源的重視，因此各國民中小學也積極配合推動，將低成就學生之學習扶助列為學校的重要計畫之一。也因學習扶助學生容易有上課不專心、學科基礎較弱等特質，因此教師在教學上應有相應的輔導策略，分別是能夠以合適的難度和貼合生活經驗的內容提高學生參與度，以及指導學生運用有效的學習策略，提升自學能力(王瓊珠，2022)。

綜上所述，為了提升低成就學生學習投入，以及深入瞭解學生的學習歷程，因此本研究希望透過將數學遊戲融入學習扶助課程中，探討此課程對低成就學生之學習投入的影響，希望能提供相關課程教師，作為課程設計之參考，提升在學習扶助課程上的教學品質並縮小學生間的學習落差。

二、研究目的

本研究目的為探討國中學習扶助學生在數學遊戲融入課程前後，學習歷程上的變化。透過設計課堂遊戲活動，觀察學生在學習投入(情感投入、行為投入與認知投入)層面的改變，期望能夠提供學習扶助相關課程設計之參考。

貳、 文獻探討

一、低成就與學習扶助

在教育上，「學習低成就(underachievement)」是指學生在學校課程中的主要學科學習上遇到困難，無法表現相對應的能力水平，導致學習成績表現低下，並非是學生本身能力的好壞(Delisle & Berger, 1990)，與學習障礙不同之處在於，即使學業表現不佳，但在適應社會之基本能力並無明顯問題。除此之外，Chukwu-Etu(2009)提出關於低成就學生的五種狀況，包含未依照特定學科的期望進行學習；未表現出學習興趣與未做好學習的行為；在特定學科領域沒有良好表現；有良好的智力卻未能展現水準；在校園中受限於文化、語言或性別而無法在學業上有良好表現等五種狀況。

教育部自 2006 年開始推動「攜手計畫－課後扶助方案」，此方案旨在協助學習低成就學生進行課業上的輔導。中小學校園中，主要依據「教育部國民及學前教育署補助辦理補救教學作業要點」，篩選出學習低成就學生，並排除學習障礙與身心障礙學生之條件，成立學習扶助的班級，進行特別教學。有鑑於此，在本研究中的低成就學生，以教育部訂定的方式進行篩選，成立學習扶助數學課程之班級。

二、學習投入

Kuh(2003)認為「學習投入」是指學生在學習過程中所經歷的行為、感覺與思考之歷程，且必須是由學生自發性的致力於相關的教育性質活動當中，而學生在投入學習活動時，自然也會產生學習與發展(Wellborn, 1991)，其中最重要的就是參與活動所花費的時間與投入的精力，且須透過與他人互動才能使之教育活動產生意義。相關研究中，多數學者將學習投入分成三向度來分析與探討，其中包含行為投入、情感投入與認知投入。三項學習投入之內容如下：

(一) 情感投入

情感投入是指學生內心對學校、課堂環境以及校內所有人員的認同與情感反應(Finn, 1989)，並考量學生的學習興趣與學習態度(Fredricks et al., 2004)，也就是學生在參與學校活動時展現出的情緒反應，包含開心、有趣、無聊、焦慮和討厭等。然而，Yazzie-Mintz(2010)認為這些面向大多屬於學生的內心狀態，較少反映於外在行為上，因此又稱為「內心投入」。

Fredricks et al.(2004)認為，學生對學校的認同與歸屬感是影響學生情感投入的因素之一，因此，學校應加強學生對學校的情感連結。然而，課外活動有助於提升學生對學校的歸屬感(阮孝齊，2015)與認同感(Finn, 1989)，且這種學生對學校及教師所產生之歸屬感的情感投入，能使學生更願意接納教師的教學(李靜宜、龔心怡，2019)。

(二) 行為投入

行為投入是指學生參與校內外的各項學習活動，強調在校與課後期間的所有行動以及參與，除了課堂參與外，也包含非學術性質的學校活動、課外活動、在活動期間與其他學生的互動等。主要可以分成二種類型：第一類是指學生的正向行為，包含遵守校規、課堂規則，以及避免翹課、逃學、鬧事等不良行為；第二類是指完成課堂學習任務的行為，包含努力、專注、提問、參與課堂討論、遇到困難尋求幫助等。

Finn(1989)將行為投入分成四個層次：層次一為學生最基本的行為投入，例如：遵守校規及班規、準時出席到課等；層次二為學生展現對本身學業的負責態度，例如：課堂主動發問、將教師交辦作業完成、課前預習與課後複習、參加科展等；層次三是指學生除了主動完成自身的學業外，也願意參與學校相關的社交活動，例如：球類校隊、社團等；層次四為學生自願參與學校政策的制定與決策，例如：參加學生自治組織、參與訂定與學生相關辦法的會議等。因此，從低層次的被動遵守到高層次的主動參與，也代表著行為投入的程度也就越來越高。

(三) 認知投入

認知投入是指學生在學習上所付出的努力與堅持、對自我在學業上的要求，同時也包含學習策略的掌握與運用以及對學習成效的追求，也就是在學習上學生「做了什麼？」及「如何做到？」(Fredricks et al., 2004)，因此，除了基本的完成學業任務外，同時也能建構屬於自己的學習策略，並時常會選擇具有挑戰性的任務、突破學校要求的基本能力。

Yazzie-Mintz(2010)認為，認知投入較著重於學生內心的運思的程度，包含學生投入的時間與精力，因此又稱為「心智投入」。認知投入較高的學生，多半能使用高層次的學習策略來解決問題，並能夠在自己的學習行為上積極的自我調整(Pintrich & De Groot, 1990)，由此可知，具有良好學習策略的學生，在學習表現上是相對優異的。有鑑於此，在本研究中學習投入強調三個向度，以及結合數學數學學習投入的各項次構面，進行研究分析。

參、 研究方法

一、研究對象

本研究以彰化縣彰化市某公立國中之學習扶助八年級學生為研究對象，本校有 35 個班級，含補校 1 班、美術班 3 班、體育班 3 班及特教班 2 班，共計學生 838 位，此學習扶助班級學生源自不同班級，並依據教育部篩選測驗結果，符合「學習扶助」學生之定義得以參加此課程。本研究於研究開始前給予學生與家長參與意願同意書，尊重學生個人隱私與自願參與之原則，瞭解本研究的目的、資料使用方式以及學生個人的相關權利與義務，再徵得參與學生的知情同意書後，才進行相關研究與資料蒐集。

該學期此學習扶助班級人數共 6 人，資料蒐集對象為 2 位女生與 1 位男生，學生數學程度較為落後，班級課堂氣氛較為安靜，由研究者擔任本班數學科教師。

二、研究設計與流程

本研究旨在探討數學遊戲融入課程教學對國中低成就學生在學習投入上的變化，並依據研究目的，深入瞭解個別學生在課程後數學成就與學習投入上的具體表現，因此，本研究採「個案研究法」進行，且採取「參與觀察」與「三角驗證」的方法。在參與觀察的部分，研究者以完全參與者的身分，進行參與觀察。觀察過程中，將密切關注在學生玩遊戲時的專注度、互動關係、遊戲策略，透過相關行為資料，藉此深入瞭解學生在課程中的學習投入情形。在三角驗證的部分，運用多元方式蒐集資料，進行交叉驗證，主要以學生的訪談資料、課室錄影為核心，輔以課堂學習單、學習投入量表以及成就測驗成績等相關資料，進行資料分析，以確保資料蒐集的全面性與研究結果的一致性。

三、　教學流程與課程設計

本研究課程教學共 12 週，一週 1 堂課 45 分鐘，教學者為研究者本人。根據研究對象 114 年篩選測驗結果中，錯誤概念之對應學習內容所設計之課程活動，以先進行概念教學，後進行遊戲活動之方式。以下為課程活動設計：

本研究設計之教學遊戲一為「數字組合」，配合課程單元「正負數的加減」，活動時間約為 10 分鐘。在遊戲進行方式上，學生以兩人一組進行合作，每組發放一份卡牌，其中包含數字卡(±1～9 及 0 各一張)以及運算符號卡(+、−各三張)。教師先在黑板上提供目標數字，讓學生作為挑戰目標。學生需運用手中的數字卡與運算符號卡進行組合，嘗試排出運算結果等於目標數字的算式。此活動透過遊戲化與合作學習的方式，促進學生在操作與討論中練習正負數的運算概念，並提升其對數學運算規則的理解與應用能力

教學遊戲二為「指數對對碰」，配合課程單元「指數律」，活動時間約為 20 分鐘。在遊戲進行上採取同儕合作與競賽，各組依序輪流翻開覆蓋的兩張卡牌，觀察並計算其運算結果，若翻開的卡牌計算結果相同，則視為配對成功，為促進學生思考與學習，在翻回卡牌前會短暫停留，使學生有時間觀察與理解運算過程。此活動透過記憶遊戲結合指數運算的方式，使學生在計算與討論的過程中反覆練習指數律的概念，進而加深對指數運算規則的理解與應用。

四、資料分析

本研究以質性資料為主，透過多元資料來源進行交叉驗證，以提升研究結果的可信度，資料來源包含訪談資料、課室錄影、課堂觀察紀錄、課堂回饋單等。研究者先將訪談內容逐字轉錄，並搭配課室錄影、課堂觀察紀錄進行整理，以掌握學生在課程中的學習歷程與行為表現。在資料分析過程中，研究者依據學習投入理論架構，將資料分為情感投入、行為投入與認知投入三個構面進行編碼與分析。首先透過開放式閱讀方式整理資料，找出與學生學習情緒、課堂參與行為與學習策略相關的語句與行為，再依據研究目的將資料歸納至對應的分析類別，並進一步比較不同資料來源間的一致性，以進行三角驗證。

在呈現研究結果時，研究者選取具有代表性的訪談內容與課堂觀察資料作為佐證，並以編碼方式標示資料來源，例如「訪-學生 A-日期」，以保護研究對象的隱私並提升資料呈現的清楚性。透過上述分析方式，歸納出數學遊戲融入課程對低成就學生在情感投入、行為投入與認知投入面向的學習變化。

肆、 研究結果

本研究旨在探討將數學遊戲融入課程後對低成就學生學習投入的影響，本章將學習投入分成情感投入、行為投入以及認知投入三個構面說明研究結果。

一、情感投入

(一) 學生對數學的負面情緒

研究發現，個案學生在課程介入前對數學已產生明顯的負面情緒，包含數學很難、擔心課程的進度過快等，個案學生也將此負面情緒延伸到數學解題情境中，當作答耗時的時間逐漸增加時，會產生緊張與怕做不完的壓力反應。這些現象也反映出低成就學生在數學學習的過程中容易受到負面情緒的影響，進而降低其學習投入的起點。

數學很難，希望不要(上)太快。(課前問卷-學生 C-20251013)

(一題)寫太久，就是一直算的話，會覺得有點緊張。(訪-學生 A -20251223)

(二) 學生對數學課堂的認同

研究進一步發現，個案學生在參與本學期課程期間，明確表達出對課程安排的認同以及教師教學方式的肯定，對學習環境也逐漸產生出歸屬感。低成就學生若在學習環境中能感受到被理解、能跟上課程進度，就能夠提高學生的學習上的情感投入。對學習環境的認同感與歸屬感，也可視為在遊戲融入後所產生的正向氛圍之基礎，支持學生在後續的課程中願意繼續參與、繼續努力。

上這堂課(數學學習扶助)很好。(課堂回饋單-學生 A-20251103)

數學覺得讚(畫圖)，老師也讚(畫圖)。(課堂回饋單-學生 A-20251103)

(三) 學生在學習扶助課程中的數學學習感受

研究資料顯示，個案學生多次提及課堂中的數學遊戲，所帶來的正向感受，對遊戲的回饋多以「好玩」、「有趣」為主，並在達成目標時產生成就感與開心的正向感受。同時，個案學生也產生對數學觀感上的轉變，認為數學其實

也可以很有趣，學生也表示希望在未來也能增加此類型的活動，進而顯示出學生對未來的數學課程也產生更多的期待。

老師會用特別的方式讓我們能快速學起來！(課堂回饋單-學生 A-20251103)

我覺得(數學)是有趣的，沒有想像中困難。(訪-學生 C-20251223)

(達成目標或贏了會)很有成就感。(訪-學生 A-20251223)

綜上所述，數學遊戲的融入，不僅是有趣、好玩的遊戲感受，更是能透過目標達成與回饋，讓學生在數學學習上能獲得更多的成功經驗，進而轉變數學就是困難、無聊的原始印象。對於低成就學生而言，這類的正向感受是促使學生後續行為投入與認知投入的關鍵。

二、行為投入

(一) 主動參與課堂活動

根據課堂觀察以及學生訪談中發現，個案學生在遊戲活動中，相較於傳統的講述式教學，學生的專注度皆有提升。且無論遊戲的難易度，學生皆能夠更快速的將注意力拉入遊戲的情境中，專注於達成遊戲本身所設置的目標。

(專注度給自己打)9 分-遊戲 1(訪-學生 C-20251223)

(專注度給自己打)7 分-遊戲 2(訪-學生 B-20251223)

我覺得我可以速度再快一點，動腦也可以再快一點(訪-學生 A -20251223)

研究資料發現，個案學生在遊戲活動中，自評專注度分皆在 7 分以上，由此可知，學生自己本身感受到的投入程度相對也是較高的。同時，學生也提到「覺得自己能夠再想的更快一點」，因此，其專注並非是被動或外力強迫停留，而是由學生自身的自我要求所驅使。

(二) 與同儕間的互動關係

研究發現，學生在遊戲活動中，會主動與同組同學溝通、討論，找出達成遊戲目標的方法。且在記憶負荷較高的遊戲活動中，學生間更是出現了分工合作的策略，幫助自己的組別更快速地完成任務。

那個(同學)記計算我記答案(訪-學生 C-20251223)

喜歡(遊戲)可以跟同學合作(訪-學生 B-20251223)

低成就學生往往需要更多外部力量來維持任務的推進，本研究顯示，將「單純的在紙上計算」改成「運用遊戲與同儕合作完成」，自然就能夠成為學生投入的鷹架，與此同時，數學遊戲也提升學生在課堂中的歸屬感。

(三) 持續投入在數學學習中

研究發現，個案學生在本學期課程結束後，因對數學的態度與觀點轉變，以至於後續在面對數學相關問題時，願意花費更多的時間與努力去解決數學問題。且投入時間的增加，本身就是行為投入重要指標之一，若學生願意主動且多花費時間解決數學問題，也意味學生相信「努力會有回報」此信念，而這也與情感投入中的正向情緒互為因果。

我覺得(數學)很有趣，如果算不出來的會想努力算出來(訪-學生 A-20251223)

會(花費更多時間、更願意算數學) (訪-學生 C-20251223)

綜上所述，遊戲融入數學教學時，學生在遊戲活動中展現較高的專注度，並能主動參與學習任務，在與同儕合作與討論的過程中，也能透過分工與交流共同完成目標，而對數學也逐漸產生正向態度，並願意投入更多時間解決數學問題。

三、認知投入

(一) 遊戲活動中策略的運用

資料顯示，個案學生在遊戲一中，會以「換來換去、移來移去」試試看的方式，這類行為可視為「試探」的策略性行為。這項策略的運用，代表學生遊戲活動中，進行實際操作、驗證以及修正，屬於較高的認知投入，而遊戲的可操作性與低風險的試錯環境，使學生更加願意投入時間與努力去嘗試，即使沒有次次都成功，也不會造成學生緊張、害怕等負面情緒的產生。

研：「那你在操作的時候，你是一直換來換去，一直移來移去試試看嗎？」學生 A：「嗯(點頭)」(訪-學生 A-20251223)

(二) 數學遊戲融入課程之學習成效與應用

研究發現，個案學生在遊戲活動結束後，當遇到相關的數學問題時，會聯想到遊戲中所運用到的數學概念，因此顯示出，個案學生對相關數學概念的熟悉度有明顯提升，包含計算速度與正確率。由此可知，遊戲機制除了能提升學生對於知識概念的記憶程度，更能強化知識的遷移與未來應用。對於低成就學生而言，速度與正確率的提升，表示學生對於概念應用更加熟練及學習策略運用也更加穩定，並非僅依靠記憶、背誦這類型的表層學習策略。

(玩完遊戲後)我覺得我算的速度有變快一點(訪-學生 B-20251223)

(遊戲後)比之前更懂怎麼算(訪-學生 C-20251223)

以後在算這個算式的時候會想起來這個東西(指數律)(訪-學生 A -20251223)

(三) 學生對自我的要求

根據訪談資料與課堂回饋單中顯示，個案學生在遊戲活動結束後，不僅投入任務本身，也呈現對自身學習表現與學習成效的追求，可視為認知投入的重要指標，具體而言，學生主動指出自己表現尚可之處，無論是在遊戲或是日常數學解題，學生都期望提升計算速度與思考效率，此反映出，學生已逐步發展出以自我表現為基準，回顧與檢視自身學習歷程的能力。

我覺得我可以速度再快一點，然後動腦可以再快一點(訪-學生 A -20251223)

(遊戲二)沒有很困難，但我卻一直忘記，如果我記性能再好一點就不會最後一名(課堂回饋單-學生 C-20251103)

綜上所述，學生在遊戲過程中會透過反覆嘗試與調整策略來解決問題，展現出主動思考與問題解決的歷程，遊戲經驗也有助於學生在後續解題時回想相關數學概念，提升計算速度與正確率。此外，學生亦展現出對自身數學學習表現的反思與提升的期望，顯示其逐漸建立自我要求與學習監控能力。

四、其他研究發現

(一)遊戲機制對學生認知負荷的增加

研究發現，個案學生在需要記憶力的遊戲活動中產生記憶困難的情形，認為整體遊戲活動操作、計算都沒有產生問題，認為位置記憶的部分造成額外的負擔，並影響學生對遊戲的整體評價。

(遊戲二專注程度 7 分)因為剩下 3 分就記憶力不好(訪-學生 C-20251223)

(二)遊戲融入數學課程對學生認知負荷的降低

研究發現，個案學生認為，遊戲的模式能讓數學課程比較有趣，也能夠讓腦袋稍微放鬆，不會一直處於緊繃狀態，這反映出，遊戲除了能讓學生更投入於課堂當中，也能在學生的主觀感受上產生調節學習節奏的效果。

(遊戲)可以讓腦袋休息一下(訪-學生 A-20251223)

綜合而言，本研究指出，數學遊戲融入學習扶助課程中，能在多面向促使低成就學生的學習投入，尤其表現在對數學的情緒正向化、學生參與且持續投入的行為增加、策略性的認知處理的萌芽。但值得注意的是，遊戲的遊玩機制，若對學生造成額外的認知負荷，則可能導致學生的投入程度降低。

伍、 結論與建議

本研究探討數學遊戲融入學習扶助課程後，對低成就學生在情感、行為與認知三個學習投入面向的影響。研究結果顯示，數學遊戲的融入能在多個層面促進學生的學習投入。首先，在情感投入方面，學生原本對數學具有「困難、緊張」等負面情緒，但在參與遊戲活動後，逐漸轉變為「有趣、好玩」的正向感受，並在完成遊戲目標時產生成就感，對數學課程與學習環境的認同感亦有所提升；行為投入方面，學生在遊戲活動中展現較高的專注度與主動參與的態度，並透過與同儕的討論與合作共同完成任務，學生也因此對數學產生較正向的態度，在課程結束後願意花費更多時間與努力解決數學問題，顯示其在數學學習上的持續投入有所提升；認知投入方面，學生在遊戲過程中會透過反覆嘗試與策略調整來解決問題，並能在後續解題時聯想到遊戲中所使用的數學概念，以提升計算速度與正確率。此外，學生也展現對自身學習表現的反思與自我要求，顯示其逐漸建立自我監控與提升學習成效的學習態度。整體而言，數學遊戲融入課程能促進低成就學生在情感、行為與認知三個面向的學習投入。

根據本研究結果，提供未來教師在教學與課程設計上的建議。在學習扶助課程設計上，可適度融入數學遊戲活動，以營造較為輕鬆且具有參與感的學習環境，讓學生在有趣且具挑戰性的情境中提升對數學的正向情緒與學習動機。遊戲活動設計可結合同儕合作與討論，使學生在互動過程中共同完成任務，藉此提升學生的課堂參與度與學習投入。此外，教師需注意在設計遊戲時，因避免過多的記憶或操作的遊戲機制，而增加學生的認知負荷，影響學生對活動的整體參與度與專注度。若能在維持遊戲趣味性的同時，適度控制遊戲難度與操作負擔，將更有助於發揮遊戲化教學在學習扶助課程中的教學效果。

參考文獻

王瓊珠（2022）。帶好每一個學生：有效的學習扶助教學（第二版）。載於陳淑麗、宣崇慧主編：**低成就學生之特質與輔導**（頁 27-47）。心理出版社。

李靜宜、龔心怡（2019）。「國中學生數學學業投入量表」之發展與編製及其信、效度研究。**測驗學刊，66**(1)，83-116。

阮孝齊（2015）。國中學生學校歸屬感影響模式之研究。**當代教育研究季刊，23**(3)，21-123。

林素微、蕭嘉偉（2011）。**臺灣 PISA 2009 結果報告**。心理出版社。

教育部（2013）。**教育部國民及學前教育署補助直轄市、縣（市）政府辦理補救教學作業要點**。教育部。

教育部（2014）。**十二年國民基本教育課程綱要**。教育部。

蔡金鈴（2006）。**彰化縣國中學生學校氣氛知覺、人際關係、學校投入與學業成就之關係研究**。國立彰化師範大學碩士論文〔未出版〕。

賴英娟、巫博瀚（2017）。國中生學業情緒與學習投入對學業成就的影響。**課程與教學季刊，20**(3)，139-164。

Chukwu-Etu, O. (2009). Underachieving learner: can they learn at all? *Annual Review of Education, Communication and Language Sciences. 6*, 48-102.

Delisle, J. R., & Berger, S. L. (1990). *Underachieving Gifted Students*. (ERIC Digest #E478). Reston, VA: ERIC Clearinghouse on Handicapped and Gifted Children. (ERIC Document Reproduction Service No. ED321 483).

Finn, J. D. (1989). Withdrawing From School. *Review of Educational Research, 59*(2), 117-142.

Fredricks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). School Engagement: Potential of the Concept, State of the Evidence. *Review of Educational Research, 74*(1), 59-109.

Kuh, G. D. (2003). What we're learning about student engagement from NSSE. *Change,35*(2), 24-32.

Pintrich, P. R., & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology, 82*(1), 33-40.

Singh, K., Granville, M., & Dika, S. (2002). Mathematics and Science Achievement: Effects of Motivation, Interest, and Academic Engagement. *Journal of educational Research, 95*, 323-332.

Wellborn, J. G. (1991). *Engaged and disaffected action: The conceptualization and measurement of motivation in the academic domain.* New York, NY: University of Rochester.

Yazzie-Mintz, E. (2010). *Charting the path form engagement to achievement: A report on the 2009 high school survey of student engagement.* Bloomington, IN: Center for Evaluation & Education Policy.

The Effects of Integrating Mathematics Games into Instruction on the Learning Engagement of Underachieving Students

Yi-Ching Chen[1] Mei-Chun Wen[2]
[1]Graduate Institute of Science Eduaction, National Changhua University of Education
[2]Graduate Institute of Science Eduaction, National Changhua University of Education

Abstract

This study investigates the effects of integrating mathematics games into remedial instruction on the learning engagement of junior high school students with underachievement. A case study approach was employed, focusing on eighth-grade students participating in a remedial program at a junior high school in Changhua County. Mathematics game-based activities were systematically designed and incorporated into classroom teaching to support student learning. Data were collected through multiple sources, including student interviews, classroom video recordings, observation notes, and learning feedback forms. The analysis was conducted based on three dimensions of learning engagement: emotional, behavioral, and cognitive engagement.

The findings reveal that the integration of mathematics games effectively enhances students' learning engagement. In terms of emotional engagement, students' negative perceptions of mathematics gradually shifted toward positive attitudes, including increased interest and a sense of achievement. Regarding behavioral engagement, students demonstrated higher levels of attention and active participation during game-based activities, and peer interaction further promoted sustained involvement. In terms of cognitive engagement, students engaged in repeated trials, strategy adjustments, and problem-solving processes, and were able to transfer their game experiences to subsequent learning tasks, resulting in improved accuracy and computational performance.

Based on these findings, it is recommended that teachers incorporate mathematics games into remedial instruction to foster students' motivation and engagement. However, careful consideration should be given to the design and complexity of game activities to avoid imposing excessive cognitive load, thereby ensuring effective learning outcomes.

Keywords:mathematics games, Underachieving Students, learning engagement

國小學生數學學習社會情緒量表初探

陳穎涵[1] 林原宏[2]
[1]國立臺中教育大學數學教育系 yinghanc94@gmail.com
[2]國立臺中教育大學數學教育系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在發展適用於國小學生之數學學習社會情緒量表，並探討學生在數學學習社會情緒的差異。社會情緒是指個體在與他人互動的情境裡，如何感受、表達、調節自己情緒，涵蓋對自我情緒的覺察與管理，以及對他人情緒與人際情境的理解與回應。近年來社會情緒學習融入學科教育受到重視，且數學學習社會情緒的研究相當少。因此，本研究欲發展適用於國小學生的數學學習社會情緒量表，並分析社會情緒表現，以及在不同背景下，探討數學學習社會情緒的差異情形。本研究共 300 位國小高年級學生進行施測，本研究設計之數學學習社會情緒量表，數學學習社會情緒共分為數學學習的自我察覺、數學學習的自我管理、數學學習的社會覺察、數學學習的人際關係技能、數學學習的負責任決策五個向度，量表使用 Likert 五點量表進行測量。根據結果顯示：(一)量表信度值為.895，具有良好信度(二)因素分析結果顯示，共萃取出五個因素，符合量表設計的五個向度，可解釋總變異量達 58.754%，表具有良好效度。(三)根據資料顯示，不同性別之國小學生在數學學習社會情緒，女生在「數學學習的自我察覺」與「數學學習的社會覺察」的得分平均數高於男生；在不同年級的國小學生中，五年級學生在數學學習社會情緒各面向之表現相對較高於六年級學生，但兩者差異幅度不大。本研究結果可作為國小數學教學提供參考，協助教師瞭解學生於數學學習歷程中的社會情緒表現及其特徵，並作為教學策略發展之參考，以降低學生的負向情緒並提升學習動機，並可供未來於數學教育與數學學習社會情緒進階研究的參考。 **關鍵字：**情緒、社會情緒、數學學習社會情緒量表

壹、緒論

一、研究動機與背景

近年來愈來愈多國家與地區開始重視社會情緒能力（social and emotional competency, SEC），因為其有助於學生發展正向的自我情緒，進而促進學業與社交發展（Yang et al., 2019）。隨著教育趨勢逐漸從知識導向轉向素養導向，社會情緒學習（social and emotional learning, SEL）在國際與我國教育政策中愈來愈受到重視。對於學生學習的探討，已從早期偏重智力、記憶等純粹認知能力，逐漸轉向一個更為整合的觀點，承認情感、動機等非認知因素在學習歷程中扮演著不可或缺、甚至是核心的角色。我國教育部在推動十二年國民基本教育與社會情緒學習之政策時，以培養學生自主性與學習動能為核心目標，學校教育推動 108 課綱，希冀協助學生更清楚認識自我與肯定自我價值，並培育其人際溝通互動能力與同理關懷的態度。相關研究指出，個人內在人際技能（例如:為了長期目標而調控自身行為的能力）與人際互動技能（例如:與他人合作的能力），都是認知能力的重

要互補因素，能決定學生在學校、升學與勞動市場中成功的關鍵條件（Deming, 2017; National Research Council, 2012; West et al., 2020）。社會情緒不僅與一般學習表現密切相關，在特定學科領域中亦展現重要影響力。其中，數學是特別重要且常被研究的領域，往昔關於數學焦慮對表現的負面影響已相當豐富，近幾年的研究則開始探討焦慮以外其他情緒對數學學習的影響（Chang & Beilock, 2016; Schukajlow et al., 2017）。在素養導向教育的推動下，理解國小學生在數學學習中所經歷的認知與情緒互動歷程，不僅有助於深化對學習歷程中非認知因素的理解，也有助於培養學生面對學習挑戰的適應力與自我調整能力（教育部，2018），依據 Joswick et al.（2022）的主張，將社會情緒學習納入數學課程，有助於提升學生的學習經驗，藉由發展其社會情緒學習能力來支持合作解題與數學對話。因此，本研究以探討國小學生之數學學習社會情緒，此為本研究動機之一。

當前社會情緒學習的理論研究受到重視，包括 CASEL 所提出的五大核心能力由自我覺察（self-awareness）、自我管理（self-management）、社會覺察（social awareness）、人際關係技能（relationship skills）、負責任的決策（responsible decision-making）作為理論基礎，強調情緒、自我管理與社會互動對學生學習的重要性（Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning **[CASEL]**, 2013）。社會情緒學習 不僅能提升學生的學習動機、專注力與學業成就，亦對心理健康與終身學習能力產生正向影響（Durlak et al., 2011）。在量表工具的發展上，國外已有初見不同年齡層學生設計的社會情緒學習量表，例如 Preschool and Kindergarten Behavior Scales, PKBS（PKBS；Merrell, 1994）與 LeBuffe、Shapiro 與 Naglieri 所發展的 Devereux Student Strengths Assessment（DESSA；LeBuffe et al., 2009）等，能有效評估學生的情緒、社會行為表現及自我調節能力。然而，針對國小學生在數學課堂中的社會情緒表現之量表仍相對有限，現有量表多以一般教育情境為主，以數學學習社會情緒為內涵的評量工具甚少。所以，針對國小學生為對象的數學學習社會情緒研究以及發展適合的量表，尚是研究上的缺口。因此，本研究以國小學生為研究對象，發展適合我國國小學生的數學學習社會情緒量表，並驗證量表之信效度工具品質，此為本研究動機之二。

二、研究目的

根據研究動機所述，本研究將針對國民小學高年級學生，具體之研究目的詳述如下：

1. 發展國小學生數學學習社會情緒量表並驗證工具品質。
2. 進行國小學生在不同背景變項下的數學學習社會情緒表現的描述性分析。

貳、文獻探討

一、社會情緒的意涵與相關研究

社會情緒學習（social and emotional learning, SEL）並非單一理論，而是整合多種情緒、動機與社會發展觀點所形成的一套理論架構。近年成為各國教育政策與課程改革的重要趨勢，旨在促進學習者自我與人際層面的社會情緒能力發展，

以因應多變的社會情境與學習挑戰。 CASEL 將社會情緒學習（social and emotional learning, SEL）定義為：個體學會運用所具備的知識、技能與態度來認識自我、管理情緒、同理他人、建立正向人際互動，並做出負責且有關懷的選擇（CASEL, 2013）。此外，CASEL 所提出的「五大核心能力」（CASEL Five）作為SEL 的核心概念：自我覺察（self-awareness）、自我管理（self-management）、社會覺察（social awareness）、人際關係技能（relationship skills）以及負責任的決策（responsible decision-making）（CASEL, 2013）。社會情緒理論是奠基於社會能力與情緒調節相關研究之上，發展出一個更具體、可透過教學介入，並能在學校課程中系統化培養的能力模式。已有相關研究支持此一理論觀點：社會情緒能力較佳的學生，在學業成就、人際關係與心理健康等面向表現較佳，且接受社會情緒學習介入的學生，其學業表現與行為調整都有顯著提升（Durlak, Weissberg, Dymnicki, Taylor, & Schellinger, 2011; Taylor, Oberle, Durlak, & Weissberg, 2017; Gresham et al., 2020）。

二、數學學習和數學社會情緒的意涵與相關研究

數學學習社會情緒是指學生在數學課堂、數學課後練習與數學評量中的情緒（例如:享受、焦慮、無聊、挫折等），會影響數學學習注意力、數學學習策略與數學學習成就，是數學學習中的重要關鍵（Dowker, Sarkar, & Looi, 2016）。數學焦慮常使學生在面對困難題目時感到壓力過大或自我感不足，而較難持續嘗試與修正策略（Billiau, 2020）。在課綱上，加拿大安大略省新版數學課程明確納入了社會情緒學習技能，並強調學生應具備特定的數學歷程（mathematical processes）能力（Ontario Ministry of Education, 2020; Billiau, 2020）。其中提出六項與數學相關的社會情緒學習技能，包括辨識與管理情緒、認識壓力的來源並應對挑戰、保持積極正向的動機與堅持、建立關係與有效溝通、自我覺察與自我認同，以及批判性與創造性思考（Billiau, 2020），顯示數學學習社會情緒不僅在乎當下感受，也關心學生如何在挫折中調整心態、與他人合作並持續投入。數學建模（mathematical modelling）是指學生主動參與、建構數學意義的歷程，而不是被動聽講或套公式。Costello（2023）認為，社會情緒學習技能本身就包含在數學建模中。它幫助學生從「無效的掙扎」轉向「有成效的掙扎」，協助他們有效運用數學歷程，並得到有意義的解決方案（Costello，2023）。

參、研究架構與設計

一、研究架構

本研究根據文獻分析，發展國小學生數學學習社會情緒量表，將量表分為背景變項、數學學習社會情緒兩部分。其中背景變項包含了「學生性別」和「學生年級」以及「有無課外數學學習」；數學學習社會情緒量表將數學學習社會情緒分為「數學學習的自我察覺」、「數學學習的自我管理」、「數學學習的社會覺察」、「數學學習的人際關係技能」、「數學學習的負責任決策」五個向度設計題目。

本研究以國民小學高年級學生為對象，而試題編製採用 Likert 五點量表的形式計分，藉由量表蒐集與統計分析，探討國小學生數學學習社會情緒的現況，以及了解國小學生的數學學習社會情緒差異情形。

二、研究對象

根據本研究量表發展之目的，並提升樣本蒐集的效率，本研究採用量表調查法，以便利取樣(convenient sampling)方式進行資料蒐集。本研究施測時間為 114 年 10 月，並於該月底完成施測，樣本取自 4 所國民小學，12 個班級，研究對象為國小五、六年級的學生，共 300 位國小高年級學生進行施測進行施測，其中有

4 份問卷有問卷試題未填答或全部勾選同一選項，視為無效樣本，其餘 296 份問卷為有效樣本，問卷回收率 98%。。

三、研究流程

在本研究確定主題後，開始蒐集國內外和數學學習社會情緒相關之文獻進行探討其內涵，最後根據綜合根據 CASEL（2013）等有關數學學習社會情緒文獻和量表，研擬出針對本次研究目的之國小數學學習社會情緒量表。於預試分析後，修訂為正式量表。經由正式量表回收之樣本資料進行統計分析，建立信度與效度。最後，將分析結果進行撰寫，討論及檢討。

四、研究工具

(一)量表題目建構

本研究為了解國民小學學生數學學習社會情緒之相關情形，使用量表來當作主要研究工具，基於研究倫理考量，在本研究中，國小高年級學生填答問卷採匿名的方式進行。

所使用的研究工具為研究者蒐集和彙整相關的文獻資料後，自行編製符合國小學生的數學學習社會情緒量表試題，本研究測驗工具分為背景變項、數學學習社會情緒兩大部分。

1.背景變項：「學生性別」、「學生年級」、「有無課外數學學習」。

2.數學學習社會情緒量表向度：「數學學習的自我察覺」、「數學學習的自我管理」、「數學學習的社會覺察」、「數學學習的人際關係技能」、「數學學習的負責任決策」。預試工具各向度題數分別為 4 題、5 題、3 題、3 題、6 題。

(二)量表計分方式

本量表為符合受試者的閱讀理解能力，編製試題主要以肯定敘述語句。而受試學生可依據量表試題內容勾選其最符合自身情緒感受的選項。本研究採取 Likert 五點量表的形式來計分，1 分代表「非常不符合」、2 分代表「不符合」、3 分代表「稍微符合」、4 分代表「符合」、5 分代表「非常符合」。

五、結果分析

本研究主要目的為能發展一份具有良好信度與效度的量表，因此研究者將蒐集之資料進行各項結構的分析。以自編國小數學學習社會情緒量表作為蒐集資料工具，將施測得到之樣本資料透過 SPSS 統計軟體進行統計分析，了解量表工具的信度和效度，建構出一份具有良好結構之量表。

肆、研究結果與討論

一、數學學習社會情緒量表信度分析

本研究以 Cronbach's α 信度分析，針對國小數學學習社會情緒量表探討量表檢視題目間的內部一致性，整份量表分析結果信度值為，表此本研究所發展數學學習社會情緒量表之信度可以接受，各分量表的信度值如下表 1 所示。

表 1 各分量表信度分析表

各向度名稱	題數	分量表 Cronbach's α 值
數學學習的自我察覺（self-awareness in mathematics）	4	.560
數學學習的自我管理（self-management in mathematics）	5	.770
數學學習的社會覺察（social awareness in mathematics）	3	.807
數學學習的人際關係技能（relationship skills in mathematics）	3	.679
數學學習的負責任決策（responsible decision-making in mathematics）	6	.834

二、數學學習社會情緒量表因素分析

本研究以探索性因素分析來檢驗整份量表之建構效度，透過 KMO 的整體取樣適切性量數為.895，Bartlett 的球形檢定值達顯著水準($p<.001$)，表示此資料矩陣具有足夠的相關強度進行探索性因素分析。

經預試題目修改，以特徵值大於 1 和因素負荷量 0.5 標準，根據探索性因素分析結果顯示，共萃取出五個因素，符合研究者量表設計的五個向度，可解釋的總變異量達到 58.754%。根據表 2 可以瞭解到各向度內的成分，第一向度「數學學習的自我察覺」被分類在因素四，第二向度「數學學習的自我管理」被分類在因素二，第三向度「數學學習的社會覺察」被分類在因素三，第四向度「數學學習的人際關係技能」被分類在因素五，第五向度「數學學習的負責任決策」被分類在因素一，各向度題目分別屬於不同因素。

表 2 國小學生數學學習社會情緒量表因素分析摘要表

向度	題號	因素負荷量				
		因素一	因素二	因素三	因素四	因素五
數學學習的自我察覺	1	.143	-.040	-.037	.648	.263
	2	-.014	.165	.244	.633	.020
	3	-.131	.075	.028	.553	.289
	4	.350	.224	-0.49	.549	.024
數學學習的自我管理	1	.205	.688	.096	.107	.297
	2	.014	.654	.157	.045	.187
	3	.274	.646	.046	.059	.221
	4	.374	.606	.193	.262	-.037
	5	.407	.600	.140	.233	-.059

數學學習的社會覺察	1	.077	.138	.900	.095	.129
	2	.119	.151	.892	.074	.149
	3	.395	.186	.511	.010	.272
數學學習的人際關係技能	1	.173	.159	.142	.160	.722
	2	.199	.247	.215	.239	.605
	3	.320	.159	.158	.157	.539
數學學習的負責任決策	1	.774	.085	.093	-.019	.267
	2	.756	.112	.131	-.041	.177
	3	.653	.218	.132	.420	-.017
	4	.614	.272	.093	.061	.203
	5	.589	.331	.065	.446	-.094
	6	.566	.313	.046	.042	.284

三、數學學習社會情緒量表描述性分析

(一)不同性別的國小高年級學生在數學學習社會情緒的描述性分析

根據描述性分析，說明國小高年級學生在不同性別之下，數學學習社會情緒的差異情形，以下表 3 為描述性分析的分析結果，從表中可得知男生及女生樣本數分別為 156 人與 140 人，將性別分為男、女兩組進行描述性分析探討。

表 3 不同性別的國小高年級學生在數學情緒的描述性分析摘要表

向度名稱	性別	人數	平均數	標準差
數學學習的自我察覺	男	156	3.8750	0.75696
	女	140	3.8929	0.68063
數學學習的自我管理	男	156	3.8038	0.78023
	女	140	3.6029	0.81249
數學學習的社會覺察	男	156	3.7308	0.97136
	女	140	3.9024	0.96418
數學學習的人際關係技能	男	156	3.7030	0.94096
	女	140	3.5810	0.96159
數學學習的負責任決策	男	156	3.8056	0.76829
	女	140	3.6774	0.80868

(二)不同年級的國小高年級學生在數學學習社會情緒的描述性分析

根據描述性分析，說明國小高年級學生分別在五年級和六年級之下，數學學習社會情緒的差異情形，以下表 4 為描述性分析的分析結果，從表中可得知五年級和六年級樣本數分別為 68 人與 228 人，將年級分為五年級和六年級兩組進行描述性分析探討。

表 4 不同年級的國小高年級學生在數學情緒的描述性分析摘要表

向度名稱	年級	人數	平均數	標準差

數學學習的自我察覺	五年級	68	3.9301	0.70160
	六年級	228	3.8695	0.72724
數學學習的自我管理	五年級	68	3.8529	.85736
	六年級	228	3.6658	0.77974
數學學習的社會覺察	五年級	68	3.8775	0.97719
	六年級	228	3.7924	0.96932
數學學習的人際關係技能	五年級	68	3.7794	0.96645
	六年級	228	3.6053	0.94495
數學學習的負責任決策	五年級	68	3.8897	0.82388
	六年級	228	3.7018	0.77481

伍、結論與建議

本研究預探討國小學生的數學學習社會情緒現況以及在不同背景變項之下之差異情形，根據量表工具進行信度和效度分析，確保工具品質，再進行資料分析，本研究之結論與建議如下：

一、結論

本研究根據過去學者所研究之數學學習社會情緒面向，發展適合國小學生的數學學習社會情緒量表，從信度分析結果來看，數學學習社會情緒量表的各向度均達到一定的內部一致性，顯示出本量表在評估數學學習社會情緒方面的穩定性與可靠性，該量表也具備良好的效度，能夠有效衡量學生在數學學習過程中所經歷的社會情緒反應。

研究發現，不同性別之國小學生的數學學習社會情緒中，女生在「數學學習的自我察覺」與「數學學習的社會覺察」向度之平均數均高於男生，而男生在「數學學習的自我管理」與「數學學習的人際關係技能」及「數學學習的負責任決策」向度之平均數均高於女生，顯示女生較偏向於情緒覺察與理解層面之表現，而男生在情緒調節與行決策層面之展現平均高於女生；而在不同年級的國小學生於「數學學習的自我察覺」、「數學學習的自我管理」、「數學學習的社會覺察」、「數學學習的人際關係技能」及「數學學習的負責任決策」等各向度之平均數皆略高於六年級學生，顯示五年級學生在數學學習社會情緒各面向之表現相對較高，而六年級學生則整體表現略低，但兩者差異幅度不大。

二、建議

數學學習社會情緒受多種因素影響，在未來研究上研究者建議，背景變項除了性別和年級以及有無課外數學學習，還可以考慮其他因素對數學學習社會情緒的影響，例如學習動機、家庭社經地位、城鄉差距等。這些因素可能會對學生的數學學習社會情緒產生不同的影響，未來的研究可嘗試探討這些因素，並進一步剖析這些變數對數學學習社會情緒的影響及其交互作用。此外，擴大年級分布範圍，可以增加樣本差異性，瞭解不同年級包括低、中、高年級學生的數學學習社

會情緒變化，可以確保研究結果具備較高的普遍性，也能更深入瞭解可能影響學生數學學習社會情緒的因素。在未來進一步的研究可以從多元層面綜合評估各種影響因素，並探究如何整合教學策略、激發學生的學習動機等方式，具體地幫助學生提升數學學習的社會情緒，不僅能改善學生的學習態度也能提高其學習成效。

陸、參考文獻

教育部（2018）。**十二年國民基本教育課程綱要總綱**. 臺北市：教育部。

Billiau, R. (2020). Discovering the new (2020) math strand: “Social–emotional learning skills and the mathematical processes.” Gazette: Ontario Association for Mathematics, 59(2), 52–54.

Chang, H., & Beilock, S. L. (2016). The math anxiety-math performance link and its relation to individual and environmental factors: A review of current behavioral and psychophysiological research. *Current Opinion in Behavioral Sciences, 10,* 33–38. https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.011

Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning. (2013). *2013 CASEL Guide: Effective Social and Emotional Learning Programs—Preschool and Elementary School Edition*. Chicago, IL: Author.

Costello, D. (2023). *Meaning Making in the Classroom: Recognizing the Importance of Social–Emotional Learning Skills in Mathematical Modelling*. *OAME/AOEM Gazette*, *62*(2), 16–18.

Deming, D. J. (2017). The growing importance of social skills in the labor market. Quarterly Journal of Economics, 132(4), 1593–1640. https://doi.org/10.1093/qje/qjx022

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology*, *7*, Article 508. https://doi: 10.3389/fpsyg.2016.00508

Durlak, J. A., Weissberg, R. P., Dymnicki, A. B., Taylor, R. D., & Schellinger, K. B. (2011). The impact of enhancing students’ social and emotional learning: A meta-analysis of school-based universal interventions. *Child Development*, *82*(1), 405–432. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01564.x

Gresham, F. M., Elliott, S. N., Metallo, S., Byrd, S., Wilson, E., Erickson, M., Cassidy, K., & Altman, R. (2020). Psychometric fundamentals of the Social Skills Improvement System: Social–Emotional Learning Edition Rating Forms. *Assessment for Effective Intervention, 45*(3), 194–209. https://doi.org/10.1177/1534508418808598

Joswick, C., & Taylor, C. N. (2022). *Supporting SEL competencies with number talks*. Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK–12, *115*(11), 781–791.

LeBuffe, P. A., Shapiro, V. B., & Naglieri, J. A. (2009). *The Devereux Student Strengths Assessment (DESSA).* Kaplan Press.

Merrell, K. W. (1994). *Preschool and Kindergarten Behavior Scales: Test Manual*. Clinical Psychology Publishing Company.
https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED378210.pdf

National Research Council. (2012). *Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century.* Washington, DC: The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/13398

Ontario Ministry of Education. (2020). *The Ontario Curriculum, Grades 1–8: Mathematics, 2020*.

Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: Theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM–Mathematics Education, 49*(3), 307–322. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6

Taylor, R. D., Oberle, E., Durlak, J. A., & Weissberg, R. P. (2017). *Promoting positive youth development through school-based social and emotional learning interventions: A meta-analysis of follow-up effects*. *Child Development, 88*(4), 1156–1171. https://doi.org/10.1111/cdev.12864

West, M. R., Pier, L., Fricke, H., Hough, H., Loeb, S., Meyer, R. H., & Rice, A. B. (2020). Trends in student social-emotional learning: Evidence from the first large-scale panel student survey. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 42*(2), 279–303. https://doi.org/10.3102/0162373720912236

Yang, Z., Wang, Y., & Zhang, Y. (2019). *Students' social-emotional competency and mathematics academic development: A clustering analysis on China*. In Z. Bekirogullari, M. Y. Minas, & R. X. Thambusamy (Eds.), *ICEEPSY 2018: Education and Educational Psychology (Vol. 53, pp. 1–8). Future Academy. https://doi.org/10.15405/epsbs.2019.01.1*

柒、附錄

數學學習問卷

各位小朋友好：

本問卷是想要瞭解你的數學學習情形，請您依據自己的情形來勾選。你的回答沒有對或錯，也和成績完全無關。謝謝您！並祝您學業進步

請先填寫並勾選您的基本資料：

國小：_____ 國民小學

性別：□男　□女

年級：□五　□六

有沒有參加過數學補習或家教：□有　□無

- **以下有 5 大題，每大題有 6 個問題，共有 30 個問題。**
- **請根據每題所說的內容，勾選「符合你自己的程度」。**

描述內容					
第一大題：我對數學學習的感覺	**非常不符合**	**不符合**	**稍微符合**	**符合**	**非常符合**
1. 我知道自己「學數學時有什麼地方不會」					
2. 我知道自己「數學考試時有沒有緊張」					
3. 我知道自己「學數學時的心情」					
4. 我知道自己「對學習數學有沒有興趣」					
第二大題：我的數學學習的方式	**非常不符合**	**不符合**	**稍微符合**	**符合**	**非常符合**
1. 上數學課時，老師問我問題，我會認真回答					
2. 當我認真上數學課時，我知道老師很高興					
3. 當我上數學課時，我會努力專心學習					
4. 當我做數學作業時，我會認真完成					
5. 上數學課時，有不懂的地方我會問老師					
第三大題：學數學時，我對同學和老師的了解	**非常不符合**	**不符合**	**稍微符合**	**符合**	**非常符合**
1. 當同學聽不懂數學時，我能了解他的心情					
2. 當同學做錯數學題目時，我了解他的心情					
3. 上數學課時，我會尊重同學不同的想法					
第四大題：我和老師與同學的關係	**非常不符合**	**不符合**	**稍微符合**	**符合**	**非常符合**
1. 上數學課時，同學問我問題，我會試著解釋					
2. 做數學題時，我會想讓別人看懂我的方法					
3. 當同學的計算不一樣時，我想知道他的想法					
第五大題：我學數學時的思考	**非常不符合**	**不符合**	**稍微符合**	**符合**	**非常符合**
1. 做數學題時，我會先想清楚再開始算。					
2. 做數學題時，我會仔細讀題目並了解問題					
3. 做數學題時，我會想哪一種方法最合適					
4. 做數學題時，我會檢查答案對不對					
5. 當我做錯數學問題時，我會想辦法了解原因					
6. 當我有困難的數學題目時，我會努力多想想					

A Preliminary Study on the Mathematics Learning Social-Emotional Scale for Elementary School Students

Ying-Han Chen [1] Yuan-Horng Lin[2]

[1] Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

[2] Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

Abstract

This study aims to develop a Social-Emotional Learning Scale for Mathematics applicable to elementary school students and to explore differences in students' social-emotional experiences in math learning. Social-emotional refers to how individuals feel, express, and regulate their emotions in interactions with others, encompassing awareness and management of one's own emotions as well as understanding and responding to others' emotions and interpersonal situations. In recent years, integrating social-emotional learning into subject education has gained attention, yet research on social-emotional learning specifically in mathematics is quite limited. Therefore, this study seeks to develop a Mathematics Learning Social-Emotional Scale suitable for elementary students, analyze social-emotional performance, and examine differences in mathematics learning social-emotional experiences across different backgrounds.A total of 300 upper-grade elementary students participated in the study. The developed mathematics learning social-emotional scale includes five dimensions: self-awareness in mathematics, self-management in mathematics, social awareness in mathematics, relationship skills in mathematics, and responsible decision-making in mathematics. The scale uses a five-point Likert scale for measurement.The results indicate: (1) The scale's reliability coefficient is .895, demonstrating good reliability; (2) Factor analysis extracted five factors consistent with the five designed dimensions of the scale, explaining 58.754% of the total variance, indicating good validity; (3) Data show that among elementary students of different genders, girls scored higher on average than boys in "self-awareness in mathematics" and "social awareness in mathematics."; Among elementary school students of different grades, fifth graders exhibit relatively higher performance in various aspects of social-emotional learning in mathematics compared to sixth graders, although the difference between the two is not significant. The results of this study can serve as a reference for elementary mathematics teaching, helping teachers understand students' social-emotional performance and characteristics

during the mathematics learning process. It can also guide the development of teaching strategies aimed at reducing students' negative emotions and enhancing their learning motivation. Furthermore, it can provide a reference for future advanced research in mathematics education and social-emotional learning in mathematics.
Key words: Emotions, Social Emotions, Mathematics Learning Social-Emotional Scale

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(4) 數學概念發展與學習工具

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

探討國小五年級學生因數與倍數迷思概念之研究

宋函耘
國立清華大學數理教育研究所 cmpst255@cmps.hc.edu.tw

摘要

本研究旨在探討國小五年級學生在學習「因數與倍數」單元時所呈現之迷思概念類型，並分析其形成原因，以作為教學改進之參考。因數與倍數為國小數學課程的重要基礎，攸關後續最大公因數、最小公倍數及分數運算之學習。然而研究指出，學生常出現因數與倍數概念混淆、忽略 1 或本身為因數、誤認倍數必大於原數等迷思現象，影響其數學理解。

研究採描述性研究設計，以新竹市某國小五年級班級學生為對象。研究工具包含依據課本編製之紙筆測驗與半結構式訪談，以蒐集學生作答表現與思考歷程。資料分析採錯誤類型分析，歸納迷思概念類型，並透過訪談資料探討其成因。

研究結果顯示，學生普遍存在名詞意義混淆、整除概念不清、倍數數量有限之誤解，以及公因數與公倍數判斷錯置等問題。其成因與先備知識不足、乘除法結構理解不完整、生活語言干擾及教學偏重程序操作而忽略概念理解有關。因此，本研究建議教師運用多重表徵與具體操作活動強化概念建構，並透過診斷性評量掌握學生迷思概念，以提升學習成效。

關鍵字：因數、倍數、迷思概念、國小五年級

壹、 緒論

一、研究背景與動機

數學為科學發展與日常生活應用之基礎學科，良好的數學概念理解有助於學生後續學習與問題解決能力之培養。依據教育部《十二年國民基本教育課程綱要》，數學學習強調素養導向與概念理解，其中「因數與倍數」為國小五年級整數單元之核心內容，亦為後續學習最大公因數、最小公倍數、分數約分與通分等概念之重要基礎。然而，在實際教學現場中發現，學生於學習因數與倍數時，常出現混淆因數與倍數角色、忽略 1 與本身為因數、誤認倍數一定大於原數、誤以為倍數數量有限等情形。此類錯誤並非單純計算失誤，而是學生在既有認知結構下所形成之穩定錯誤理解，即所謂「迷思概念」。

所以，根據認知發展理論，國小五年級學生多處於具體運思期後期，雖具備基本邏輯推理能力，但對抽象整除關係與數學結構之理解仍有限。若教學僅強調程序性操作而忽略概念建構，學生容易形成表層理解，進而影響後續學習。因此，系統性分析學生在因數與倍數單元中的迷思概念類型與成因，實有其必要性與研究價值。

二、研究目的與問題

（一）研究目的

本研究旨在探討國小五年級學生於「因數與倍數」單元學習中所呈現之迷思概念類型與分布情形，並分析其可能形成原因，期能提供教學現場具體修正建議。具體目的陳述如下：

1. 探討學生對因數與倍數基本概念之理解情形。
2. 分析學生常見迷思概念之類型與特徵。
3. 探究迷思概念形成之可能原因。

貳、 文獻探討

一、認知發展與數學概念建構

數學概念之形成並非單向傳遞，而是學習者在既有認知結構基礎上主動建構之結果。依據皮亞傑認知發展理論，國小高年級學生雖已具備基本邏輯推理能力，但對抽象符號與整除結構之理解仍依賴具體經驗支持，若教學過度強調符號與程序操作，易導致概念理解流於表層。布魯納提出動作、圖像與符號三種表徵模式，指出數學學習應透過多重表徵轉換促進概念深化。奧蘇貝爾有意義學習理論亦強調先備知識對新概念同化之影響。若學生對乘除法或整除意義掌握不足，將可能錯誤同化因數與倍數概念，進而形成穩定迷思。因此，因數與倍數概念理解與學生認知發展階段及教學方式密切相關。

二、迷思概念與概念改變理論

迷思概念係指學習者所持有之概念與學科正式定義不一致，且具有穩定性與抗拒改變特性。其形成多源於日常經驗、語言直覺或片段知識的不當推論，而非單純計算錯誤。概念改變理論指出，學習者需在原有概念產生不滿足感，並認為新概念具有可理解性與合理性時，方能進行概念重建。Tall 與 Vinner 區分「概念形象」與「概念定義」，指出學生常依其內在形成之概念形象進行判斷，例如以「數變大」作為倍數判準，而非依整除關係思考，致使錯誤持續存在。因此，診斷學生迷思類型並理解其認知來源，為改善教學之重要前提。

三、因數與倍數迷思概念相關研究

綜合相關研究發現，學生在因數與倍數學習中常見迷思包括：

1.忽略 1 與本身為因數。

2.認為因數一定小於原數。

3.誤認倍數一定大於原數。

4.認為倍數數量有限。

5.混淆因數與倍數之角色關係。

6.混淆公因數與公倍數概念。

研究亦指出，學生傾向依賴程序性操作或關鍵字判斷，而缺乏對整除與乘法結構之概念性理解，導致在概念性題目與應用題中錯誤率偏高。此類迷

思多與抽象性高、先備知識不足及教學偏重演算程序等因素有關。綜合文獻可知，因數與倍數迷思概念具有結構性與穩定性，與學生認知發展、先備經驗及教學方式密切相關。因此，有必要透過系統性診斷分析學生迷思類型與成因，作為教學調整與概念重建之依據。

參、 研究方法

一、研究設計

旨在探討國小五年級學生於「因數與倍數」單元之迷思概念類型與分布情形，採調查研究法進行資料蒐集與分析。透過紙筆測驗了解學生概念理解狀況，並輔以訪談資料進行質性分析，以掌握學生錯誤思考歷程與概念形成原因。

二、研究對象

本研究採便利取樣（convenience sampling）方式選取研究學校與研究對象。基於研究可行性與學校行政及教師配合情形，選定新竹市北區某國小為研究場域，以該校五年級學生為研究對象。在班級選取方面，考量教學進度與任課教師配合情形，由教師協助安排可施測之班級進行問卷施測。

三、研究工具

以自編「因數與倍數概念測驗」為主要研究工具。試題內容依據課程綱要及相關文獻設計，涵蓋因數意義、倍數意義、整除概念及公因數、公倍數等向度。題型包含選擇題與概念判斷題，以診斷學生常見迷思類型。

四、資料蒐集程序

研究者於完成工具編製與修訂後，配合學校教學進度進行施測。施測過程由任課教師協助監督，確保施測環境一致性。測驗完成後回收問卷進行編碼與整理，並依學生作答情形選取代表性個案進行訪談，以補充量化資料不足之處。

五、資料分析方法

本研究資料分析分為量化與質性兩部分：

(一)量化分析：運用描述統計（次數分配、百分比）分析學生各題答題情形與迷思概念分布狀況。

(二)質性分析：針對學生錯誤反應進行內容分析，歸納迷思概念類型與可能成因，並與文獻進行對照分析。透過量化與質性資料之交互驗證，以提升研究結果之解釋力與可信度。

肆、 研究結果

一、性別在期中成績上之差異分析

本研究採用獨立樣本 t 檢定（Independent Samples t-test）分析不同性別學生在期中成績上的差異。研究結果顯示，男學生（N = 10）的期中成績平均數為 79.00（SD = 10.43），女學生（N = 10）的期中成績平均數為 79.50（SD =

12.57)。經 t 檢定分析，兩組學生的期中成績並無顯著差異，t(18) = -0.097, p = .923。這代表在本樣本中，性別並非影響期中成績表現的顯著因素。

表 1：性別與期中成績之獨立樣本 t 檢定分析表

變項	組別	N	平均數(M)
期中成績	男生	10	79.00
	女生	10	79.50

二、

概念維度	題號	評量重點與迷思檢測內容	答對率
一、因數概念	Q1	辨識 1 為任何數的因數	95%
	Q2	辨識本身為自己的因數	100%
	Q3	辨識因數必小於或等於原數	100%
	Q4	判斷特定的因數關係 (4 是否為 14 的因數)	85%
	Q5	找出特定數字 (18) 的所有因數	100%
二、倍數概念	Q6	辨識本身為自己的 1 倍	95%
	Q7	判斷特定的倍數關係	85%
	Q8	依序找出特定數字 (7) 的前三個倍數	90%
	Q9	辨識倍數的數量為無限多	95%
	Q10	辨識倍數必大於或等於原數	95%
三、整除關係	Q11	理解整除的意義與因倍數判斷	90%
	Q12	根據乘法算式判斷因數與倍數角色	90%
	Q13	綜合判斷因數與倍數的對應關係	85%

	Q14 判斷因數集合特性 (最小因數為 1)	80%
	Q15 判斷倍數集合特性 (最小倍數為本身)	95%
四、公因數與公倍數	Q16 找出兩個數 (12, 18) 的所有公因數	90%
	Q17 找出兩個數 (12, 18) 的公倍數 (低分題)	40%
	Q18 判斷兩個數的公因數關係	90%
	Q19 判斷公因數中最大的為「最大公因數」	80%
	Q20 判斷公倍數中最小的為「最小公倍數」	85%
	Q21 最大公因數之生活應用題 (低分題)	65%

根據數據結果，我們可以發現五年級學生在(1)基礎概念掌握穩定：學生在因數基本定義（如 Q1, Q2, Q3）及倍數基本辨識上表現優異，答對率普遍在 90% 以上，顯示學生已建立基本的整除認知。(2)公倍數概念為顯著迷思：Q17（公倍數）的答對率僅為 40%，是全卷表現最差的項目。學生普遍存在混淆公因數與公倍數之現象，或受限於數值感而選擇較小的數字。(3) 應用題轉化能力較弱：Q21（應用題）答對率為 65% ，顯示學生將具體生活情境（如分裝果凍）轉化為抽象數學結構（求最大公因數）時仍有困難，可能與教學過度偏重程序操作有關 。

三、學生迷思概念之類別與錯誤答題分析

根據 20 位學生的作答數據統計，錯誤率最高的前二名如下：

1.對因數倍數最大最小值的判斷：試題 17 為判斷因數倍數最大與最小值範圍的判斷題，有 12 位學生答錯，訪談案例如下：

> 題目為：判斷下列敘述對錯，對的打✓，錯的打✗：
> （　　）1.一個數的最大因數就是它自己。
> （　　）2. 一個數的最小倍數就是它自己。

T：一個數的最大因數你認為是多少？例如 8 的最大因數是多少？

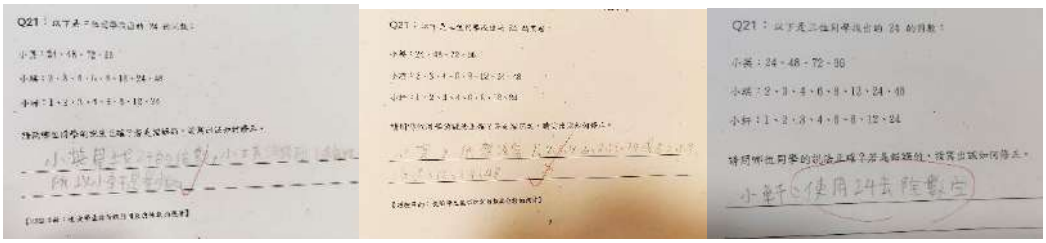
S1:最大的因數會小於自己本身，所以 8 的最大因數為 4。

T：一個數的最小倍數為何？例如 12 的最小倍數是多少？

S2：12 的最小倍數是 24！

由此可知，學生受生活語言直覺影響，傾向認為「倍數」必大於原數，導致忽略「1 倍」即為本身之最小邊界 。此結果與 Tall 及 Vinner 提出的「概念形象」理論相符，學生內在形成的形象（倍數會變大）優先於數學定義。

2. 最大公因數的生活情境轉化：



題目為：以下是三位同學找出的 24 的因數：

小英：24、48、72、96
小琪：2、3、4、6、8、12、24、48
小軒：1、2、3、4、6、8、12、24

請問哪位同學的說法正確？若是錯誤的，請寫出該如何修正。

由上述學生的回答可發現，學生對於因數集合的完整性判斷出現困難，特別是容易將「倍數」混入因數集合中（如小英與小琪的選項）。這顯示學生對於乘除法逆運算的結構理解不夠穩固，常在除數（因數）與乘積（倍數）的角色間產生置換迷思。

綜合上述討論，我們發現「因數與倍數」的教學應脫離性別框架，轉而關注如何克服學生共同面對的認知陷阱。教師在設計補救教學時，應統一針對「極端值判定」與「因倍數角色辨析」等核心迷思，運用多重表徵的表示方法來強化學生的概念理解 。

伍、 結論

本研究透過問卷調查與錯誤類型分析，針對新竹市某國小五年級學生在「因數與倍數」單元的迷思概念進行探討，研究結論歸納如下：

一、學生基本概念掌握穩定，性別與成績無顯著關聯

數據結果顯示，五年級學生在因數與倍數的基礎辨識、整除意義與 1 為任何數因數等基本定義上表現優異，答對率普遍達 80%至 100%。此外，經由獨立樣本 t 檢定分析，不同性別學生在數學成績表現上並無顯著差異。這代表在因數與倍數的抽象邏輯建構中，性別並非影響學習成效的主因，學生面對的是具普遍性的概念困難。

二、公倍數概念與極端值的判斷為主要迷思概念

學生在處理集合中的極端值實存在著顯著迷思，具體表現在：(1)公倍數辨識有難度，問卷中 Q17 的答對率僅 40%，為全卷最低。學生容易混淆公因數與公倍數的定義，或是受限於數值大小而產生錯誤判斷。(2)倍數必大於原樹的直覺干擾思考，學生受到生活語言影響，傾向認為「倍數」應比原數大，進而忽略「1 倍」即為本身的特性，導致在判斷最小倍數時產生錯誤。(3)有限與無限抽象概念不足，學生對因數集合為「有限」、倍數集合為「無限」的抽象結構理解尚淺，容易在尋找所有因數時出現漏掉「1」或多出倍數的情形。

三、角色混淆與應用轉化的能力待提升

在概念的應用方面，學生顯示出了兩個主要的弱點：(1)因數與倍數角色混淆：部分學生會將特定數的倍數誤認為因數（如 Q21 中的小英同學），顯示其對乘除法逆運算的結構理解尚未穩固，易產生概念角色置換的迷思。(2)生活情境轉化結構能力薄弱：面對情境化題目（如 Q21 分裝問題）時，學生的答對率顯著低於純計算題，說明學生在將具體問題轉化為「求最大公因數」等數學模型時存在著明顯的落差。

四、總結與建議

綜合上述，我們可以發現學生的迷思成因多與「生活語言干擾」、「先備知識不完整」及「教學偏重程序性演算」有關。建議教師在教學現場應強化多重表徵的轉換，如具體教具操作（如方塊拼貼），引導學生從具體經驗中建構出因倍數的集合邊界與相對關係，而非僅止於公式與短除法的操作。

致謝：感謝清華大學林勇吉老師對本論文的指導與協助。

參考文獻

王振德（1998）。數學學習障礙學生的識別與評量。特殊的教育季刊，66，1-7。

朱建正（2005）。因數與倍數。載於國立編譯館（主編），國小數學教材分析。台北市：國立編譯館。

林宜真（2008）。國小六年級學生因數與倍數迷思概念之研究（未出版之碩士論文）。國立屏東教育大學，屏東縣。

林福來（2001）。數學學習背景因素之研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告（NSC 89-2511-S-003-123）。台北市：台灣師範大學數學系。

教育部（2018）。十二年國民基本教育課程綱要：國民小學數學領域。台北市：教育部。

郭汾煬（2002）。國小六年級學生因數與倍數迷思概念之研究（未出版之碩士論文）。國立屏東師範學院，屏東縣。

陳嘉皇（2010）。國小學生因數與倍數概念之診斷研究。國民教育研究學報，25，117-142。

張春興（2007）。教育心理學：三化取向的理論與實務。台北市：東華。

楊瑞智（1994）。國小數學教學理論與實務。台北市：五南。

Ashlock, R. B. (2010). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction* (10th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Bell, A. (1982). Diagnosing students' misconceptions. *Mathematics in School, 11*(1), 6-10.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Belkapp Press.

Novak, J. D., & Gowin, D. B. (1984). *Learning how to learn*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. New York, NY: Columbia University Press.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20-26.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151-169.

Zazkis, R. (2000). Factors, divisors, and multiples: Exploring the web of connections. In J. J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education IV* (pp. 191-220). Providence, RI: American Mathematical Society.

A Study of Fifth Graders' Misconceptions of Factors and Multiples

Han-Yun Sung

Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University

Abstract

This study aims to investigate the types and underlying causes of misconceptions among fifth-grade students learning "Factors and Multiples," providing a reference for instructional improvement. As foundational concepts, factors and multiples are critical for subsequent topics such as Greatest Common Factor (GCF), Least Common Multiple (LCM), and fraction operations. However, research indicates that students often struggle with concept confusion, omitting 1 or the number itself as factors, and the misconception that multiples must always be larger than the original number.

Adopting a descriptive research design, this study focused on fifth-grade students in Hsinchu City. The research instruments included a criterion-referenced paper-and-pencil test and semi-structured interviews to collect data on performance and cognitive processes. Error analysis was employed to categorize misconceptions and explore their origins.

The results reveal prevalent misconceptions, including confusion over terminology, unclear understanding of divisibility, the belief that the number of multiples is finite, and misidentification of common factors versus common multiples. These issues stem from insufficient prior knowledge, incomplete understanding of multiplication/division structures, interference from everyday language, and instructional emphasis on procedures over conceptual comprehension. Based on these findings, this study suggests that teachers utilize multiple representations and concrete manipulative activities to strengthen conceptual construction and employ diagnostic assessments to identify misconceptions, thereby enhancing learning outcomes.

Keywords: Factor, Multiple, Misconception, Fifth Grade

國小五年級學生在幾何計算解題表現之研究

陳一萱[1]、許慧玉[2]
[1] 國立清華大學數理教育研究所碩士生 s113199510@m113.nthu.edu.tw
[2] 國立清華大學數理教育研究所教授 huiyuhsu@mx.nthu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討國小五年級學生在幾何計算題目中的解題表現，並分析不同「圖形複雜度」與「推理步驟數」題目對學生解題表現之影響，同時檢視「幾何計算表現」與「幾何性質表現」之關聯性。採問卷調查法，研究對象為24位國小五年級學生。研究工具包含「幾何性質試卷」及「幾何計算試卷」(三種推理步驟數與兩種圖形複雜度)。研究結果發現：一、幾何性質為計算之基礎，隨圖形複雜度與推理步驟數增加而表現遞減；二、推理步驟數為影響解題表現的重要因素，同時能區分學生間的能力落差；三、幾何性質能力與幾何計算表現具顯著關聯。本研究證實視覺解構與推理步驟是影響國小生幾何計算之關鍵因素。建議教學時應針對多步驟推理建立教學鷹架，並強化學生對複雜圖形的視覺拆解能力，以降低認知負擔並提升解題成效。

關鍵詞：幾何計算、幾何性質、圖形複雜度、推理步驟數、國小五年級

壹、緒論

幾何學習在國小數學課程中占有重要的地位，在《十二年國民基本教育課程綱要數學領域》(2018)中的學習重點提到發展以角、邊要素認識幾何圖形的能力，並能透過具體操作活動認識幾何性質與簡單推理，進而解決幾何計算問題，內容涵蓋對幾何性質的理解與推理能力。然而，在實際教學和評量中，發現國小學生在進行幾何計算解題時，即便具備基本加、減、乘、除計算能力，仍容易出現解題錯誤或是無法完成的情況。此情況顯示，學生在幾何計算解題遇到的難處可能與幾何性質的概念理解與運用能力有關，並非是計算技巧不足問題。

國小在進行幾何概念教學時，會以簡單幾何圖形建構心像(mental image)，從中察覺幾何特徵(頂點、邊、角)，透過具體操作活動發現幾何性質，根據已知事實的性質條件歸納出幾何圖形的典型圖。依據 Schwarz & Hershkowitz(1999)的觀點，典型圖(prototype)在學習新概念時可以當作促進理解的參照工具。在概念初期可以快速掌握概念重點，但若過度依賴典型圖的外觀，不能依據概念性質進行判斷的話，反而會造成理解與運用上的障礙。當圖形經過旋轉、變形或重組，便無法在圖形結構中辨識其對應的幾何性質，表示學生在幾何性質的辨識上仍存在困難。然而，幾何計算解題相當需要學生的圖形視覺化(visualization)能力，其能力在於能處理圖形拆解、旋轉與重組的操作，進而理解結構與性質(Duval, 1995)。另外，有部分學生在拆解圖形結構並嘗試運用幾何性質進行推理時，可能出現幾何性質辨識錯誤，以及幾何性質表徵與書寫困難。這些無法正確解題的過程會導致解題步驟不完整或推理中斷。

Lawson and Chinnapan(2000)指出幾何解題的關鍵不僅在於學生是否具備相關幾何知識，而是能否將這些知識在解題中產生有意義的連結。Hsu & Silver(2014)

的研究指出在幾何計算解題時需運用題意的已知性質條件與未知量之間的關係，進一步找出支持解題的幾何性質，此種解題過程相當依賴幾何性質中有意義的連結程序，且過程涉及多步驟推理解題。因此，當學生的幾何知識不完整時，解題過程就容易中斷，特別是推理步驟數增加或圖形複雜度提高的情形下，更容易產生錯誤。此觀點顯示，學生面對較多步驟或較複雜的幾何題目時，解題困難可能不是單一性質的理解不足，而是無法有效整合幾何性質與圖形結構。

研究目的如下：

一、分析國小五年級學生在幾何計算題目中，整體解題表現情形。

二、分析推理步驟數對國小五年級學生在幾何計算題目之影響。

三、分析圖形複雜度對國小五年級學生在幾何計算題目之影響。

四、分析國小五年級學生在幾何計算題與幾何性質的表現關連性。

貳、文獻探討

一、幾何思考發展層次

van Hiele 夫婦(Crowley,1987)提出幾何思考發展模式分為五個層次，每一個層次都有其發展特性，而且幾何思考模式具有一定的順序性，從第 0 層次到第 4 層次分別為學生在該階段對幾何形體的理解程度。

第 0 層次—視覺期：依賴外觀輪廓辨識圖形，無法理解數學定義。

第 1 層次—分析期：能透過觀察與操作發現圖形性質，例如：長方形有四個直角，但無法建立性質間的邏輯連結。

第 2 層次—非形式演繹期：能理解圖形間的包含關係，例如：正方形是長方形的一種，並進行非正式的邏輯推理。

第 3 層次—形式演繹期及第 4 層次—嚴密性：通常屬於高中至大學數學系之專業範疇。

本研究國小五年級學生正處於「分析期」至「非形式演繹期」的過渡階段。此時學生雖然能辨識單一性質，但在複雜圖形中，往往難以將多項性質整合為系統性的推理。

二、幾何認知理解模式

Duval(1995,1998)著重在解題過程中的認知操作，強調不同表徵系統之間的操作與轉換，特別是在圖形、符號與語言表徵之間的認知協調。

(一)四種認知理解模式

知覺性理解：直觀感知圖形外觀。當圖形由多個子圖組成時，能否察覺子圖間的關係是關鍵，例如：對角線分割平行四邊形。

構圖性理解：利用構圖工具並依照數學性質建構圖形的歷程。

論述性理解：以語言、文字或符號描述性質並進行邏輯推論。

操作性理解：對心像進行平移、旋轉、分割、組合、伸縮與鏡射等剛性變換。Duval 認為這是解決幾何圖形的啟發性關鍵，包括分解組合(The mereologic way)、光學(The optic way)與平移旋轉方式(The place way)。

(二)三種認知歷程

Duval(1998)進一步指出幾何活動涉及：視覺化歷程（整體觀察）、構圖歷程（轉換重組）與推理歷程（邏輯論證）。這三種認知歷程不一定同時存在，當學習者對某圖形產生認知理解時可能引發視覺化歷程，但不一定會伴隨著構圖或推理歷程。如果視覺化歷程是找尋可以證明的條件，而推理歷程就會取決需要那些幾何性質、定義與定理；但如果視覺化歷程無法察覺關鍵圖形或是判斷錯

圖形，就會導致推論錯誤。因此，這三種認知歷程務必要緊密連結才能推論出有效的證明。

三、圖形複雜度與推理步驟數

Hsu & Silver(2014)研究中指出幾何任務的認知複雜度(cognitive complexity)同時涉及圖形複雜度(diagram complexity)與解題複雜度(problem-solving complexity)。

(一)圖形複雜度(diagram complexity)

Hsu & Silver (2014)提出以「參考圖」(學習時常見的圖形外觀）與「任務圖」的差異來定義圖形複雜度。其面向包括：(1)從參考圖中被刪除的線段數量；(2)因線段刪除而受到影響的原始頂點數量；(3)在參考圖中新增的線段數量；(4)因線段新增而受到影響的原始頂點數量；以及(5)因新增線段而產生的新頂點數量。複雜的幾何圖形是由多個幾何子圖層疊而成，邊和角的配置上可能重疊於邊或包含某個子圖的幾何性質關係，更可能會造成學習者在拆解與重組時的認知負荷。因此，在幾何計算解題中需要反覆在「圖像」和「概念」之間來回運作，著重學習者能否以幾何性質(概念)有效的整合圖形視覺資訊(圖像)。

(二)推理步驟數(number of reasoning steps)

解題複雜度包含是否需要畫輔助線、解題步驟數、使用到幾何性質的次數、解題中所需的剛性變換種類（平移、翻轉、旋轉等）。而解題步驟數就是分析圖形結構解出答案所需的推理步驟數。推理步驟是基於幾何性質條件進行解題。推理步驟的多寡會影響任務的認知負荷，因為多步驟的解題要求學習者不只要在每個推理步驟中提取相關幾何性質，還要能將多個推理步驟連結成一個具有系統性邏輯脈絡的步驟順序(Ayres & Sweller, 1990; Cheng & Lin, 2008)。有些研究指出，多步驟幾何計算解題中，推理出圖中的各項子圖性質通常比直接取得答案更為困難(Ayres & Sweller, 1990)。

參、研究方法

一、研究對象

本研究採「方便取樣」蒐集樣本資料，研究對象為一班國小五年級學生共 24 位，已學過三角形與四邊形的邊、角幾何性質，且能進行簡單幾何推理。

二、研究工具

本研究的工具設計是參照《十二年國民基本教育課程綱要數學領域》、國小 K 版和 N 版教科書，並利用國小三年級上學期「角」單元的直角概念開始將角的性質帶入幾何圖形中，以幾何圖形的邊、角性質設計試題。採用四年級上學期「三角形」、四年級下學期「四邊形」的圖形和五年級上學期「多邊形」作為題目設計，題目分別使用正三角形、等腰三角形、直角三角形、等腰直角三角形、平行四邊形、全等三角形、三角形的內角和、四邊形的內角和等幾何概念。透過幾何圖形重疊後形成的複雜圖形，讓學生計算從圖形複雜度(簡單/複雜)和推理步驟數(一步驟/二步驟/三步驟)的過程，了解學生對幾何圖形拆解與幾何性質運用的能力。

(一)幾何性質試卷

以幾何典型圖為設計，幾何性質邊或角關係的標記與描述共 12 題，試題 1、3、5、7 分別為正三角形、等腰三角形、平行四邊形、全等三角形的邊關係；試題 2、4、6、8 分別為正三角形、等腰三角形、平行四邊形、全等三角形的角關係；試題 9 到 12 分別為平角、直角、三角形內角和、四邊形內角和。

(二)幾何計算試卷

幾何計算、標記與性質描述共 6 題，題型包含正三角形、等腰三角形、平行四邊形、全等三角形、平角、直角、三角形內角和、四邊形內角和等幾何圖形的組合。每試題皆提供四格步驟數，視學生運用幾何性質的推論能力，彈性調整推理步驟數。表 1 為幾何計算試題的圖形複雜度(簡單/複雜)和推理步驟數(一步驟/二步驟/三步驟)分析。圖 1 為圖形複雜度(簡單/複雜)的比較、圖 2 為推理步驟數(一步驟/二步驟)的比較。

表 1 幾何計算試題的圖形複雜度和推理步驟數

	一步驟	二步驟	三步驟
簡單	試題一	試題三	試題五
複雜	試題二	試題四	試題六

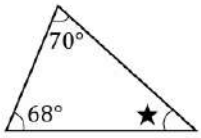
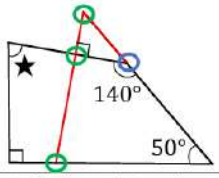
【試題一】 右圖中★角是幾度？ 	【試題二】 右圖中★角是幾度？ 
試題一解題使用的幾何性質為三角形內角和(180°－70°－68°＝42°)，此圖形為三角形內角和的典型圖，無刪除或新增線段，故圖形複雜度為 0。	試題二解題使用的幾何性質為四邊形內角和(360°－90°－140°－50°＝80°)，此圖形新增 2 條紅色線段、影響 1 個原始頂點(藍圈)、新增 3 個頂點(綠圈)，故圖形複雜度為 6。

圖 1 圖形複雜度(簡單/複雜)的比較

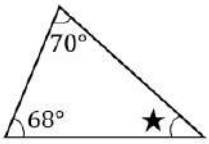
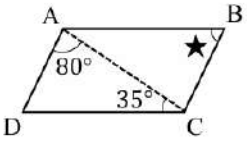
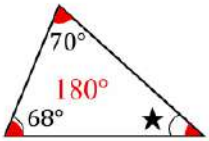
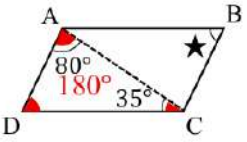
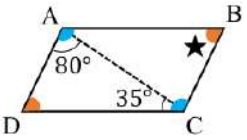
【試題一】 右圖中★角是幾度？ 	【試題三】 ABCD 是一個平行四邊形，算算看，右圖中★角是幾度？ 
第一步驟： 計算：180°－70°－68°＝42° 標記：  性質描述：三角形內角和 180°	**第一步驟：** 計算：180°－35°－65°＝80° 標記：  性質描述：三角形內角和 180°
	第二步驟： 計算：∠D=∠B,∠★=80° 標記：  性質描述：平行四邊形兩雙對角一樣大
試題一為**一步驟**的解題，只需使用三角形內角和的性質。	試題三為**二步驟**的解題，需用到三角形內角和及平行四邊形兩雙對角一樣大的性質。

圖 2 推理步驟數(一步驟/二步驟)的比較

(三)效度信度

本研究為確保試題之內容效度，研究者邀請一位具有數學教育專業之教授進行試題審查，針對試題內容、語意描述及圖形難易度提供修正建議，並依其建議進行調整。本研究進一步將幾何性質試卷與幾何計算試卷進行相關性檢驗，作為效度之佐證，分析結果顯示兩者呈現正相關($r=.702, p<.001$)，表示學生對幾何性質概念的理解，能有效地反映在幾何計算的表現上，證明兩種測驗工具具備良好的內部結構效度。

本研究位為檢驗試題之內部一致性，採用 Cronbach's α 係數進行信度分析。本研究分成兩種幾何試卷，「幾何性質試卷」共 12 題，檢驗結果顯示 Cronbach's α 值為.841，代表性質測驗工具具備高度的內部一致性；「幾何計算試卷」共 6 題，檢驗結果顯示 Cronbach's α 值為.706，代表計算測驗工具具備穩定之可靠性。

三、資料分析

幾何性質試題和幾何計算試題的給分方式參考 Hui-Yu Hsu & Edward A.Silver(2025)對幾何計算(GCN)，經研究者編修。

(一)幾何性質試題

如表 2 所示，依據學生能否標記及描述幾何性質意義給予 0 到 3 分，幾何性質標記正確給予 1 分，幾何性質意義描述完整給予 2 分。圖 3 為性質試題 1 解題的給分依據，標記完整可得 1 分，性質描述「3 個角一樣大」可得 1 分，「3 個角都是 60 度」可得 1 分。

表 2 幾何性質試題給分標準

	給分
性質標記正確且描述性質意義完整	3
性質標記正確但描述幾何性質意義不完整	2
性質標記不正確但描述幾何性質意義完整	
性質標記正確但描述幾何性質意義不正確	1
性質標記不正確且描述幾何性質意義不完整	
未使用性質直覺性回答	0
未作答	0

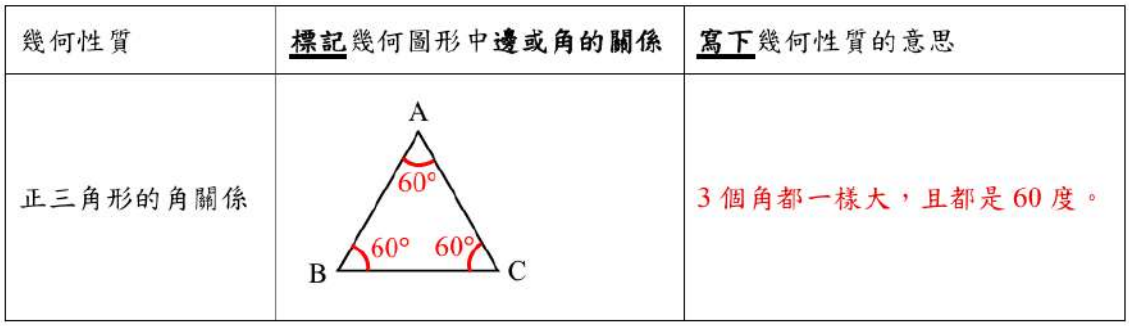


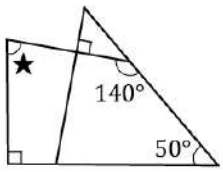
圖 3 性質試題 1 解題的給分依據

(二)幾何計算試題

依據學生能否正確運用幾何性質進行推理，評分方式為每個步驟的計算、標記、性質描述皆正確給予 1 分，故分為「性質完整且過程正確」(3 分)、「性質不完整過程正確」(2 分)、「非關鍵性質過程不當」(1 分)、「未使用性質直覺性回答」(0 分)與「未作答」(0 分)等五種類型。圖 4 為計算試題二解題的給分

依據，試題二為一步驟解題，評分方式為計算、標記、性質描述各配 1 分，故在進行幾何計算時，需在該步驟的圖形上標記使用的幾何性質是哪個子圖，並寫出使用的幾何性質。

【試題二】
右圖中★角是幾度？



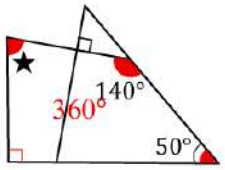
步驟	計算過程	請在圖形上標記此步驟的幾何性質記號	請寫出此步驟使用到哪些幾何性質
第一步驟	360°－90°－140°－50°＝80°		直角 三角形內角和 360°

圖 4 計算試題二的解題給分依據

肆、結果與分析

本研究蒐集學生作答試卷之資料後，先進行整理、編碼與計分，將有效樣本之得分彙整至資料表，並以統計軟體 SPSS 進行分析。資料分析方式包含描述性統計、配對樣本 T 檢定(Paired-Samples T Test) 及相關分析，以了解學生在不同推理步驟與圖形複雜度下之幾何計算表現，並探討幾何性質辨識能力與幾何計算能力之關係。

一、描述性統計

本研究以描述性統計呈現 24 位國小五年級學生在幾何性質、幾何計算題的圖形複雜度(簡單/複雜)和推理步驟數(一步驟/二步驟/三步驟)的平均數和標準差，如表 3 所示。

(一)幾何性質之表現情形

本研究針對 24 位國小五年級學生進行幾何性質測驗，研究結果顯示，學生在幾何性質(總分為 36 分)的平均得分為 27.63 分(標準差為 6.91)。整體而言，學生在該測驗的表現尚佳，平均得分率約為 76.75%，表示五年級學生已有基本的幾何性質概念。

(二)圖形複雜度對解題表現之影響

在簡單圖形題(試題一、三、五)的平均得分為 6.46 分(標準差為 1.93)；而複雜圖形題(試題二、四、六)的平均得分降至 5.33 分(標準差為 1.95)，比簡單圖形題少了 1.13 分，由此可知，當圖形複雜度高時，學生的解題正確率有下降的趨勢。

(三)推理步驟數對解題表現之影響

在推理步驟數方面，一步驟的平均得分為 5.42 分(標準差為 0.97)，是多步驟數中的最高分。其次是二步驟的平均得分為 4.08 分(標準差為 1.79)，最低是三步驟的平均得分為 2.29 分(標準差為 1.71)，相較一步驟已大幅下滑了 3.13 分，表示隨著步驟數增加而呈現顯著的得分下降。由此可知，一步驟的幾何性質推理較單純，較不會造成認知推導過程的負擔；而推理步驟數的增加，除了

平均得分下降外，標準差也從 0.97 增加到 1.71，可見高階的推理題目更加顯現學生之間的能力落差，這也對應到了 Duval 的幾何認知歷程，多重視覺解構與邏輯推理增加了認知負荷。

表 3 幾何性質、圖形複雜度(簡單/複雜)和推理步驟數(一步驟/二步驟/三步驟)的平均數和標準差

	平均數	標準差
幾何性質	27.63	6.91
圖形複雜度(簡單)	6.46	1.93
圖形複雜度(複雜)	5.33	1.95
推理步驟數(一步驟)	5.42	.97
推理步驟數(二步驟)	4.08	1.79
推理步驟數(三步驟)	2.29	1.71

二、配對樣本 T 檢定(Paired-Samples T Test)

本研究進行配對樣本 T 檢定探討學生在不同試題組合間的得分表現是否存在差異，如表 4 所示，四組配對比較皆達統計顯著水準($p<.01$)，顯示學生在不同幾何圖形複雜度或推理步驟數難度組合下的表現有顯著差別。簡單 vs.複雜的平均數為 1.125，$t(23)=3.191$，$p=.004<.01$，達到顯著差異，代表兩組試題雖然題數相同，但學生在其中的表現並不一致。一步驟 vs.二步驟和二步驟 vs.三步驟的差異值逐漸擴大，到一步驟 vs.三步驟時平均數為 3.125，$t(23)=9.757$，$p<.001$，代表三步驟的幾何計算推理較困難，學生在性質掌握上表現較差。

表 4 不同試題組合之配對樣本 T 檢定分析表(N=24)

	平均數	標準差	t 值	df	雙面 p
簡單 vs.複雜	1.125	1.727	3.191	23	.004
一步驟 vs.二步驟	1.333	1.551	4.211	23	<.001
二步驟 vs.三步驟	1.792	2.064	4.253	23	<.001
一步驟 vs.三步驟	3.125	1.569	9.757	23	<.001

註：*p<.05, **p<.01, ***p<.001

三、相關分析：幾何性質題與幾何計算題之相關

本研究採 Pearson 積差相關分析 24 位國小五年級學生在幾何性質題與幾何計算題(試題一到六)之相關，如表 5 所示，試題一、二、三、六皆與幾何性質呈現顯著正相關($p<.05$)。其中，試題三(簡單二步驟題)的相關係數為.656 最高，表示該題最能反映學生整體的幾何性質認知能力。然而，試題四、五雖然具正相關，但未達統計顯著水準($p>.05$)。這可能是這兩題所涉及的子圖共用同一角時，會造成視覺上拆解困難，且步驟數增加，認知負荷更重，以至於學生表現較不穩定。亦可能是樣本數(N=24)較小，在統計上較難達到顯著。

表 5 幾何性質題與幾何計算題(試題一到六)之相關

	一步驟	二步驟	三步驟
簡單	試題一 r=.474* p=.019	試題三 r=.656*** p<.001	試題五 r=.375 p=.071
複雜	試題二 r=.466* p=.022	試題四 r=.357 p=.086	試題六 r=.493* p=.014

註：相關性 r、顯著性 p

*相關性在.05 層級上顯著（雙尾）。
**相關性在.01 層級上顯著（雙尾）。
***Correlation at .001(2-tailed)

伍、結論與建議

本研究探討國小五年級學生在幾何計算解題之表現，研究結論歸納如下：

一、幾何性質為計算之基礎，其表現隨圖形複雜度與推理步驟數增加而遞減

學生在幾何性質測驗表現尚佳(得分率 76.75%)，顯示具備基礎幾何性質概念，亦能在幾何計算時寫出使用的幾何性質概念。然而，在幾何計算中，學生的表現受「圖形複雜度」與「推理步驟數」顯著影響。配對樣本 T 檢定結果顯示，簡單圖形與複雜圖形($p=.004$)及不同推理步驟數間($p<.001$)皆達顯著差異，證實認知負荷是影響幾何解題成效的關鍵因素。

二、推理步驟數為影響解題表現的重要因素，同時能區分學生間的能力落差

隨推理步驟增加(由一步驟至三步驟)，平均得分從 5.42 顯著下滑到 2.29，且標準差從.97 增加至 1.71。由此可知，多步驟推理題目涵蓋圖形拆解能力，也驗證了 Duval 的幾何認知歷程中，多重視覺解構與邏輯推理對國小五年級學生而言具有高度挑戰性，也能有效區分學生間的能力落差。

三、幾何性質能力與幾何計算表現具顯著關聯

相關分析結果顯示多數幾何計算題與性質辨識能力呈現顯著正相關。其中以「簡單二步驟」題項相關係數最高($r = .656$, $p < .001$)，顯示該難度題型最能有效預測學生整體的幾何性質掌握程度。

本研究針對教學策略與未來研究提出以下建議：

一、建立視覺解構的教學鷹架

教學者應針對「複雜圖形」與「三步驟推理」設計輔助策略。例如利用色彩編碼標註子圖形性質，引導學生在多步驟解題中進行性質提取與邏輯連結，以降低運作記憶的負荷。

二、研究限制與後續探討

本研究受限於樣本數(N=24)，部分複雜題目的相關性未達顯著，未來研究可擴大樣本規模以強化統計檢定力。

陸、參考文獻

吳明清（2006）。**教育研究－基本觀念與方法分析**。臺北市：五南。

教育部（2018）。**十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通高級中等學校—數學領域**。臺北市：教育部。

黃光雄、簡茂發主編（1991）。**教育研究法**。臺北市：師大書苑。

Ayres, P., & Sweller, J. (1990). Locus of difficulty in multistage mathematics problems. *The American Journal of Psychology, 103*(2), 167–193.

Cheng, Y.-H., & Lin, F.-L. (2008). A study on left behind students for enhancing their competence of geometry argumentation. In O. Figueras, J. L. Lortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME) and PME-NA XXX (Vol. 2, pp. 305–312).

Duval, R. (1995). Geometrical pictures : Kinds of Representation and Specific Processings. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery*

with Computers in Mathematics Education (pp. 142-157). New York, NY : Springer-Verlag.

Duval, R. (1998). Geometry from cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for 21st century* (pp. 37–52). Kluwer.

Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education, 20*(10), 1193–1211.

Hsu, H.-Y., & Silver, E. A. (2014). Cognitive complexity of mathematics instructional tasks in a Taiwan ese classroom: An examination of task sources. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(4), 460–496. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.4.0460

Hsu, H.-Y. & Silver, E. A. (2025). Cognitive complexity of geometric proof and geometric calculation: a problem-solving perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 1-22. (SSCI, Q1 journal) https://doi.org/10.1007/s10649-025-10434-9

Lawson, M. J., & Chinnapan, M. (2000). Knowledge connectedness in geometry problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(1), 26–43.

Schwarz, B. B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(4), 362–389. https://doi.org/10.2307/749706

A Study of Fifth-Grade Elementary School Students' Performance in Geometric Calculation Problem Solving

Yi-Hsuan Chen[1], Hui-Yu Hsu [2]
[1]Graduate Student of Graduate Institute of Mathenmatics and Science Education
National Tsing Hua University
s113199510@m113.nthu.edu.tw
[2]Professor of Graduate Institute of Mathenmatics and Science Education
National Tsing Hua University
huiyuhsu@mx.nthu.edu.tw

Abstract

This study aims to explore the problem-solving performance of fifth-grade elementary school students on geometry calculation problems. Specifically, it examines the effects of different levels of diagram complexity and number of reasoning steps on students' performance, and investigates the relationship between geometric calculation performance and geometric property performance.A questionnaire survey method was adopted. The participants were 24 fifth-grade elementary school students. The research instruments included a Geometric Properties Test and a Geometric Calculation Test, which consisted of three levels of reasoning steps and two levels of diagram complexity.The results indicate that:(1)geometric properties serve as the foundation for computation, and students' performance decreases as diagram complexity and the number of reasoning steps increase; (2)the number of reasoning steps is a key factor affecting problem-solving performance and can differentiate students' ability levels; and (3)geometric property knowledge is significantly associated with performance in geometric computation. This study confirms that visual decomposition and multi-step reasoning are critical factors influencing elementary students' geometric computation. It is therefore recommended that instruction incorporate scaffolding for multi-step reasoning and strengthen students' ability to visually decompose complex figures, in order to reduce cognitive load and enhance problem-solving performance.

Keywords: geometry calculation, geometric property, diagram complexity, number of reasoning steps, fifth-grade elementary students

二年級個案學生的視角轉換概念及其改變初探

林黃知佳[1]　張淑怡[2]
[1]臺北教育大學數學暨資訊教育學系 g111327002@grad.ntue.edu.tw
[2]臺北教育大學數學暨資訊教育學系 sic@mail.ntue.edu.tw

摘要

本研究旨在探討二年級個案學生的視角轉換概念及其改變歷程，作為未來引導學生建構空間概念之教學實務參考。經研究後發現，學生在前測中對生活物品與積木視圖的判讀皆出現不穩定的狀況。面對生活物品時，學生認為從物體左右兩側所見的樣貌皆相同；面對積木時，學生雖可依據特定顏色積木個數正確選擇部分視圖，但對兩側視圖的判斷與先前題型類似。

在教學過程中，教師透過關鍵問話引導學生觀察位置、物體方向與視圖之間的關係進而引導學生發生概念改變。經教學活動後，學生在生活物品選擇題題型中已能從固定位置藉由轉動身體回答進展到不轉動身體完成實物與紙本題目；在積木題型中，學生除了可以完成紙本選擇題，也能將 3*3*3 以內的立體積木以繪圖的方式呈現。然而，當積木的擺放方式與先前經驗不一致，或是積木擺放方式出現錯視時，學生較難以進行類推，導致繪圖題表現不穩定，而選擇題表現則相對穩定。

整體而言，此一個案的視角轉換概念可透過具體操作、身體參與及教師提問有所改變，但若要讓學生的概念更加穩固，可能應需提供多元題型與不同擺法的學習經驗。

關鍵字：空間能力、視角轉換、概念改變

壹、緒論

一、研究動機與背景

空間能力（spatial ability）不僅是抽象的數學智力，更是人類適應環境、解決日常問題不可或缺的能力。有部分研究指出，良好的空間思維不僅會影響學生的學科學習表現，也與未來職涯發展具有一定的影響力，顯示其為學生學習歷程中不可忽視的基礎能力。不僅如此，近年亦有多國將空間能力納入國小數學課程，顯示其對空間能力培養的高度重視。

因此，研究者進一步檢視我國課程綱要與教材中與空間幾何相關之內容安排，結果顯示國小階段較少出現針對空間能力，如：三維視圖辨識與視角轉換的課程；且相關內容直至國中一年級才有被明確納入課程（教育部，2018）。相較之下，部分國家則早在低年級時便安排了相關的空間幾何教學。例如：曾湘玲 (2012)的研究指出，臺灣對幾何課程所制定的目標，可發現培養學生空間感的重視程度不足，只有一項能力指標與空間學習有關，因此依據此目標而編撰的教材書，相關教材活動的編排比重偏低，僅在一年級上學期安排一個相關的單元。澳洲從一年級開始便編排相對位置用詞的學習活動讓學生從描述自己的相對方位、辨識街道圖到懂得用座標來描述位置以及閱讀地圖。林美如 (2007)亦指出，台灣的教材綱要與教材內容對空間概念的陳述比例都偏低，以少數的操作引導出空間概念，中國與香港在關於空間概念的規定及佈題均相當生活化，中國的特色在於善用地圖，而香港的操作活動非常多，對於空間概念也有詳細的解說。芬蘭的低年級課程（1~2 年級）則強調透過觀察來描述周圍的空

間關係，以及三維圖形的建構(董修齊, 2011)。相較之下，台灣在同齡階段的教材設計上，視角轉換與動態空間操作的佈題明顯較缺乏。

因此，本研究期透過個案了解我國國小二年級學生進行視角轉換教學之可行性，並嘗試將芬蘭與中國教材結合實體教具進行教學實驗，在教學活動中觀察學生的學習表現。最後歸納整理出學生在的視角轉換概念及其改變歷程，期提供未來引導學生建構空間概念時的教學實務參考。

二、研究目的

本研究旨在初步探究二年級個案學生的視角轉換概念及概念改變歷程，期作為未來低年級空間幾何課程設計與教學之參考。

貳、文獻探討

一、空間能力的相關實徵研究

空間能力包含位置知覺、方向判斷、空間視覺化、視角轉換等面向。由於其涵蓋的認知成分多元，空間能力的定義尚未有一致性的共識，且迄今仍是眾說紛紜，各家自行定義和說明，但卻不難發現不同研究對空間能力是有許多共通性的看法和相似性的定義。例如，空間能力往往被視為與在心中操控形體有密切相關並可涵蓋由靜態辨識到動態轉換的多種任務類型。

針對低年級學童的空間教學，王毓婕 (2015)將動態幾何軟體 Cabri 3D 導入了國小二年級學童的課程中，如圖 1 所示。該研究結果顯示，搭配這種數位軟體的教學模式，對於提升二年級學童的空間旋轉能力具有顯著的立即成效與保留成效。透過讓學生親自操作視角的轉換，能更有效地幫助他們建立物體恆存與空間相對位置的概念。此外，該研究亦指出，對於空間能力尚未成熟的低年級學童而言，他們往往傾向於依賴直觀的整體外形特徵進行判斷，容易忽略局部方位的對應關係。

在應用數位科技提升空間能力的實徵研究方面，陳宣曄 (2022)在其針對國小高年級學生的準實驗研究中，利用 3DC.io 這類數位建模工具，將抽象的空間概念具象化。有別於傳統平面教學受限於二維視角的靜態呈現，圖中顯示的數位操作介面允許學生進行即時的動態旋轉與多視角檢視，如圖 2 所示。這種操作過程不僅是視覺上的改變，更提供了關鍵的認知鷹架，協助學生在腦中建立立體概念，進而連結內在的空間思考。該研究證實，透過數位載具操作虛擬物件，能有效輔助學生突破平面思維的限制，顯著提升其在空間視覺化與圖像推理的表現。此研究結果給予本研究重要的啟發：在探討小學生視角轉換能力的發展歷程時，這種可操作的視覺輔助，將有助於學生從自我中心視角跨越到他人視角，使抽象的空間關係變得具體可感。

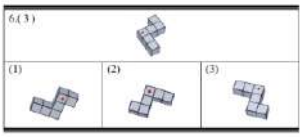


圖 1 空間能力測驗
資料來源：王毓婕(2015)



圖2 空間能力測驗範例
資料來源：陳宣曄(2022)

二、他國空間教材的安排

(一) 芬蘭課程

根據芬蘭現行的《基礎教育國家核心課綱 2014》(Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014，簡稱 POPs 2014)，在低年級階段（1-2 年級）有關幾何課程並不急於進入抽象的幾何定義，而是明確將感知三維環境（hahmottaa kolmiulotteista ympäristöä）置於幾何學習內容（S3）的首位。課綱強調，教學應引導學生觀察周遭環境中的空間關係，並發展方向與位置（suunta-jasijaintikäsitteet）的概念。此外，POPs 2014 特別重視透過建構（rakennetaan）與繪圖來探索立體與平面圖形，這顯示芬蘭的幾何教學高度依賴具體操作與視覺感知，旨在為學童建立穩固的心理表徵。

(二)中國課程

中國在數學教育政策上高度重視學童早期空間能力的啟蒙。根據《義務教育數學課程標準（2022 年版)》(以下簡稱新課綱)，中國在幾何數學課程標準中,將數學領域區分成四大主題，「數與代數」、「空間與圖形」、「統計與機率」、「實踐活動」(第二學段改爲「綜合應用」)，其中幾何的教材目標則是指「空間與圖形」的教材綱要，幾何量的教材目標則一併歸在「空間與圖形」的部分。新課綱明確將空間觀念與幾何直觀定義為數學核心素養的重要組成部分，強調學生應透過對圖形的學習，逐步形成量感、推理意識以及對空間方位的感知能力。

參、研究方法

一、研究架構

本研究採教學實驗法（Teaching Experiment Methodology)，研究架構參考 Steffe and Thompson (2000)之觀點，在一對一教學情境中將課程規劃為一系列教學事件，並於每次教學後蒐集學生之作答、作品、口語解釋與操作行為等資料進行回顧分析，作為後續教學安排與任務修訂之依據。

二、資料蒐集

本研究以錄音、錄影、留存文件等方式蒐集資料,包含教學方案、教學錄影檔、學生前後測、學習單；施測日期為：2025 年 10 月至 11 月進行前後測、教學活動，共計 7 次，每次約 30~40 分鐘。

三、資料分析

為提高本研究的研究信效度，採用資料三角驗證來進行資料分析。資料蒐集的來源包含教學錄影檔、學生學習單、學生前後測等,資料來源多元，分析時將不同的資料來源整理、對照、整合，進行交叉檢驗，得出可信、有效的研究結論。

四、教學設計

本研究對象為國小二年級的個案學生，研究者設計課程時會注意以下四點：(1)透過前測分析個案學生的起點行為，針對其困難處設計合適的個別化課程；(2)提供學生表達想法與探究的機會；(3)將抽象的概念具體化，讓學生有具體操作的活動經驗；(4)若在教師引導下，學習仍有困難時，由教師示範。

另外，本研究的佈題主要包括生活物品及積木兩大類，其下又分別包括紙本題型及實際操作，以下分別說明之：

(一)生活物品

(1)紙本題型

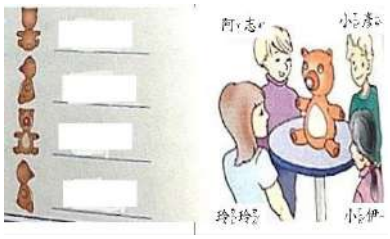


圖 3：實際物品(芬蘭 2014)



圖 4：實際物品(中國 2022)

如圖 3、圖 4 所示，題目源自芬蘭、中國的國小中低年級數學課本，主要用於前後測、教學活動後檢視學生概念用，每次使用皆為相似之類題。

(2)實際操作



圖 5：觀察實際物



圖 6：觀察實際物

如圖 5、圖 6 所示，研究者選用構造單純之實際物(如：杯子、娃娃)及視圖選項，並請學生猜猜看，從指定的位置(桌上貼有便利貼)看實際物，看到的杯子會長什麼模樣？猜完後由研究者將選項擺放至該位置，接著學生再透過實際走動觀察物品，確認是否與最初猜想的答案一致，後續研究者再依著學生的作答狀況進行教學、討論。

(二)積木

(1)紙本



圖 7：積木(選擇題)



圖 8：積木(選擇題)

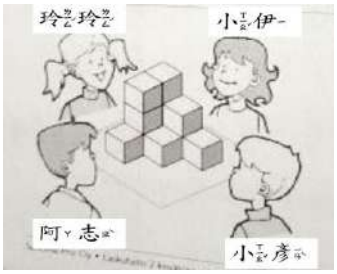


圖 9：積木（繪圖題）

如圖 7、圖 8、圖 9 所示，題目源自芬蘭、中國的國小中低年級數學課本，主要用於前後測、教學活動後檢視學生概念用，每次使用皆為相似之類題。

(2)實際操作

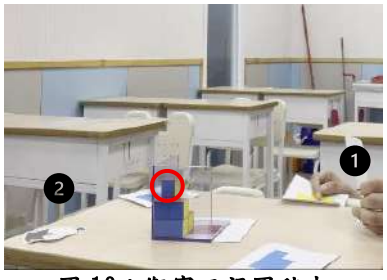


圖 10：觀察三視圖積木



圖 11：觀察 USL 方塊

如圖 10、圖 11 所示，研究者選用三視圖積木和 USL 方塊兩種積木（三視

圖可透過顏色區分不同面)及視圖選項，並請學生猜猜看，從指定的位置(桌上貼有便利貼)看實際物，看到的積木會長什麼模樣？猜完後由研究者將選項擺放至該位置，接著學生再透過實際走動觀察物品，確認是否與最初猜想的答案一致，後續研究者再依著學生的作答狀況進行教學、討論。

肆、研究結果與討論

一、學習表現

(一)生活物品

前測表現：認為從物品的左右兩邊看到的樣貌會相同

當布丁在前測的紙本測驗中遇到圖 3 時，他認為阿志和小伊看到的物品樣貌會相同，故皆選擇選項 2；在回答從小彥和玲玲的視角會看到的物品樣貌時，布丁則可以正確選擇選項 1 和選項 3。經研究者追問後，布丁說：「因為熊熊沒有動，也沒有變異，所以阿志和小伊看到的娃娃應該要長得一樣。」研究者繼續追問後，布丁接著表示以前沒有學過這種題目，只能靠想像的方式回答小彥和玲玲看到的物品樣貌；在其他類題的表現也相同。由上可知，布丁能正確選擇從物品前面和後面看到的樣貌，但對於從左邊和右邊看並不熟悉。為協助學生理解其中的不同，研究者在教學活動中設計了實際走動、觀察(從左邊、右邊)物品的樣貌(如圖 5、圖 6)，並嘗試以具體活動引導學生理解視圖。

教學過程中的表現：教師關鍵問話引發學生概念改變

經實際走到對應的位置觀察後，卻發現與原先預想的不同，雖此時的布丁還無法清楚分辨左右，教師透過特定部件(杯子的把手、娃娃的尾巴等)和手的位置引導布丁發現左右視圖的差異(如圖 12、圖 13 所示)。從以下原案可發現教師的關鍵引導有三：1.你現在實際走走看，從兩個方向看到的杯子會不會一樣？2.你可以把右手舉起來，走到兩個位置看看。3.你寫字的手是哪一邊？學生發生觀念改變的證據有三：1. 欸？怎麼會這樣？(學生繞著桌子反覆確認答案，並一直重複說：怎麼會這樣！)2. 我的手被交換了！3. (右手比劃出寫字的樣子)喔！是左邊！我會了！



圖 12：學生實際觀察實際物品



圖 13：學生發現當面部轉向後，手會交換

師：你現在實際走走看，從兩個方向看到的杯子會不會一樣？
生：欸？怎麼會這樣？(學生繞著桌子反覆確認答案，並一直重複說：怎麼會這樣！)
師：那你這次看到的是哪一個選項？
生：變成另一個選項了！(學生發現從兩個方向看到的物品樣貌不同)
師：你可以移動到兩張便利貼的位置去觀察看看。
生：欸？甚麼意思？
師：想想看，為甚麼會不一樣？
生：因為不是…同一邊？
師：你可以把右手舉起來，走到兩個位置看看。
(學生舉起右手至桌上的兩張便利貼之間來回走動)
生：喔！我懂了！

師：懂了甚麼？請跟我分享。
生：不知道要怎麼講！
師：沒關係，你試著說說看！
生：就是…這樣…這樣…(學生舉著右手於兩個便利貼間來回走動)
師：你的右邊…
生：我的手被交換了！
師：怎麼交換的？
生：就是…你看…就像這樣！如果我走這裡(舉起左手)，那就是他們(手指對面)的這裡(揮動右手)。
師：當我們的臉朝不一樣的方向時，左右手也會跟著換一邊。
師：所以當我們在這個位置(指向便利貼)的時候，把手在你的哪一邊？
生：在我的…右邊。
師：當我們走到另一邊(指向另一張便利貼)看杯子的時候…
生：把手在…右邊？**(學生手指左邊，回答右邊，研究者推測答錯原因為學生左右不分)**
師：你寫字的手是哪一邊？
生：…(右手比劃出寫字的樣子)**喔！是左邊！我會了！**

後續類題及後測的學習表現：能藉由轉動身體完成實際的物品及紙本題型

經教學活動過後，研究者再次以相同的物品、不同的擺放方式放在布丁面前並詢問相同的問題(如圖 14、圖 15 所示)以確認布丁的學習狀況。此時的布丁已能理解從不同角度看同一件物品時看見的物品樣貌會不同，且在作答時會透過轉動身體的方式來思考從兩張便利貼的位置看物品時會看到的物品樣貌(如圖 14、圖 15 中布丁手指的方向所示)；從後測的結果可看出，布丁在大部分的紙本題型上已可以回答出正確答案；且隨著經驗的累積，布丁也能正確的使用空間語詞(如上、下左、右)來說出不同視角下會看到的物品樣貌為何，鮮少會有左右混淆導致表達不清楚的情形出現。布丁已漸漸得以透過物品的特徵在心中想像在不同位置會看到的物品樣貌，動作的幅度也隨著經驗的累績變小。


圖 14：與圖 5 擺放方式相異


圖 15：與圖 6 擺放方式相異

後測表現：能藉由轉動身體來完成紙本測驗

從後測的結果可看出，布丁在大部分的紙本題型上已可以回答出正確答案；且在後測結束後與教師的問答間，布丁也能正確的使用空間語詞(如上、下左、右)來說出不同視角下會看到的物品樣貌為何，鮮少會有左右混淆導致表達不清楚的情形出現。

(二)積木

前測表現：能透過特定顏色積木個數選擇積木視圖，另兩邊看到的視圖則會因前測其他類題影響

當布丁在前測的紙本測驗中遇到圖 7 時，他認為小香和大平看到的積木樣貌會相同，故皆選擇選項 1；在回答從小花和阿文的視角會看到的積木樣貌時，布丁則可以正確選擇選項 3 和選項 4。經研究者追問後，布丁說：「因為阿

文會看到四個方塊，只有阿文看到差不多完整的，因為小花是阿文的相反，小香和大平看到的物品跟娃娃(與實際物的前測相同)的差不多。」由上可知，當積木有顏色差異時，布丁可能透過焦點積木個數來推知不同視角下會看到的積木樣貌，反之則和前測的圖 3 答題狀況一致，認為兩側的視圖會相同。為協助學生理解其中的不同，研究者在教學活動中設計了實際走動、從不同方向觀察積木的樣貌(如圖 10、圖 11)，並嘗試以具體活動的方式引導學生理解視圖。

教學過程中的表現：教師關鍵問話引發學生概念改變

經實際走到對應的位置觀察後，研究者引導布丁發現答案與其原先預想的不同，研究者接著透過和生活物品相同的教學方式，引導布丁發現積木的特定部件和其手的位置是否一致。在教師引導下，布丁能以肢體動作說明自己的想法。從以下原案可發現教師的關鍵引導有三：1.你可以把卡牌立起來檢查一下有沒有跟你看到的一樣。2.沒關係，我們來看，你站在這邊的時候(標 1)，你有看到黃色凸起來的積木嗎？3.好，那我們現在走到另外一邊…學生發生概念改變的證據有三：1.阿…(布丁眼神來回比對紙卡和三視圖積木)2. 他在右邊了！3.轉到另一邊的時候，方向會變！我知道了！這張(指其中一張黃色視圖)是這張(指另一張黃色視圖)的相反！

師：你可以檢查一下你剛才放的對不對。
生：對！
師：**你可以把卡牌立起來檢查一下有沒有跟你看到的一樣。(由於布丁回答錯誤，教師引導學生觀察積木和紙卡)**
生：**阿…(布丁眼神來回比對紙卡和三視圖積木)**
師：沒關係，你現在站在這裡再觀察看看，你知道差別在哪嗎？
生：不知道。
師：**沒關係，我們來看，你站在這邊的時候(標 1)，你有看到黃色凸起來的積木嗎？**
生：有！
師：它應該長什麼樣子？
生：他會在…這邊。(手比左邊)
師：這邊是哪邊？
生：這邊！(手比左邊)這個(手點積木)在這邊(手指圖卡中的黃色積木凸起的部分)。
師：這邊是哪邊？
生：是…左邊！
師：**好，那我們現在走到另外一邊(標 2)…**
生：**他在右邊了！**
師：所以我們發現…
生：**轉到另一邊的時候，方向會變！我知道了！這張(指其中一張黃色視圖)是這張(指另一張黃色視圖)的相反！**

教學活動中表現：能正確畫出 3*3*3 以內的積木視圖

經教學後，布丁對視圖的理解力和表達能力皆有顯著的提升，針對布丁的表現，研究者認為可以嘗試將題目做調整，讓布丁將所見之積木視圖畫下來(如表 1 所示)。問話方式則維持不變。先讓布丁觀察積木，並讓布丁想想看，從指定的位置(桌上貼有便利貼)看積木，看到的積木會長什麼模樣？將視圖畫出來並由研究者將其擺放至該位置，接著布丁再透過實際走動觀察積木，確認是否與最初想的答案一致，後續研究者再依著布丁的作答狀況進行教學、討論。

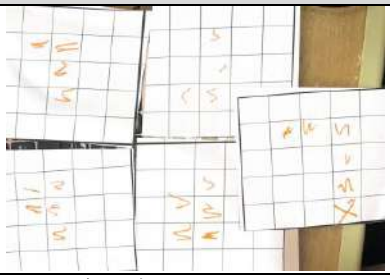
實際觀察積木與畫出之視圖是否相符	學生作答狀況
	

表 1：僅提供積木，請學生將視圖畫出來

在繪圖的教學活動中，布丁表現良好，能將看見的積木視圖畫出來，但當積木大小超過 3*3*3 時，布丁的繪圖狀況則會出現不穩定的情況，容易出現漏數的狀況。

教學活動後表現：當紙本題型中擺放積木的方式與原先經驗不同，學生則無法正確選出視圖

當研究者提供的紙本題型中出現擺放積木的方式與原先具體活動時有所差異時，學生會出現無法回答的情形，此時教師會提供實體積木並指示學生按照題目的樣子將積木拼出來後再觀察(如表 2 所示)。

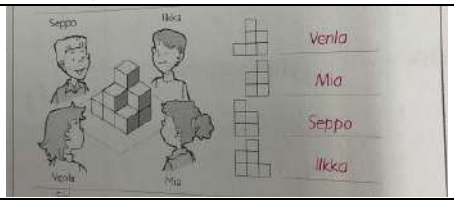
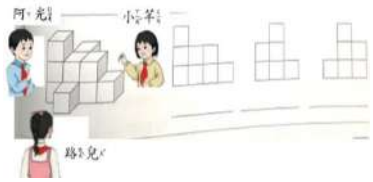
學生熟悉之立體形體題型	相異擺法之立體形體題型
	

表 2：擺放方式相異之紙本題型

透過實體積木擺出相異擺法之題型並觀察後，布丁可以答出相異擺法之題目，經幾次練習後，也能在不使用積木的情況下回答相異擺法之類題。

教學活動後表現：當紙本題型中出現錯視題型，學生難以拼出題目中的積木樣貌

當研究者提供的紙本題型中出現錯視的題型時，學生會出現無法回答的情形，此時教師會提供實體積木並指示學生按照題目的樣子將積木拼出來後再回答；但經幾次練習後，布丁無法拼出題目中的積木。(如表 3 所示)。

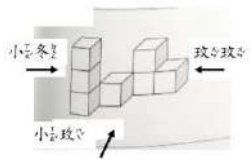
錯視之積木紙本題型	學生拼法
	

表 3：錯視紙本題型和學生作答情形

由於學生無法將積木拼出，因此研究者協助學生將題目中的立體形體拼出來，再由學生觀察積木的視圖，若是在有實體積木的狀況下，學生可以將視圖畫出來。

後測表現：選擇題表現穩定，繪圖題則會根據題型表現不穩定

經教學活動後，研究者以紙本題目確認學生在教學活動中的學習狀況，且

紙本題型皆以單色呈現。學生在選擇題中的表現良好，即便出現超過 3*3*3 的立體形體，也能根據立體形體的特徵判斷視圖的樣貌；但在繪圖題中，若是出現超過 3*3*3 的立體形體，學生的表現則會不穩定，錯視題型則無納入後測評量範圍。

伍、結論與建議

本研究之教學方案已實施於一位學生，初步之研究結果有以下兩點：

(一)學生前測表現：經研究後發現，學生在前測中對生活物品與積木視圖的判讀皆出現不穩定的狀況。面對生活物品時，學生認為從物體左右兩側所見的樣貌皆相同；面對積木時，學生雖可依據特定顏色積木個數正確選擇部分視圖，但對兩側視圖的判斷與先前題型類似。。

(二)教學活動中的表現：教學過程中，教師透過關鍵問話引導學生觀察位置、物體方向與視圖之間的關係進而引導學生發生概念改變。經教學活動後，學生在生活物品選擇題題型中已能從固定位置藉由轉動身體回答進展到不轉動身體完成實物與紙本題目；在積木題型中，學生除了可以完成紙本選擇題，也能將 3*3*3 以內的立體積木以繪圖的方式呈現。然而，當積木的擺放方式與先前經驗不一致，或是積木擺放方式出現錯視時，學生較難以進行類推，導致繪圖題表現不穩定，而選擇題表現則相對穩定。

綜合研究結果，研究者將教學活動調整為：

(一)對於初學視圖的學生，可以先讓學生認識實際物品與視圖，接著再慢慢引導學生發現視圖與實際物品間的關係，表徵方式未必需要太過多元，可改為貼紙或勾選格子的方式，教學活動的內容將教學重點聚焦在引導學生發現並理解視圖的意義；此外，研究者也將教學活動中的問話方式重新調整，改為更中性的問話方式，避免學生從老師的問話中得出答案，也應在教學活動中讓學生多開口說明、解釋；讓教師能更完整掌握學生的學習狀況。

六、參考資料

Steffe, L., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In (pp. 267–307).

王毓婕. (2015). *運用幾何軟體 Cabri 3D 與實體積木教具教學 對國小二年級學童在空間旋轉能力之影響* 國立臺北教育大學]. 臺灣博碩士論文知識加值系統. 台北市. https://hdl.handle.net/11296/kw3f3u

林美如. (2007). *中國、香港、台灣國小數學教科書幾何教材之內容分析* 國立屏東教育大學]. 臺灣博碩士論文知識加值系統. 屏東縣. https://hdl.handle.net/11296/6845cz

陳宣曄. (2022). *應用 3D 繪圖 APP 融入國小視覺藝術課程提升空間能力與創造思考能力之研究* 國立雲林科技大學]. 臺灣博碩士論文知識加值系統. 雲林縣. https://hdl.handle.net/11296/anc49h

曾湘玲. (2012). *台灣與澳洲國小數學教科書幾何內容之比較研究* 國立暨南國際大學]. 臺灣博碩士論文知識加值系統. 南投縣. https://hdl.handle.net/11296/8eqg58

董修齊. (2011). *臺灣與芬蘭國小數學教科書幾何教材內容之分析比較* 國立屏東教育大學]. 臺灣博碩士論文知識加值系統. 屏東縣. https://hdl.handle.net/11296/fq2a45

A Preliminary Study on Second-Grade Case Students' Concepts of Perspective-Taking and Their Developmental Changes

Zhi-Jia Lin Huang[1] Shu-I Chang[2]
[1] Department of Mathematics and Information Education College of Science National Taipei University of Education
[2] Department of Mathematics and Information Education College of Science National Taipei University of Education

Abstract

This study aims to investigate the concepts of perspective-taking and their developmental progression in second-grade case students, providing pedagogical insights for future instructional practices to guide students in constructing spatial concepts.The study revealed that students demonstrated inconsistent interpretations of everyday objects and block views during the pretest.When observing everyday objects,students perceived the appearances from the left and right sides of the objects as identical.When observing block constructions, although students could correctly select some views based on the number of blocks with specific colors,their judgments of the two side views remained similar to those in previous tasks.

Throughout the instructional process,the teacher employed strategic questioning to guide students in observing the relationships among position,object orientation,and views,thereby promoting conceptual change.Following the instructional activities, students progressed from responding to everyday object selection questions by physically rotating their bodies at a fixed position to completing both tangible and paper-based tasks without any body rotation.In block-based tasks,students were not only able to complete paper-based multiple-choice questions but also to depict three-dimensional blocks arranged within a 3×3×3 structure through drawing. However,when the block arrangements deviated from students' prior experiences or produced visual illusions,students faced difficulties in spatial inference, leading to inconsistent performance on drawing tasks,whereas their multiple-choice question performance remained comparatively stable.

Overall,the concept of perspective-taking observed in this case can be modified through hands-on activities, bodily engagement, and guided teacher questioning. Nonetheless, to further consolidate students' understanding,it may be necessary to offer a variety of question types and diverse spatial configurations within the learning experiences.

Keywords: spatial ability, perspective taking, conceptual change

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(5) 數學課程內容與數學素養

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

國小數學教科書「因數與倍數」單元教材編排順序之分析

王偉丞[1]　袁媛[2]
[1]國立臺中教育大學數學教育學系 jerryw99128@gmail.com
[2]國立臺中教育大學數學教育學系 yuanyuan@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究以國小五、六年級「因數與倍數」單元為對象，採內容分析法與比較分析法，比較九年一貫課綱與108課綱下，翰林、康軒與南一三家出版社教科書在教材編排順序上的異同。分析面向包括概念出現的年段、概念呈現的先後順序與單元數量。研究結果顯示，三家出版社在兩課綱下皆呈現一致趨勢：五年級主要以列舉法建立因數、倍數、公因數與公倍數等基本概念，六年級再透過質因數分解與短除法深化最大公因數與最小公倍數的求解。就概念呈現順序而言，翰林版皆採先介紹倍數，再介紹因數；康軒版與南一版則皆採先介紹因數，再介紹倍數。就概念出現年段而言，九年一貫課綱將最大公因數與最小公倍數安排於六年級正式出現；108課綱則已於五年級納入相關概念。就單元數量而言，翰林與康軒於108課綱下將五年級內容拆分為兩個單元；南一版則維持五、六年級各一個單元。

關鍵字：因數與倍數、教材編排順序、內容分析、九年一貫課綱、108 課綱

壹、緒論

一、研究動機與背景

在多數教學情境中，教科書不僅是教師規劃教學內容的重要依據，也是學生接觸知識的主要來源。教師在課堂教學中往往依循教科書的單元安排與例題設計進行教學，因此教材的編排方式將直接影響學生接觸概念的順序與理解方式。換句話說，教科書在課程綱要與教學實踐之間扮演關鍵的中介角色，其鋪陳方式可反映課綱理念如何轉化為具體的學習內容（Remillard, 2005；徐偉民，2017）。

在國小數學課程中，「因數與倍數」單元具有承先啟後的重要地位。學生需透過理解因數、倍數、公因數與公倍數等概念，逐步銜接至質因數分解、最大公因數與最小公倍數等內容。相關研究亦指出，因數與倍數概念是後續學習分數運算、比例關係與代數概念的重要基礎，因此該單元常被視為整數概念發展的重要節點（李彥典等，2007；陳汶碩，2025）。因此，針對此單元之教材設計與編排方式進行分析，具有一定的研究價值。

隨九年一貫課綱與108課綱之更替，相關概念在年級安排與教材組織方式上亦出現調整，因此有必要比較不同課綱與不同出版社教科書在此單元之編排差異，以了解課綱變動如何反映於教材設計。

二、研究目的

本研究以國小五、六年級「因數與倍數」單元為對象，透過內容分析法與比較分析法，比較九年一貫課綱與108課綱下翰林、康軒與南一三家出版社教

科書在教材編排順序上的異同。分析面向包括概念出現的年段、概念呈現的先後順序與單元數量，以呈現不同課綱與不同版本教材在編排上的共同趨勢與差異。

貳、文獻探討

一、教科書分析的理論與方法

內容分析法與比較分析法常作為教科書分析的研究法主流。內容分析法係透過系統化編碼與分類，檢視文本內容的結構與特徵，並進一步進行量化與質性詮釋（Krippendorff, 2018）。在教科書研究領域中，某些研究者針對內容分析法，分析教材的概念安排、題型分布及學習活動設計，以理解課程理念在教材中的具體呈現方式（呂妍慧、袁媛，2023）。而比較分析法則常用於跨版本或跨課綱的教材研究，例如比較不同時期教科書在編排順序、內容呈現或題型設計上的差異（Fan et al., 2013）。因此，內容分析與比較分析已成為教科書研究中常見且重要的研究方法。

二、「因數與倍數」單元的教材研究脈絡

「因數與倍數」單元在國小數學課程中具有重要地位（黃國勳、劉祥通，2002），學生需透過理解因數、倍數、公因數與公倍數等概念，進一步銜接質數、質因數分解以及最大公因數與最小公倍數等學習內容（教育部，2018）。相關研究亦指出，因數與倍數概念對後續分數運算、比例等數學概念的理解具有基礎性作用（李彥典等，2007）。在教學順序方面，過去研究提出不同觀點。有研究主張應先教倍數再教因數，認為倍數概念與乘法關係較為直觀，較符合學生既有經驗（何欣玫，2010；Hurst et al., 2021）；亦有研究主張先強化因數概念，或將因數與倍數並行教學，以強調兩者之間的互逆關係（Sulistyani et al., 2024；陳嘉皇，2012）。由於課綱並未明確規範兩者的教學順序，不同版本教材在「因數與倍數」單元的概念呈現與編排順序上可能出現差異，而此亦為本研究關注的重點。

參、研究方法

一、 研究對象

本研究以教育部審定之國小數學教科書為研究對象，選取九年一貫課程綱要（教育部，2003）與十二年國民基本教育課程綱要（教育部，2018）之五、六年級數學教材，並以翰林、康軒、南一三家主要出版社版本為分析材料，共計 1本教科書。

二、 研究方法

本研究採內容分析法與比較分析法，針對「因數與倍數」單元之教材編排順序進行比較。分析材料主要包括各版本教科書之目錄與單元內容，藉以檢視不同課綱與不同出版社在教材安排上的異同。

三、 分析面向

本研究之分析面向包括三項：第一，概念出現的年段；第 二，概念呈現的

先後順序；第三，單元數量。據此，比較三家出版社在兩課綱之間，以及各課綱下不同版本之教材編排差異。

肆、研究結果

一、 三家出版社針對兩課綱所編寫教科書，在因數與倍數單元編排順序之異同

（一） 翰林版在兩課綱教材編排的相同與相異之處

1. 相同之處

翰林版在九年一貫與 108 課綱之「因數與倍數」教材編排上，皆呈現「先談倍數，再談因數」的概念順序，接續學習公倍數與公因數的概念，在介紹求解因倍數的策略上，都是先教學列舉法，再教學質因數分解法與短除法。

2. 相異之處

(1) 概念出現的時序不同（最大公因數、最小公倍數）：

在九年一貫課綱方面，翰林版於五年級上學期「公倍數與公因數」單元主要介紹因數、倍數、公因數與公倍數等概念，未出現「最大公因數」與「最小公倍數」之相關內容。另一方面，在 108 課綱版本中，五年級上學期相關單元已出現「公倍數與最小公倍數」及「公因數與最大公因數」等小節名稱。顯示「最大公因數」與「最小公倍數」概念於 108 課綱已提前至五年級階段引入。

(2) 單元數量之差異：

九年一貫課綱下，翰林版於五年級上學期以一個單元「公倍數與公因數」介紹因數、倍數、公因數與公倍數等概念；六年級上學期則分為「質因數分解」與「最大公因數與最小公倍數」兩個單元。相較之下，108 課綱版本在五年級上學期已將相關內容拆分為「倍數與因數」與「公倍數與公因數」兩個單元，六年級上學期則處理「最大公因數與最小公倍數」。由此可見，翰林版在兩課綱之間的差異，主要表現在五年級內容由一個單元拆為兩個單元，而六年級內容則由兩個單元併為一個單元。

（二） 康軒版在兩課綱教材編排的相同與相異之處

1. 相同之處

康軒版在九年一貫與 108 課綱之「因數與倍數」教材編排上，皆由「整除」切入，先引入因數相關概念（因數、公因數），再進入倍數相關概念（倍數、公倍數），呈現「先談因數，再談倍數」的概念順序。接續學習公因數與公倍數的概念，在介紹求解因倍數的策略上，都是先教學列舉法，再教學質因數分解法與短除法。

2. 相異之處

(1) 概念出現的時序不同（最大公因數、最小公倍數）：

康軒版在兩課綱之間，最大公因數與最小公倍數概念首次出現的年段並不相同。九年一貫課綱下，五年級上學期「因數與倍數」單元主要處理因數、倍數、公因數與公倍數等概念，未出現最大公因數與最小公倍數；而首次呈現「最大公因數與最小公倍數」單元是在六年級上學期。相較之下，108課綱版本已於五年級上學期「因數與公因數」及「倍數與公倍數」單元中納入最大公因數與最小公倍數，六年級上學期再透過質因數分解與短除法進一步深化。可見康軒版在 108課綱下已將最大公因數與最小公倍數概念提前至五年級引入。

(2) 單元數量之差異：

九年一貫課綱下，康軒版於五年級上學期以一個單元「因數與倍數」介紹因數、倍數、公因數與公倍數等概念；相較之下，108 課綱版本則將相關內容拆分為「因數與公因數」及「倍數與公倍數」兩個單元。由此可見，康軒版在108 課綱下，五年級的因數與倍數相關內容已由原本的一個單元調整為兩個單元進行教學。

（三） 南一版在兩課綱教材編排的相同與相異之處

1. 相同之處

南一版在九年一貫與 108 課綱之「因數與倍數」教材編排上，皆由「整除」切入，依序介紹因數與公因數，再進入倍數與公倍數，呈現「先談因數、再談倍數」的概念順序。接續學習公因數與公倍數的概念，在介紹求解因倍數的策略上，都是先教學列舉法，再教學質因數分解法與短除法。

2. 相異之處

(1) 概念出現的時序不同（最大公因數、最小公倍數）：

比較南一版在九年一貫與 108 課綱之目錄，兩者在「最大公因數」、「最小公倍數」概念首次出現的年段時序不同。九年一貫課綱於五年級上學期「因數和倍數」單元的小節編排依序為「整除」、「因數」、「公因數」、「倍數」、「公倍數」，無「最大公因數」與「最小公倍數」相關條目；該概念則於六年級上學期另以「最大公因數和最小公倍數」單元呈現。相對地，108 課綱在五年級上學期「因數和倍數」單元中，納入「公因數和最大公因數」、「公倍數和最小公倍數」兩個小節，顯示此概念於 108 課綱引入至五年級階段。

(2) 單元命名上的差異：

南一版在六年級上學期之單元命名呈現差異。九年一貫以「最大公因數和最小公倍數」為第一單元名稱；108課綱則以「質因數分解和短除法」命名。也就是說，九年一貫以習得的概念作為單元名稱，108課綱則改以求解方法作為命名重點。

二、 三家出版社針對九年一貫課綱所編寫的教科書，在因數與倍數單元編排順序之異同

1. 相同之處

在九年一貫課綱的框架下，翰林、康軒與南一三家出版社在「因數與倍數」單元的編排上呈現若干共同現象。整體而言，三家出版社在五、六年級的處理方式大致一致：五年級主要以列舉方式處理因數、倍數、公因數與公倍數等概念；六年級則進一步引入質數、合數、質因數分解與短除法，並銜接最大公因數、最小公倍數與互質概念的學習。換句話說，三家出版社在九年一貫課綱下，皆呈現由五年級的列舉方式，到六年級運用質因數分解與短除法求解最大公因數、最小公倍數的編排順序。

此一共同現象並非偶然，而是與教育部《九年一貫課程綱要數學學習領域》（教育部，2003）之分年細目安排有所關聯。依據課綱內容，五年級之「5-n-03」指出學生應能理解因數、倍數、公因數與公倍數，並在說明中提及以列表方式尋找兩數的公因數與公倍數；六年級之「6-n-01」則要求學生能認識質數、合數，並做質因數分解；而「6-n-02」進一步指出學生應能認識兩數的最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，並理解其計算方式。由此可見，三家出版社在教材上均先於五年級處理因數與倍數相關概念，再於六年級進入質因數分解及最大公因數、最小公倍數的學習，與課綱分年細目的安排相互呼應。

整體而言，翰林、康軒與南一三家出版社根據九年一貫課綱所編寫的教科書，在因數與倍數概念的編排方式呈現一致趨勢。就九年一貫課綱而言，五年級分年細目「5-n-03」並未出現「最大公因數」與「最小公倍數」兩個詞語；直到六年級之「6-n-02」，才正式出現「能認識兩數的最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義」之要求。這表示在九年一貫課綱下，「最大公因數」與「最小公倍數」並非五年級即正式引入的概念，而是到六年級才被明確提出。三家出版社在教材編排上均遵循此一時序，因此在五年級教材中未正式出現「最大公因數」與「最小公倍數」之內容，而於六年級才處理此兩個概念的學習。

2.相異之處

(1) 概念先後順序之差異：

在九年一貫課綱的架構下，三家出版社在五年級上學期「因數與倍數」相關內容的編排順序並不完全相同。依據三家教材之目錄順序整理可見，翰林版在五年級上學期的單元編排呈現「先談倍數，再談因數」的順序；相對地，康軒版與南一版則皆由整除或因數概念切入，依序介紹因數、公因數，再進入倍數與公倍數，呈現「先談因數，再談倍數」的順序。換句話說，在概念介紹的先後安排上，翰林版與另外兩家出版社的處理方式有所不同。

(2) 單元數量之差異：

除概念先後順序外，三家出版社在單元數量與年級安排上亦存在差異。在九年一貫課綱下，三家出版社在五年級上學期皆以一個單元處理因數、倍數、公因數、公倍數等基本概念；六年級上學期即顯示相異之處，翰林版將此一系列概念拆分成「質因數分解」、「最大公因數與最小公倍數」兩個單元，康軒版與南一版則皆以一個單元處理，分別為「最大公因數與最小公倍數」、「最大公因數和最小公倍數」。因此三家出版社在九年一貫課綱下的單元數量差異主要集中在六年級。

三、 三家出版社針對 108課綱所編寫的教科書，在因數與倍數單元編排順序之 異同

1. 相同之處

在 108 課綱的框架下，翰林、康軒與南一三家出版社在「因數與倍數」單元的編排上呈現一致趨勢。整體而言，三家出版社皆於五年級先處理因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數等概念，並以列舉方式探討基礎概念；至六年級則進一步引入質數、合數、質因數分解與短除法，並藉由質因數分解法與短除法再探討最大公因數、最小公倍數與互質等概念。換句話說，三家出版社在 108 課綱下皆呈現由五年級認識基礎概念，到六年級運用新方法深化最大公因數與最小公倍數的編排順序。

此一共同現象並非偶然，而是與教育部《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域》（教育部，2018）之學習表現與學習內容安排相互呼應。依據課綱內容，五年級之學習內容「N-5-3」已明確列出因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數的意義，並註明以概念認識為主，不用短除法；六年級之「N-6-1」與「N-6-2」則進一步納入質數、合數、質因數分解、短除法、最大公因數、最小公倍數與互質等內容。

由此可見，三家出版社在教材上皆先於五年級引入最大公因數與最小公倍數概念，並於六年級再透過質因數分解法與短除法加以深化。另一方面，三家出版社在概念出現的時序上亦具有一致性。相較於九年一貫課綱將「最大公因數」與「最小公倍數」安排於六年級正式出現（教育部，2003），108 課綱已於五年級的學習內容「N-5-3」中明確納入該兩項概念，因此三家出版社皆在五年級教材中首次呈現「最大公因數」與「最小公倍數」，六年級則在既有概念基礎上進一步深化其方法與應用。

2. 相異之處

(1) 概念先後順序之差異：

在 108 課綱的架構下，三家出版社在五年級上學期「因數與倍數」相關內容的編排順序並不完全相同。依據三家教材之目錄順序整理可見，翰林版在五年級上學期呈現「先談倍數，再談因數」的順序；相對地，康軒版與南一版則皆由整除或因數概念切入，依序介紹因數、公因數，再進入倍數與公倍數，呈現「先談因數，再談倍數」的順序。由此可見，在概念介紹的先後安排上，翰林版與另外兩家出版社的處理方式有所不同。

(2) 單元數量之差異：

三家出版社在 108 課綱下的單元數量差異，主要呈現在五年級上學期。翰林版與康軒版皆以兩個單元處理因數與倍數相關內容，前者分為「倍數與因數」與「公倍數與公因數」，後者則分為「因數與公因數」與「倍數與公倍數」；相較之下，南一版在五年級上學期僅處理一個「因數和倍數」單元。至於六年級上學期，三家出版社皆以一個單元呈現相關內容。因此三家出版社在 108 課綱下的單元數量差異主要集中在五年級。

伍、結論

經由上述三個小節之比較與分析，本研究針對「因數與倍數」單元之教材編排順序，從概念出現的年段、概念呈現的先後順序與單元數量三個面向進行探討。整體而言，無論九年一貫課綱或108課綱，三家出版社在教材編排上皆呈現相近趨勢，即五年級先處理因數、倍數、公因數與公倍數等基本概念，六年級再進一步引入質因數分解及最大公因數、最小公倍數等求解方法。課綱決定了概念出現的年級與整體發展方向，使各版本在概念出現時序上具有一致性；然而在概念呈現順序與單元數量的安排上，各出版社仍保有一定程度的編排差異，因而形成不同版本的教材特色。

本研究亦發現，三家出版社在因數與倍數概念的呈現順序上並不一致，顯示教材編寫者對於概念引入起點仍保有彈性：例如康軒版與南一版是先由因數切入，再進入倍數；翰林版則先由倍數切入，再進入因數。此一差異可能與出版社對概念啟蒙方式的理解有所關聯，例如先教因數者，較可能從整除、除法或分裝關係切入；先教倍數者，則較可能從乘法或倍的概念切入。基於上述的發現與結果，後續研究可進一步以內容分析法探討兩課綱與三家出版社在「因數與倍數」單元之概念啟蒙例設計，分析不同版本在引入新概念時所採取的鋪陳方式與教學思路；同時，亦可延伸檢視情境布題的安排差異，特別是108課綱強調素養導向後，教材如何透過情境設計連結學生經驗與數學概念，作為後續教材分析的重要方向。

參考文獻

何欣玫（2010）。與「因數」對話。載於劉唯玉（主編），**教學案例與教師專業成長**（頁 89－100）。國立東華大學。https://littletree.ndhu.edu.tw/var/file/23/1023/img/1112/99-5..pdf

呂妍慧、袁媛（2023）。臺灣國小數學 CLIL 教科書內容分析。**課程與教學，26**(1)，27－56。https://doi.org/10.6384/CIQ.202301_26(1).0002

李彥典、林原宏、易正明（2007）。探究國小五年級學童在因數與倍數概念的知識結構。載於 **2007 全國計算機會議論文集（一）**（頁 50－62）。逢甲大學。

徐偉民（2017）。小學數學教科書使用之探究。**教科書研究，10**(2)，99-132。https://doi.org/10.6481/JTR.201708_10(2).04

教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域**。作者。

教育部（2018）。**十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域**。作者。

黃國勳、劉祥通（2002）。歡樂滿堂的數學課－因數教材創新教學之實踐。**科學教育研究與發展季刊，26**，52－64。

陳嘉皇（2012）。應用數學一般化教導學生3與11數字倍數的辨認。***台灣數學教師電子期刊***，**32**，1-14。https://doi.org/10.6610/ETJMT.20121201.01

陳汶碩（2025）。**臺灣國小教科書因數與倍數相關單元教材之內容分析**［碩士論文，國立清華大學］。臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/sd5qf7

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education:

Development status and directions. *ZDM, 45*(5), 633–646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Hurst, C., Hurrell, D., & Huntley, R. (2021). Factors and multiples: Important and misunderstood. *International Online Journal of Primary Education, 10*(2), 273–286. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/2173766#page=31

Krippendorff, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Sage.

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research, 75*(2), 211–246. https://doi.org/10.3102/00346543075002211

Sulistyani, N., Prasojo, L. D., Purnomo, Y. W., Ardhana, S. S., Fitriya, Y., & Putri, Y. D. (2024). Epistemological didactical situation of learning factors and multiples in elementary school students. *Mathematics Teaching Research Journal, 16*(5), 66–91. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1464262.pdf

An Analysis of the Sequencing of the "Factors and Multiples" Unit in Taiwanese Elementary Mathematics Textbooks

Wei-Cheng Wang[1] Yuan Yuan[2]
[1] Department of Mathematics Education, National Taichung University
[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University

Abstract

This study examines the "Factors and Multiples" units in Grade 5 and Grade 6 elementary mathematics textbooks. Using content analysis and comparative analysis, it compares the similarities and differences in the sequencing of textbook content among three major textbook publishers in Taiwan—Hanlin, Kang-Hsuan, and Nan-I—under the Grade 1–9 Curriculum Guidelines and the 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines. The analysis focuses on three aspects: the grade level at which concepts first appear, the order in which concepts are presented, and the number of units. The findings show a common trend across the three publishers under both curriculum guidelines: Grade 5 mainly introduces basic concepts such as factors, multiples, common factors, and common multiples through the listing method, whereas Grade 6 further develops the concepts of greatest common factor and least common multiple through prime factorization and short division. Regarding concept sequence, Hanlin presents multiples before factors, whereas Kang-Hsuan and Nan-I present factors before multiples. Regarding the grade level of concept introduction, the Grade 1–9 Curriculum Guidelines place the formal introduction of greatest common factor and least common multiple in Grade 6, while the 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines already include these concepts in Grade 5. Regarding the number of units, Hanlin and Kang-Hsuan divide the Grade 5 content into two units under the 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines, whereas Nan-I retains one unit each for Grade 5 and Grade 6.

Key words: factors and multiples, textbook sequencing, content analysis, Grade 1–9 Curriculum Guidelines, 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines

台灣與美國數學教科書內容比較之研究:一元一次方程式單元

徐瑀芠
國立清華大學數理教育學系 dophy19990714@gmail.com

摘要

本研究採用內容分析法，針對台灣 A 版與美國 M 版在國中階段，其數學教科書中的「一元一次方程式」單元進行對比分析，探究兩國在教學內容、題目類型與表徵形式上的異同。研究發現，單元的總題數以 M 版最多，約為 A 版的 4.6 倍；題目的難易度而言，A 版的挑戰性則高於 M 版；題目開放程度與表徵的多樣化則顯示:M 版展現出較強烈的活潑性及多元刺激，A 版內容呈現其嚴謹性和精熟取向的系統化教育。兩國教材內容的編排各具特色，皆有可取之處。

關鍵字：數學教科書、教科書分析、比較研究、一元一次方程式

壹、緒論

一、研究動機與研究背景

教科書在教育體系中具備決定性價值，被視為連結國家課程標準與教室教學的關鍵中介，深刻影響教師的教學實施與學生的學習機會(Fan et al., 2013)。研究指出，在多數國家的數學課堂中，教師的教學內容與學習活動高度依賴教科書，因此教材內容能具體呈現該國的教育理念與課程標準(Valverde et al., 2002)。在國中數學教育中，七年級的「一元一次方程式」標誌著學生從具體的算術思維轉向抽象代數思維的關鍵過渡（Filloy & Rojano, 1989）。此階段學生對於等號意義的理解、運算能力的銜接以及學習興趣，將直接影響其後續在代數領域或函數與聯立方程式等高等數學領域的表現(蔡育知，2018；Yang & Lin,2024)。然而，研究顯示學習者常因缺乏對變數與等價關係的深刻認知，導致解題過程流於機械化的符號操作，忽略了等式的本質意義（Kieran,1992）。為了建立完整的代數理解，教材必須提供適切的問題情境與多重表徵。學術界多從「認知要求」與「表徵形式」切入分析題目特徵：Stein 等人（2000）強調教學任務的認知負荷會形塑學生的思考品質；而跨國研究則發現，東亞國家(含台灣)的教科書題數較少，且題目特色傾向純數學表徵與高難度的類型，而方方教材（芬蘭、、美國）則呈現題數多而易的趨勢，教材設計著重於視覺表徵與現實情境應用上的多樣化(Yang & Lin,2015；Yang & Lin,2024)。台灣與美國在數學教育理念上呈現顯著差異：台灣教科書多強調知識結構的完整性、運算程序的精熟與邏輯嚴密性；相較之下，美國則受標準（芬 CCSS 或 NCTM）影響，側重概念理解、多元解題策略及現實情境的建模應用。此差異具體反映於教材的組織脈絡中。本研究選取台、美具代表性之 A 版與 M 版教科書，針對一元一次方程式單元進行對比分析，旨在透過題目特徵探究兩國教材編排所隱含的教學取向，並思索題目樣態芬何形塑、甚至限

制學生對方程式意義的理解。

二、研究目的

本研究旨在透過內容分析法分析台灣與美國國中數學教科書中的教學內容及題目設計，以「一元一次方程式」為分析範圍，以理解兩國教材在代數教學取向上的異同，並作為日後台灣教科書修訂的參考。

本研究之研究問題芬下:

(一)台灣與美國數學教科書中「一元一次方程式」單元的內容差異為何?

(二)台灣與美國數學教科書中「一元一次方程式」單元題目類型的分布情形為何?

(三)台灣與美國數學教科書中「一元一次方程式」單元題目呈現方式之分布情形為何？

(四)台灣與美國數學教科書中題目設計反映的教學理念差異為何?

貳、研究方法

一、研究樣本

本研究以台灣及美國的教科書中的一元一次方程式單元作為分析對象，選定之數學教科書經過該國審核通過，且皆為該國國內三大出版社之一。研究內容將針對一元一次方程式在教科書中的內容編排及題目進行分析，以對應兩國教學目標的重點並了解不同國家芬何用題目引導並鞏固此單元的核心內容。

表 2-1 兩國教材對比表格

版本	授課階段	頁數	
		總頁數	一元一次方程式內容之頁數
美國	六年級 (volume2)	504 頁	61 頁
台灣	七年級上學期	205 頁	66 頁

二、研究方法

內容分析法(content analysis)又稱文獻分析法(documentary analysis)，是一種對文獻內容做客觀系統分析的方法。發現文獻中隱含的內容，並對文獻發展作預測(葉重新，2001)。本研究探討台灣與美國國中數學教科書中「一元一次方程式」的內容比較，及分析題目設計特徵所對應的教學理念。研究聚焦題目的分析類目包含題目的開放程度、表徵形式、情境設計及問題知識屬性，基於本研究的研究目的，故採取內容分析法作為研究方法。

三、問題分析架構

(一)分析單位

「問題」自古以來在數學課程中占有核心地位（Stanic & Kilpatrick, 1988），但不同研究者基於不同研究目的，對「問題」的定義並不一致。本研究以教科書分

析為研究目的，因此在進行內容分析時，以「題」為最小分析單位。舉凡是學生須填寫之空格或答案，即為「一題」。定義範例如下:

1. 若題目敘述中僅包含一個問題，則視為一題進行計數。
2. 若為題組式題目，則其中每一小題皆獨立計數為一題。如圖 1，問題中共有 2 小題，因此計數為 2 題。

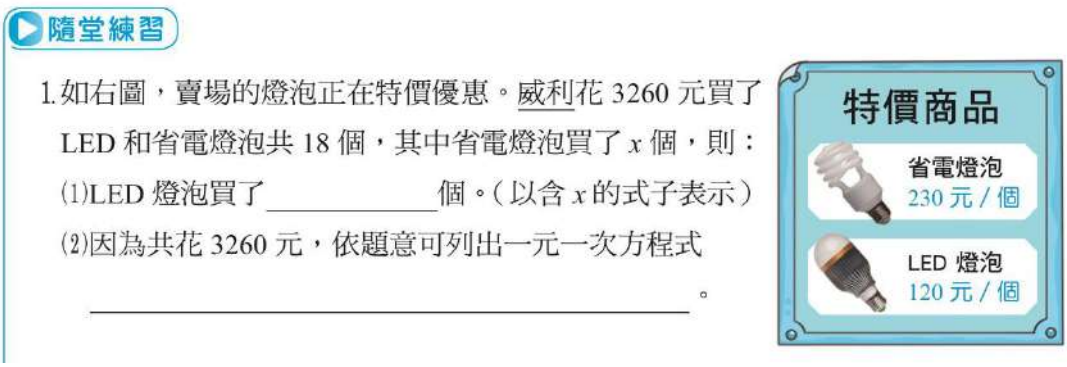


圖 1. 題組式題目

資料來源:A 版本數學國中七年級上冊(2025)。頁 191。

(二)分析類目

本研究參考 Stein 等人(2000)對於問題的認知需求層次之分類及 Zhu 與 Fan（2006）的數學問題類型，建立本研究之分析類目表。

表 2-2 分析類目架構表

主類目	次類目	說明
答題型態	開放式題型	有很多個答案亦或是沒有絕對標準答案之題目。
	封閉式題型	只有一種標準答案之題目。
問題背景	情境問題	將生活經驗帶入數學問題去呈現。
	非情境問題	抽離了具體生活場景，僅以數學術語、符號或直接數值呈現。
表徵型態	數學型態	只包含數學符號的表徵方式。
	文字型態	只以文字描述的方式呈現。
	視覺型態	包含圖、表、畫面作為呈現主軸。
	聯合型態	包含上述型態中的兩種或兩種以上的呈現。
認知需求負荷	記憶型	僅需憑記憶還原公式及定義，不需要思考或計算。
	無連結程序型	解題程序為單一的且不涉及算法背后的原理。

之問題類型	具連結程序型	計算時連結概念性知識、視覺表徵或生活情境。
	作數學型	複雜的非例行活動。

三、信校度

本研究使用的分析架構參考兩國數學課程綱要與國內外相關研究（Stein,2000; Zhu & Fan, 2006）所使用之分析工具，並與另一名數學教育研究者共編。在經過充分的溝通後，彼此對於不一致的地方討論至同意為止並進行修正，以建立本研究之信效度。

參、研究結果

一、兩國的教學內容其教學目標之分析比較

在國中數學教育中，一元一次方程式是從具體算術過渡到抽象代數的關鍵，美國偏向橫向連結並重視過程探究的邏輯，強調在代數中運用表達式的結構以進行微觀分析（芬項與係數的辨認）與多重表徵連結，將解題視為代入驗證的探究過程以培養對變數的解讀能力，培養學生在代數初期即建立能在多重表徵之間轉換的技巧。而台灣課程綱要則側重代數的結構工具化，教學重心在於符號運算的嚴謹應用、同類項合併及等量公理等高效算法的縱向深入，旨在建立學生精確操控代數規則的實力。美國優先培養變數關係的詮釋，而台灣優先建立代數規則的操控實力，兩者在代數素養提升上各具優勢。

二、兩國問題類型之分析比較

本研究依據解題認知需求層次，對台灣美國在一元一次方程式單元之習題進行分類分析（見表 3-1）。結果顯示，台灣教科書之任務設計顯著集中於低認知需求，比例高達 73.94%；其中以無連結程序型問題為核心組成，佔比達 57.98%。相較之下，美國教科書在認知需求的分布上更為均衡，高認知需求任務（51.09%）略高於低認知需求（48.72%），且無連結程序型問題與具連結程序型問題之題數分別為 206 題與 203 題，顯示其在精熟運算與概念連結間並重。深究台灣在問題類型偏重的原因，從教材編排來看，台灣教科書將將應用問題獨立為單一節，，導致具連結之程序型任務分布過於集中。而在進入應用問題前，多數習題採「範例引導、類題模仿」模式，側重定義說明與運算技巧的複製，學生僅需透過一至二步之簡易程序即可獲解，難以誘發高層次認知思考。反觀美國教科書，其習題設計常將問題拆解為具層次性的子題，並緊扣生活情境以釐清運算脈絡。更重要的是，美國教材包含諸多要求學生「解釋你的做法並說服同儕」、「請舉一個真實的生活例子符合下列的一元一次方程式」或「當你在解決問題時，為什麼在等式的左右兩邊作相同的運算是必要的呢?」等非例行性任務。此類任務屬於最高層次的「做數學」類型，能激發學生產生標準答案外的多元思考，而此類題目在台灣教科書中則完全缺失（0%）。

表 3-1 兩國一元一次方程式之問題認知需求負荷表

問題類型		台灣	美國
低認知需求	記憶型	19 (15.96%)	61 (11.13%)
	無連結程序型	69 (57.98%)	206 (37.59%)
高認知需求	具連結程序型	31 (26.05%)	203 (37.04%)
	作數學	0 (0%)	77 (14.05%)
總計		119	548

三、兩國題目的佈題數以及呈現方式的差異

從兩國教科書在一元一次方程式的佈題數來看，不難發現台灣和美國的佈題數上有極大的落差，美國的題數是台灣題數的 4.6 倍左右。台灣在兩題例題講解後，大約也會提供兩題練習題給學生練習。整體來看，例題和練習題的題數呈現 1:1 的比例分布，強調例題的說明和示範及練習題對應的解題技巧。而美國在一題例題的演示後，會安排二至三題的練習題，加上一小段落結束後，約二面的練習題目，這些練習題都不是難度很高的題目，而是聚焦在解題的過程中，學生是否真正知道數字及運算符號代表的意義。以下針對兩國題目的表徵形式進行分析比較。

(一)兩國一元一次方程式題目開放程度之比較

問題的開放程度，將會影響學生思考時的認知層面的深淺。開放型題目通常沒有唯一的解題路徑，甚至沒有唯一的標準答案，因此更能激發學生發散性的思考。而封閉型題目則重複單一程序，往往換個情境或敘述方式，學生就無法將題目轉換成列式。從表 3-2 來看，台灣全部都是封閉式題目，開放性的問題題數為 0，可見其教材的設計多著重於公式及計算本身。美國雖然也是封閉式問題(83.21%)的比例最高，但美國在開放式問題的佈題題數上仍保有 16.78%的比例，由此可得，即便在看似只有對與錯的數學中，美國教科書仍保留給學生可以表達不同觀點的話語權。就題目的開放程度來說，兩國呈現的比例有很大的落差，台灣教科書在開放式題目的比例非常不足。

表 3-2 兩國一元一次方程式之問題開放設計分布表

問題表徵形式	台灣	美國
開放式	0 (0%)	92 (16.78%)
封閉式	119 (100%)	456 (83.21%)

開放/封閉	0	0.20
總計	119	548

(二)兩國一元一次方程式題目情境之比較

問題是否有和情境連結,代表題目能否培養學生在現實生活中遇到問題的解決能力。表 3-3 是兩國在一元一次方程式中,情境問題與非情境問題的分布情形,美國情境問題的比例高於台灣，占 40.32%，題數上更是台灣的七倍多。由此可知美國教科書在題目設計上,著重在和生活情境的連結來幫助學生建構一元一次方程式的相關概念。反觀台灣的教科書，以無情境的題目居多，占 73.94%，為有情境題目數的 2.8 倍左右。可見台灣雖然在 108 課綱中，強調素養及培養學生帶著走的能力，但在佈題上仍著重運算和數學概念兩者間的轉換，較缺乏與生活經驗的結合。

表 3-3 兩國一元一次方程式之問題情境設計分布表

問題表徵形式	台灣	美國
有情境	31 (26.05%)	221 (40.32%)
無情境	88 (73.94%)	327 (59.67%)
有情境/無情境	0.35	0.66
總計	119	548

(三)兩國一元一次方程式題目表徵形式之比較

問題表徵是一種語意了解的過程；學生把原有問題的表徵加以編碼，得到一個有意義的內化的表徵加以運用而獲得所要的結果。因此當學生閱讀題目時，題目的表徵形式往往扮演至關重要的角色。一般而言，視覺型態和聯合型態的表徵方式，對學生而言較具體也較容易理解和學習；文字和符號表徵的題目則較抽象且困難。從表 3-4 來看，台灣教科書的問題表徵在一元一次方程式的單元上，大多以數學型態和文字型態為主，兩者合起來高達 92.42%。其中又以數學型態為大宗，為文字型態的三倍左右，而視覺型態的比例最低(0%)。美國教科書的問題表徵，就表 3-4 來看也以數學型態為第一，然而文字型態和聯合型態卻都保有近 0.3 左右的比例。由此可見，兩國最大的差異在於:除了數學型態以外，其他表徵形式的比例。台灣的題目以數學符號為主，文字為輔，側重於抽象表徵的敘述；而美國的題目則是文字型態和聯合型態兼重，不可偏廢，唯獨視覺型態的呈現偏低。可見美國教科書在設計題目時，願意給予學生不同表徵的刺激，以幫助學生整合題目的訊息來寫出一個解題等式。

表 3-4 兩國一元一次方程式之問題表徵形式分布表

問題表徵形式	台灣	美國

數學型態	83 (69.74%)	208 (37.95%)
文字型態	27 (22.68%)	150 (27.37%)
視覺型態	0 (0%)	31 (5.65%)
聯合型態	9 (7.56%)	159 (29.01%)
總計	119	548

(四)兩國的教材與題目設計反映的教學理念

從兩國一元一次方程式的內容編排、問題類型、題目表徵與呈現方式來看，教材設計不僅是知識的傳遞，更深層地反映了兩國截然不同的教學哲學。台灣教科書在設計上展現出對概念性知識建構與解題技巧的高度重視，其教材邏輯強調對符號操作的精確規劃與執行，使學生能展現出極具結構性的運算順序。在章節編排上，台灣傾向將應用問題獨立為一個完整單元，其核心意圖在於強化學生在文字語句與數學符號間的轉譯能力。然而，這種將應用情境高度集中的做法，亦導致其餘單元的教材安排多半缺乏情境支撐。此外，台灣的情境題多半偏重於純文字表徵的呈現方式，這不僅要求學生需具備優異的語文閱讀能力，否則題意解讀的模糊將直接干擾方程式的學習成效，同時也可能讓學生在學習過程中缺乏圖形、圖表或表格等多元具體表徵的刺激。

相較之下，美國教科書在一元一次方程式的呈現上，更著重於透過不同未知數的變換使用，來引導學生深刻理解「代數-未知數」的本質定義。其設計的核心理念在於將不同表徵與多樣情境題進行交叉連結，並利用開放式題目來訓練學生發展統整各種表徵的能力，使其能在符號、圖像與現實意義之間進行流暢的轉換與詮釋。這種教教目標的基礎源自於《美國共同核心州立標準》(CCSS）對於列式的詮釋：方程式或不等式不應僅被視為一個靜態的結果，而是一個「回答問題的動態過程」。綜上所述，台灣的教材設計傾向於結構導向，視數學為一種嚴謹的邏輯工具，側重於符號操作的流暢性與精確度；而美國教材則顯現出探究導向的特質，將數學視為一種溝通與探索的語言。台灣透過精確的運算規劃來建立數學能力，卻也可能因過度仰賴文字表徵而形成認知門檻；美國則透過多重表徵的交織降低了抽象理解的難度，讓方程式的學習回歸到問題解決的本質情境中。

肆、結論與建議

一、台灣教科書的題目表徵集中於封閉式的數學型態類題，且多屬低認知需求的層次；美國教科書的佈題分布則有一定的比例設計為開放式題型，在認知需求上呈現均衡分布。

二、台灣教材傾向結構導向以建立運算能力，而美國則偏向探究導向以強化溝

通與概念的建構。

三、建議台灣未來教材修訂應在各小，將視覺模型的比例提高，同時推動情境問題常態化並增設開放式任務。

致謝

感謝清華大學林勇吉老師對此論文的指導與協助。

參考文獻

1.王石番(1996）。**傳播內容分析法:理論與實證**。臺北市:幼獅文化。

2.徐偉民（2013b)。國小數學教科書數學問題類型與呈現方式之比較分析－以臺灣、蘭、、新加坡為例。**科學教育學刊，21**(3)，263-289。

3.葉重新(2001)。**教育研究法**。新北市:心理出版社。

4.蔡育知(2018)。數學素養導向教學：七年級以密碼為主題之代數課程與教學設計。**臺灣數學教師，39**（2），52。

5. Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM Mathematics Education, 45*(5), 633–646.

6. Filloy, E., & Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics, 9*(2), 19–25.

7. Yan, J.(2024). How do secondary mathematics teachers use textbooks in teaching: A case study from China. *International Journal of Education and Learning*, *6*(2), 72–83.

8. Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). Macmillan.

9. Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(4), 297–312.

10. Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(2), 234–241.

11. Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1988). The problem of problems in the history of school mathematics. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1–22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

12. Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development.* Teachers College Press.

13. Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the curriculum and teaching*.(p.2,p.13). Kluwer Academic Publishers.

14. Yang, D.-C., & Lin, Y.-C. (2024). A comparison of functions in Finnish, Singaporean, and Taiwanese middle-school mathematics textbooks. *Humanities and Social Sciences Communications, 11*, Article 1524.
15. Yang, D.-C., & Lin, Y.-C. (2015). Examining the differences of linear systems between Finnish and Taiwanese textbooks. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(6), 1265–1281.
16. Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States.*International Journal of Science and Mathematics Education, 4*(4), 609–626.

Content Analysis of Mathematics Textbooks in Taiwan and the U.S.: The Case of Linear Equations in One Variable

Yu-Wen Hsu
Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University

Abstract

This study employs content analysis to conduct a comparative study of the "Linear Equations in One Variable" unit in junior high school mathematics textbooks from Taiwan (Version A) and the United States (Version M). The research investigates the similarities and differences between the two countries in terms of instructional content, problem types, and representational forms. The findings reveal that Version M contains the highest total number of problems, approximately 4.6 times that of Version A. Regarding problem difficulty, Version A presents a higher level of challenge than Version M. Furthermore, the degree of problem openness and diversity of representation indicate that Version M demonstrates stronger vitality and multi-sensory stimulation, while the content of Version A reflects a systematic education characterized by rigor and a mastery-oriented approach. The arrangement of instructional content in both countries' textbooks possesses distinct characteristics, each offering valuable merits.

Keywords: mathematics textbooks, textbook analysis, comparative study, linear equations in one variable

以解題歷程及教學事件分析國小數學教學指引內容—二年級兩步驟應用問題為例

謝嘉安[1]
[1]國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 ppplusann@gmail.com

摘要

本研究旨在探討新課綱下，國小數學教師手冊在二年級「兩步驟應用問題」單元中，教學指引的設計脈絡與側重差異。研究採內容分析法，以市占率較高的 N 版、H 版及 K 版三版本教師手冊為研究對象，並以 Gagné 的教學事件與 Polya 的解題歷程為雙重理論架構進行逐題編碼分析。初步分析顯示，各版本在教學事件的鋪陳類型上提供數量相近的指引內容，但在主題分佈與解題教學的細節引導（如理解與擬定計劃階段）存在顯著差異 。本研究結果可作為國小教師在教學實踐、版本選擇及未來教材編寫之參考依據 。

關鍵字： 兩步驟應用問題、教學指引、Gagné 教學事件、Polya 解題歷程、內容分析

壹、緒論

一、研究動機與背景

目前國內數學教育研究對於教科書內容的分析已累積大量成果，多範圍涵蓋各式單元亦包含不同年齡層 。有超過九成的國小教師在教學、採用內容及評量命題上高度依賴教科用書 (陳淑娟、李麗玲、李素君, 2017)，顯示其在實務中具高度重要性 。教科書編者透過教師指引，向教師傳達教材的設計想法、預期的教學活動與教育目的 。因此，若要分析不同版本教材編輯的差異，更重要的是檢視編者如何引導教師運用教材進行教學的設計想法 。

本研究選用 Polya 的四階段解題歷程與 Gagné 的九項教學事件作為雙重分析架構，其原因在於本單元的教學目標高度著重於「解題思考歷程」，而 Polya 模式正是解題思考最具代表性的經典理論，能有效檢核教材要求學生「思考什麼」。然而，教師手冊不僅呈現學生的思考路徑，更屬於教學實施的行動指南。Gagné 的九項教學事件提供了一個系統化的教學設計框架，能分析教材如何要求教師教導思考。

二、研究目的

本研究旨在分析 N 版、H 版及 K 版國小二年級數學教師手冊中 N-2-8 兩步驟應用問題單元的教學指引內容。本研究採 Gagné 教學事件與 Polya 解題歷程進行雙重架構分析，目的是系統性地檢視新課綱下，三大版本教材在引導學生解題思考上的差異與側重。透過這項分析，本研究期望達成系統性地比較三版本教師手冊中，Gagné 教學事件的鋪陳類型和 Polya 解題歷程四個階段的展現，以釐清各版本在兩步驟問題教學設計上的差異，以作為國小教師教學實踐及未來備課用書編寫的參考依據。據此，本研究擬定之待答問題如下：

(一)、在三版本國小數學教師手冊中，兩步驟應用問題單元如何鋪陳教學事件？

(二)、在三版本國小數學教師手冊中，兩步驟應用問題單元如何展現解題歷程？

貳、文獻探討

一、數學解題歷程

數學教育的重點之一在於「數學解題」，美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1980)曾在 1980 年指出「解題」（Problem Solving）是所有數學教學中最基本的目標。而於 2000 年，National Council of Teachers of Mathematics[NCTM] (2000)在其公布的《學校數學教育原則與標準》（Principles and Standard for School Mathematics）中，更是將數學學習的五大核心要素概括為：解題、推理與證明、溝通、連結、以及表徵，這充分表明數學解題是數學學習的核心之一。而解題被定義為在一個問題情境中，透過思考與推理來達成目標的心理歷程。正因數學解題如此重要，相關的歷程理論研究已行之有年，許多重要的國外學者都曾提出關於解題歷程的相關理論。

Polya 是於 1945 年首先系統性提出數學解題歷程的重要學者，在《怎樣解題》（*How to Solve It*）一書中，將解題過程分為理解問題、擬訂計畫、執行計畫與回顧與反思四個階段，並建議在解題過程中採用啟發法（Heuristics）。

Polya 的方法旨在引導解題者在眾多可能的方法中，進行有效的選擇與排序，以找到合適的解決方案。因此，Polya 的解題歷程模式成為後世研究解題的基礎框架。

二、Gagne 學習條件與教學理論

Gagné 吸收認知心理學觀點，提出學習階層理論，主張知識具層次性，須先掌握低階技能才能掌握高階技能 (周新富, 2021; 鄭家棋, 2025; Gagne, 1997) 。

Gagné (1999) 將影響學習的因素分為內、外在條件，並提出九項教學事件作為教學設計的系統化架構：引起注意或動機、告知學習目標、喚起舊經驗、呈現學習內容、提供學習指導、引發學習表現、提供回饋、評量表現、增進保留與遷移，這套教學事件為教師在設計與調整教學時提供了清晰的框架，得以依據內在與外在的學習條件，有效地強化學生的學習過程和結果，進而提升其認知理解與問題解決能力。

三、數學教師手冊之相關研究

蒐集近年數學領域中與「教師手冊」、「備課用書」有關之學術資料，所獲如表貳-1 所示：

表貳-1 近年有關教師手冊之相關研究

年份	作者	題名
2015	温惠如	國小數學教師手冊內容之分析-以因數和倍數單元為例
2016	張淑惠	國小數學一至三年級不同版本備課用書全數概念單元教學提示層次與形式之內容比較分析

2017	左台益、李健恆	從教學事件分析國中數學教科書與備課用書之設計脈絡－以三角形性質單元為例
2021	黃曉鈴	國小高年級不同版本數學備課用書比與比值相關單元提示層次與形式之內容分析
2025	鄭家棋	國小數學多步驟解題之教學指引分析

參、研究方法與實施

本章說明研究設計與實施的過程，共分為四節，分別為研究設計與架構、研究對象、研究工具與資料分析、研究範圍與限制。

一、研究設計與架構

(一)研究方法

本研究採用內容分析法（Content Analysis），旨在系統性地探討不同版本教科書在數學兩步驟應用問題單元的教學設計差異。研究者將針對 N、H、K 三版本教師備課用書進行分析，並以教學例題和練習作為主要的分析單位。

(二)研究架構

本研究透過分析三版本國小二年級「兩步驟應用問題」兩單元（二年級上學期、下學期分別各有一單元）的教學指引，探討其如何應用 Gagné 的教學事件與 Polya 的解題歷程進行教學設計。本研究針對上述理論架構進行了分析類目的調整與整合，具體說明如下：

1.教學事件分析架構

在教學指引分析中，考量到教學活動常具備連貫性與同步性，本研究將原有的 Gagne 九項教學事件，在參考左台益、李健恆（2017）與鄭家棋（2025）的教學事件類別分析架構後，進行以下重組與調整：

E1 佈置學習任務： 於教學指引中首要呈現的即為學習任務的題目資訊與待解目標。

E2 連結舊經驗： 分析指引中如何喚起學生的先備知識，以銜接新單元的學習。

E3 呈現教學內容和提供學習指引： 鑑於教科書中呈現學習內容與提供學習指導通常是同步進行的，故將其合併為單一分析類目，探討如何啟發並輔助學生建立新知。

E4 引發表現並回饋：有關確認學習效果、練習表現及即時回饋的活動在教師用書中多併同出現，本研究將其統整分析。

E5 增進保留遷移： 著重於單元末端的知識鞏固與跨情境的應用。

2.解題歷程分析架構

在數學解題教學的分析方面，本研究採用 Polya 的四階段解題歷程作為分析框架，具體檢視教學指引如何引導教師帶領學生執行各步驟：

U 理解問題： 分析指引如何協助學生釐清題意與條件。

M 擬定計畫： 探討指引如何引發學生拆解問題並決定運算順序。

C 執行計畫： 檢視指引對學生進行具體運算與解題步驟的規劃。

L 回顧反思： 觀察指引是否引導教師帶領學生檢查解法之合理性或進行延伸思考。

透過上述雙重架構的分析，本研究將以上述內容作為主類目之分析架構，而次類目細項將於後續說明。

二、研究對象

本研究以教育部十二年國民基本教育課程綱要中，學習內容 N-2-8「應用：解乘、除、加、減兩步驟應用問題」作為研究範圍，此學習內容於二上、二下各有一單元，共兩單元。研究範圍涵蓋了先乘再加、先乘再減、先加再乘、先減再乘等不同類型的兩步驟混合運算問題。

教師備課用書（或稱教師手冊教學篇、教師專用課本）的內容包含了三個主要版位：（１）頁面主體呈現略縮版的學生課本頁面，並以標註方式加註了學生課本中沒有的標準算式、答案與解題提示（2）頁面側邊則詳盡記述了對應本頁課本內容的逐題教學進行方式，包含佈題流程、關鍵提問、教學內容與方法、學生可能反應及注意事項（3）頁面底部則通常提供補充題、類似題或教學建議。本研究之研究對象將以頁面側邊和底部欄位為主要分析內容，並以頁面主體作為題幹參考之依據。

三、研究工具與資料分析

(一)分析類目與編碼

1.教學事件分析

本研究之教學事件分析架構，其主類目係參考並修改自左台益、李健恆（2017）依據 Gagne 所提出的「九項教學事件」所擬定之類目。在次類目的建構上，研究者首先根據第二章文獻探討中關於教學事件之理論內涵，並參酌三個版本教師手冊之實際內容進行初擬，最後經由數學教育專家之檢驗與修訂，正式確立整體分析架構。本研究之教學事件主類目與編碼架構如表參-1：

表 參-1 教學事件分析類目與編碼

主類目	次類目	說明與範例
E1 佈置學習任務	11 引起注意或動機	引導學生進入學習情境
	12 說明學習目標	說明學習目標
E2 連結舊經驗	21 喚起相關經驗	提示曾經學過的知識
E3 呈現教學內容和提供學習指引	31 敘述學習內容	呈現學習內容相關之敘述
	32 提問學習內容	提出學習內容相關之問題
	33 提出教學原則	教學時的一般性要點
E4 引發表現並回饋	41 指示實際行動	提出學生實作的活動
	42 呈現學生可能行動	提出學生可能反應和解法
	43 提供練習題	給予學生練習的任務
E5 增進保留遷移	51 回顧總結	回顧學習內容

	52 提供延伸活動	提供延伸問題給學生思考或比較不同做法

2.解題歷程分析

本研究之解題教學分析架構以 Polya 數學解題歷程理論之四個階段。在次類目的建構上，研究者依據第二章第一節有關 Polya 理論之文獻內涵，並根據三個版本教師手冊之實際內容進行擬訂。

為確保研究工具之嚴謹性，整體架構後經由數學教育專家檢驗與修訂後正式確立 。本架構旨在透過解題教學類目之分析，釐清教學指引提供教師何種具體資訊，以協助學生在教學活動中有效進行例題解題。其解題教學分析類目與編碼範例如表參-2：

表 參-2 解題教學分析類目與編碼表

主類目	次類目	說明與範例
U 了解問題	U1 覆誦題目	重複敘述題目
	U2 理解題意	以敘述或提問方式欲確定題目的條件或目標
P 擬定計劃	P1 逐步引導	引導學生計劃解題步驟
	P2 引發思考	引領學生思考解題策略
C 執行計劃	C1 提示做法	給予逐次運算的想法
	C2 逐步計算	提供逐步計算的步驟
L 回顧反思	L1 提醒回顧	指示學生回顧解題程序
	L2 反思不同解法	比較不同解題方法或指示學生思考其他解法
	L3 總結解題歷程	歸納解題的一般想法
	L4 延伸思考	提出類似題

(二)工具信效度

本研究為確保量化分析之嚴謹性，採取評審團法檢核效度，並透過評分者間一致性確保信度。本研究邀請兩位具備數學教育專長之碩士生共同擔任評分員，兩位評分員皆具備多年數學教學經驗，且熟悉小學教科書編寫架構與相關教學資源。

研究者透過文獻探討擬定分析類目與編碼架構之初步雛型，於發展期間持續與指導教授進行討論與滾動式修改，藉此建立專家效度。隨後邀請兩位評分員針對研究對象進行小範圍試用，並針對編碼不一致處進行討論以取得共識，依據討論結果修正編碼細則，最終確立正式之研究工具以建立工具之信效度。

本研究採用的評分者一致性係數計算方式如下：

$$\text{評分者一致係數} = \frac{\text{評分員編碼一致的次數}}{\text{評分員編碼總次數}}$$

(三)研究限制

本研究是以 114 學年度國小數學二年級上學期對應課綱學習內容 N−2−8 之單元作為依據，在三個不同版本的教師手冊中分析了對應學生課本「活動」部分的教學指引內容，故若未標明為「活動」的其他教學資訊將不會被編碼。因

此，本研究的分析結果僅能反映各出版商在處理特定「活動」時所提供的教學設計與指導。我們無法透過這些結果來全面評斷或代表各家出版商在整個單元或整套教材中指引教師教學的完整設計理念。

肆、研究結果

各版本教材之主題分布單元略有不同，N 版與 H 版各包含 7 個主題（共 35 個配對單元），K 版則包含 8 個主題（共 40 個配對單元）。以下針對主類目之涵蓋率及部分主題呈現類目進行具體說明與討論。

一、教學事件之指引分析

如表肆-1 所示整體而言，三版本皆穩定呈現 E1、E3 與 E4 類目，顯示其為共同教學核心。於其他類目上則呈現差異。 顯示各版本在教學流程完整性上具一致基礎，但著重面向略有不同。

表肆-1 教學事件之主類目分布表

版本	主題	E1 佈置學習任務	E2 連結舊經驗	E3 呈現教學內容和提供學習指引	E4 引發表現並回饋	E5 增進保留遷移
N	兩步驟加法	✓	✓	✓	✓	
	兩步驟減法	✓	✓	✓	✓	
	兩步驟的加減應用	✓		✓	✓	
	乘加問題	✓		✓	✓	
	乘減問題	✓		✓	✓	✓
	加乘問題	✓		✓	✓	✓
	減乘問題	✓		✓	✓	✓
K	兩步驟加法	✓		✓	✓	✓
	兩步驟減法	✓	✓	✓	✓	✓
	兩步驟的加減應用	✓		✓	✓	✓
	比較型的兩步驟問題	✓	✓	✓	✓	
	乘加問題	✓	✓	✓	✓	
	乘減問題	✓	✓	✓	✓	✓
	加乘問題	✓	✓	✓	✓	✓
	減乘問題	✓	✓	✓	✓	✓
H	兩步驟加法	✓	✓	✓	✓	✓
	兩步驟減法	✓	✓	✓	✓	✓
	兩步驟的加減應用	✓	✓	✓	✓	✓
	乘加問題	✓	✓	✓	✓	✓
	乘減問題	✓	✓	✓	✓	✓

	加乘問題	✓	✓	✓	✓	
	減乘問題	✓	✓	✓	✓	✓

二、解題歷程指引之分析

如表肆-2 所示三版本皆涵蓋解題歷程主要階段，但呈現方式有所差異：N 版較穩定呈現「執行」與「回顧」 、K 版於「回顧反思」最為一致，H 版在「理解」、「擬定」與「回顧」上呈現較完整 ，顯示各版本在解題歷程支持上各具特色。

表肆-2 解題歷程之主類目分布表

版本	主題	U 了解問題	P 擬定計劃	C 執行計劃	L 回顧反思
N	兩步驟加法	✓		✓	✓
	兩步驟減法	✓	✓	✓	✓
	兩步驟的加減應用			✓	✓
	乘加問題	✓	✓	✓	✓
	乘減問題	✓	✓	✓	✓
	加乘問題	✓	✓	✓	✓
	減乘問題	✓	✓	✓	✓
K	兩步驟加法				✓
	兩步驟減法	✓	✓		✓
	兩步驟的加減應用	✓	✓		✓
	比較型的兩步驟問題	✓	✓		✓
	乘加問題	✓	✓	✓	✓
	乘減問題	✓	✓	✓	✓
	加乘問題	✓		✓	✓
	減乘問題	✓	✓	✓	✓
H	兩步驟加法	✓	✓	✓	✓
	兩步驟減法	✓	✓		✓
	兩步驟的加減應用	✓	✓	✓	✓
	乘加問題	✓	✓	✓	✓
	乘減問題	✓	✓	✓	✓
	加乘問題	✓	✓		✓
	減乘問題	✓	✓		✓

伍、結論與建議

本研究以國小數學二年級兩步驟解題教學指引為分析對象，採內容分析法，從教學事件與解題歷程兩個面向，探討三個版本教師手冊之教學指引內容與分布情形。依據前章研究結果，本章分為兩節，第一節為結論，第二節為建議。

一、結論

(一 各版本教材皆具備教學事件與解題歷程的基本架構

整體而言，N 版、K 版與 H 版在教學設計上皆涵蓋了教學事件與解題歷程的核心面向，顯示三個版本雖在編排方式與著重方向上有所不同，但在兩步驟解題教學的基本架構上均已建立相當完整的安排。

(二)各版本在教學事件上的設計皆有共同核心，但主題分布略有差異

在教學事件方面，三個版本皆穩定出現「佈置學習任務」、「呈現教學內容和提示」與「引發表現並回饋」等主類目，顯示這三項內容為各版本共同重視的教學核心。整體而言，三個版本都能兼顧教學流程中的主要步驟，只是在各主題中著重的教學功能稍有不同。

(三)各版本在解題歷程上的安排各有特色，但皆能涵蓋主要解題步驟

在解題歷程方面，三個版本皆包含「了解問題」、「擬定計劃」、「執行計劃」與「回顧反思」等主類目，顯示三者均重視學生解題過程中的思考與檢核。三個版本雖在解題歷程的分布上不盡相同，但都能從不同角度支持學生進行多步驟問題解決。

二、建議

(一)對教師使用教學指引的建議

1.教師使用不同版本教學指引時，宜先掌握該版本的主要特色，再依學生程度與課堂情境調整教學重點。
2.若教學指引中某一歷程呈現較少，教師可在實際教學時適度補強，例如加強「連結舊經驗」、「擬定計劃」或「回顧反思」等過程，使學生更完整經歷解題歷程。
3.不論採用哪一版本，教師皆可將教材中的提示與例題統整為完整的解題流程，協助學生建立穩定的思考步驟。

(二)對後續研究的建議

1.後續研究可擴大分析範圍，進一步比較不同年級或不同數學單元之教學指引設計。

2.未來亦可結合教師實際教學觀察或學生學習表現，探討教學指引內容與課堂實施之間的關係。
3.此外，也可加入學生課本、習作或補充教材進行對照分析，以更完整呈現教材系統中的教學脈絡。

參考文獻

左台益、李健恆（2017）。從教學事件分析國中數學教科書與備課用書之設計脈絡—以三角形性質單元為例。教科書研究，**10**（2），67－97。
吳佳璇（2025）。以 **Mayer** 文字解題策略融入國小四年級「兩步驟問題與併式」單元對學童學習成就之影響研究（未出版之碩士論文）。國立臺南大學，臺南市。
李心儀（2016）。不同解題歷程模式中的回顧。臺灣教育評論月刊，**5**（8），157－161。
周新富（2021）。教學原理與設計。五南圖書。
張淑惠（2016）。國小數學一至三年級不同版本備課用書整數概念單元教學提示層次與形式之內容比較分析（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中市。
教育部（2014）。十二年國民基本教育課程綱要總綱。教育部。
教育部（2018）。十二年國民基本教育課程綱要：數學領域。教育部。
陳泓霖（2022）。從 **Gagné** 教學事件分析新舊課綱下國中數學教科書設計脈絡之差異—以數列與等差級數單元為例（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學，彰化縣。
陳彥宇（2021）。國小六年級學生數學思維模式與解題歷程之關係（未出版之碩士論文）。國立屏東大學，屏東縣。
陳淑娟、李麗玲、李素君（2017）。國民小學教師教科用書使用現況之研究（編號 NAER-106-12-G-2-01-00-1-04）。國家教育研究院。
溫惠如（2015）。國小數學教師手冊內容之分析--以因數和倍數單元為例（未出版之碩士論文）。國立臺北教育大學，臺北市。
黃皓瑜（2023）。高雄市某國中二年級學生解題歷程分析之研究-以畢氏定理單元為例（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學，高雄市。
黃曉鈴（2021）。國小高年級不同版本數學備課用書比與比值相關單元提示之內容分析（未出版之碩士論文）。國立清華大學，新竹市。
鄭家棋（2025）。國小數學多步驟解題之教學指引分析（未出版之碩士論文）。臺北市立大學，臺北市。
Gagne, R. M.（1997）。學習與教學（趙居蓮譯）。心理。
Gagne, R. M.（1999）。学习条件和教学论（皮连生、王映学、郑葳譯）。華東師範大學出版社。
National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Author.
National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Content Analysis of Elementary School Mathematics Teachers' Guides on Two-Step Word Problems based on Problem-Solving Processes and Instructional Events

Chia An,Hsieh[1]
[1]Department of Mathematics and Information Education ,National Taipei University of Education

Abstract

This study aims to explore the instructional design context and emphasis differences of elementary school mathematics teachers' guides in the "Two-Step Word Problems" unit for second grade under the new curriculum. Using content analysis, this research focuses on three widely-used versions of teachers' guides—N, H, and K. The study employs a dual theoretical framework, utilizing Gagné's instructional events and Polya's problem-solving processes to conduct a question-by-question coding analysis. Preliminary analysis indicates that while each version provides a similar quantity of guidance across instructional event categories, significant differences exist in thematic distribution and detailed guidance for problem-solving instruction, particularly in the stages of understanding the problem and devising a plan. The results of this study can serve as a reference for elementary school teachers in their teaching practice, version selection, and future curriculum development.

Key words: Two-step Word Problems, Teacher's Guides, Gagné's Events of Instruction, Polya's Problem-Solving Stages

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(6) 數學教學設計與學習科技

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

探討高職數學對數單元之直接教學法與數位工具融入之教學研究

洪筱雯[1]　鄭章華[2]
[1]彰師大科學教育研究所 D0921002@gm.ncue.edu.tw
[2]彰師大科學教育研究所 cchen72@cc.ncue.edu.tw

摘要

本研究旨在探討「直接教學法」結合「因材網」數位平台於技術型高中數學「對數單元」之教學成效。研究採「行動研究法」，以彰化某技術型高中化工科二年級 34 名學生為對象，透過「計畫、行動、觀察、反思」之兩階段螺旋循環，將直接教學法之結構化流程（教師示範、引導練習、獨立練習與即時回饋）與因材網之知識節點進行系統性整合，以即時掌握學生概念理解情形並適時調整教學策略。研究結果顯示，透過教師示範與數位節點的即時回饋，能有效降低學生在對數定義、對數性質以及換底公式等常見概念迷思。此外，第一循環著重於對數概念的建立，第二循環則強化學習單與同儕討論活動，使學生得以整理概念關係並強化解題策略。兩次教學循環比較結果顯示，各類題型錯誤率皆明顯下降，學生在對數概念理解與解題正確率方面皆有所提升。

整體而言，直接教學法結合數位學習平台之教學模式，有助於提升技術型高中學生對抽象數學概念的理解。本研究結果可作為技術型高中數學課程設計與數位融入教學之實務參考，亦可作為未來相關研究與教學實踐發展之重要依據。

關鍵字：直接教學法、因材網、行動研究、技術型高中

壹、緒論

在十二年國民基本教育推動下，技術型高級中等學校已由傳統就業導向轉型為以素養導向與分析思辨能力為核心之教育模式，兼顧學生生涯發展基礎之建立與務實致用能力之培養，並以培養終身學習能力為最終目標(教育部，2021)。然而，值得注意的是，在技術型高中一般科目中，數學仍普遍被學生視為難度較高的學科，特別是在抽象性較高的對數單元，學生在學習過程中常出現理解困難與學習瓶頸。

對數建立於指數與對數互逆關係，其中涉及底數條件、真數範圍、對數運算律與換底公式等知識。而學生在學習對數時，普遍面臨兩大困境：首先是對數符號意義理解不足，其次是對數性質概念混淆與公式誤用(Weber, 2002)。在缺乏深層理解之情況下，學生往往流於死背公式，可能會造成不正確的知識遷移與運算混淆，進而影響整體學習成效。若教學未能適當分解知識結構並提供循序漸進的示範，學生在學習過程中較容易產生過高的認知負擔，進而導致理解受阻與學習力下降。因此，如何透過課程轉化將抽象知識結構重新組織成步驟清晰之教學流程，成為高職數學教學設計之重要課題。

根據 Engelmann(1982)的主張，直接教學法以教師主導為核心，透過明確的教學目標與示範，引導學生進入循序漸進的練習，並且即時回饋與修正錯誤，以降低學生認知負擔。直接教學法不僅是教學策略也是知識重組，能將抽象的數學概念轉化為結構分明的學習步驟。

另一方面，隨著時代變遷與數位科技普及，教學數位化已成了必然的趨勢。以因材網為例，其內容以知識節點為架構，提供診斷評量、即時練習與後台學習數據回饋，有效調節學習步驟。然而，數位工具的融入不在工具本身，而是在於教師如何根據教學法之邏輯與程序，進行系統性的整合。

本研究除關注教學結構之建構歷程與數位工具之整合方式，也分析學生在對數單元之學習成效與錯誤類型變化。故本研究在探討直接教學法結合因材網於高職數學對數單元教學之實踐，分析教學結構之建構歷程與數位工具之應用。基於上述動機與目的，本研究待答問題為：

一、直接教學法於高職數學對數單元實施歷程中，行動研究循環歷程為何？ 二、直接教學法結合因材網的模式下，學生在對數單元的錯誤類型演變與概念理解情形為何？

貳、文獻探討

本節分別就對數概念之知識結構、直接教學法，以及數位工具融入教學等三個面向進行文獻整理與分析，以作為後續教學設計與研究分析之依據。

一、對數概念之學習困難

對數(Logarithms)是高中與技術型高中數學課程中的重要單元之一，其內容涵蓋對數定義、對數性質、換底公式、對數函數以及對數的首尾數等。David Tall 與 Shlomo Vinner(1981)指出，學生在學習對數概念時，往往不是依照對數定義來理解，而是形成自己心中的「概念印象」(concept image)，因此在面對抽象符號時容易依賴表面形式去計算而缺乏理解概念。基於此，學生在學習對數時，往往採用死記公式的方法，將 log 當作一個全新的符號，而缺乏對其概念與應用的理解(Weber, 2002)。此外，由於對數具有較抽象的符號性質與運算規律，學生在學習過程中往往容易產生理解上的困難(Kastberg,2002)。

相關研究指出，學生對於對數定義普遍存在概念迷思，常忽略底數不等於 1 這個條件，導致在處理對數有意義時出現錯誤(Chua & Wood, 2005)。這些錯誤多源自學生未能將指數與對數概念加以整合，缺乏兩者之間的雙向連結，導致在概念轉換與應用上產生困難。

Panagiotou (2011)指出，學生雖理解並熟練指數運算，但在面對反運算的對數時，常出現轉換上的困難，進而將對數視為一種全新的符號，而非指數概念的延伸。再者，每位學生在學習過程中都會建立自身的數學概念，而這些概念往往受到生活經驗、知識背景與先備能力的影響，因此對教師所教授的內容理解程度也可能有所差異。因此，如何透過有效的教學引導，協助學生建立正確的對數概念，並降低錯誤與迷思的產生，已成為數學教育研究中值得關注的重要議題。

二、直接教學法

直接教學法(Direct Instruction, DI)由 Engelmann 與 Carnine (1982)是一種教師中心的教學模式，強調結構化與系統化的教學流程。此模式主張教師首先透過闡述概念與明確示範，協助學生建立正確的基本概念，確保學生對知識有清晰的認知架構；接著進入引導練習階段，由教師提供適當的支架，引導學生逐步熟練相

關題型與解題步驟，並及時回應學生疑問，以避免形成錯誤概念；最後，學生進入獨立練習階段，透過即時回饋機制修正概念迷思，進一步鞏固所學知識。此模式對於概念結構明確的數學領域尤為有效。

對技術型高中學生而言，直接教學法的高度結構化流程提供明確的學習路徑 ，能減少在學習抽象單元(如對數)時的挫折感，並促進學生逐步掌握概念間的內在聯繫(Rosenshine, 2012)。此外，直接教學法不僅著重知識傳授，更強調學生在教師引導下進行概念重組與策略化思考，使學生在掌握基本知識的同時，逐步提升解題能力與自主學習效能。綜上所述，直接教學法不僅是一種可操作的教學策略，更是一種系統化的知識建構歷程，透過明確示範、分步練習與即時回饋，能有效促進學生對抽象數學概念的理解與應用能力，並為教師提供可評估、可調整的教學框架，以提升整體教學效能。因此，本研究採用直接教學法作為主要教學架構，以降低學生認知負荷。

三、數位工具融入教學

在數位時代的進步下，資訊科技與數位媒體的普及，教育部積極推動「因材網」等適性學習平台，其核心在於透過知識節點提供即時診斷與補救。其數位工具融入數學教學之目的是提供多元學習，協助學生將抽象概念(如對數)具象化，進而促進問題解決能力(Sofroniou et al., 2025)。數位學習平台提供多樣化的教學資源，如教學影片、學習評量與互動式問答，能針對不同學習風格與需求提供個別化的學習內容，也可協助教師掌握學生理解情形並即時調整教學策略。然而，若缺乏清晰的教學結構設計，數位工具容易淪為單純的線上練習平台，無法引導學生進行深層的概念建構(Moyer-Packenham & Westenskow, 2013)。因此，數位工具的應用應與適當的教學法結合。綜合上述，若能將「直接教學法」與數位學習平台的數據分析與即時回饋機制加以整合，教師便能即時掌握學生學習狀況，並在課堂中進行教學調整。這種整合模式，不僅提升學生數學概念理解，更能提升整體教學效能與學習效率，為技術型高中數學教育提供更具系統性的解決方案。

參、研究方法

本研究採行動研究法，針對技術型高中數學第三冊「對數」單元進行課程設計與教學實踐。以直接教學法為核心架構，結合教師示範、引導練習、評量表現、提供回饋與分散練習複習，並整合因材網知識節點回饋機制，強化教學歷程中的即時回饋與練習安排。本研究透過「計畫、行動、觀察、反思」之螺旋循環的過程，蒐集教學紀錄與反思資料，分析其課程設計與修正其脈絡。

一、研究對象

本研究以彰化縣某技術型高中化工科二年級學生為研究對象，共 34 人，其中男生 25 人、女生 9 人。本班學生國中教育會考成績積分介於 19 至 21 分之間，整體學習表現屬中等程度。

二、研究單元與課程架構

本研究針對「對數」單元進行教學內容分析。本研究依據十二年國民基本教育課程綱要—技術型高級中等學校之學習目標，結合「因材網」之知識節點，發展出對應之直接教學法介入重點。具體之研究單元架構與教學設計邏輯，詳見表

1（如下表所示）：

表 1：結合因材網與課綱目標之「直接教學法」教學介入架構表

單元名稱	課綱的學習目標	因材網知識節點	直接教學法介入重點
2-3 對數		能了解對數的定義	教師示範對數符號轉換，利用因材網知識節點之練習題來建立學生基礎表徵。
	能理解對數性質，常用對數，對數方程式，對數圖形在生活上的應用。	能熟悉對數的基本性質與加減運算	教師引導學生獨自至因材網動態評量練習對數性質，並藉由後台數據即時回饋學生錯誤。
	能使用對數性質進行對數的化簡運算；能操作計算機 10^x、$\log_{10}$、e^x、 ln 鍵求值。	能理解對數換底公式及其性質	教師藉由第二循環進一步深化對數性質，其中增加學習單與同儕討論活動

三、研究架構圖

本研究將直接教學法與因材網之知識節點進行整合，建構出「對數單元」的行動研究設計，研究架構如下圖 1 所示：

圖 1：直接教學法融入因材網之研究架構圖

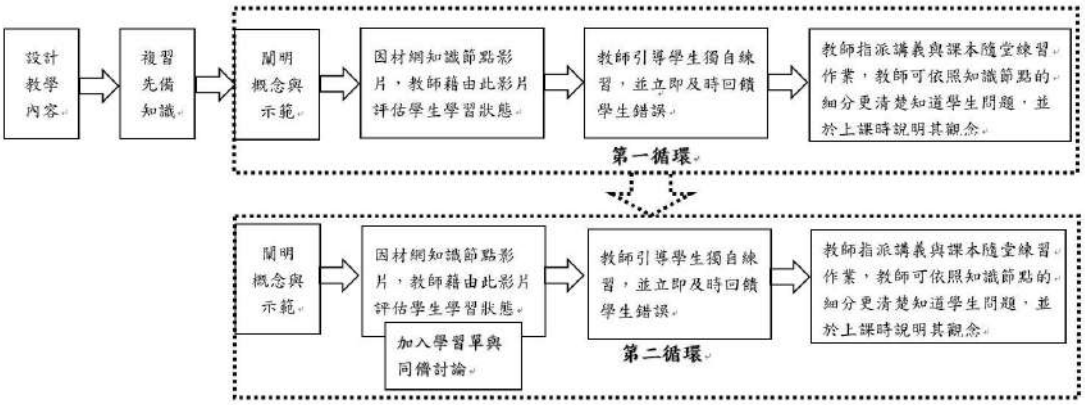


圖 1 呈現本研究將直接教學法結構與因材網知識節點進行整合之教學流程設計。整體架構以直接教學法「教師示範—引導練習—即時回饋—獨立練習—診斷修正」為核心脈絡，並透過因材網的知識節點、即時回饋機制，強化學生對數概念建構歷程。

本研究採兩階段循環模式進行教學實踐。第一循環著重於對數基本概念與符號轉換之建立，透過教師示範與引導練習降低學生出錯，並藉由因材網回饋機制掌握學生理解狀態。第二循環則進一步深化對數性質、圖形與應用之統整，強調

學生獨自練習與錯誤修正能力，形成對「對數單元」概念穩固的發展。透過螺旋式修正歷程，本研究不僅強化教學流程之結構性，也使數位工具成為直接教學法之延伸支架，而非獨立存在的輔助工具。

四、資料收集與分析

本研究的資料收集以教學現場之實務觀察與反思為核心。資料來源主要包含三類： 教學實施歷程紀錄、學生在對數單元學習單與因材網知識節點診斷回饋之質性資料。首先，收集單元教案、教學流程規劃表、學生學習任務設計以及因材網知識節點之對應文件，以呈現整體課程設計架構。其次，彙整教學札記與課後省思紀錄，以掌握實際教學流程、教學階段轉換節點及課程調整情形。最後，整理因材網於課堂與課後之使用歷程，包括知識節點安排順序、操作銜接方式與嵌入時機。透過不同資料來源之相互比對與分析，具體呈現教學介入後學生學習行為之轉變，並作為研究者進行滾動式修正教學設計的重要依據。本研究採用質性資料作內容分析，並依學生錯誤類型進行分類整理；量化資料則以學生錯誤率進行分析，以比較兩次行動研究循環之差異。

肆、研究分析與結果

本研究以直接教學法為主體，輔以「因材網」知識節點檢核機制，經由「計畫、行動、觀察、反思」之螺旋式遞迴歷程，探討數位工具融入對數單元教學之實施轉化。本章透過分析兩次循環中教師導學策略之演變與學生認知結構之轉變，並交叉比對數位平台後台數據與學生課堂表現，逐一解析教學現場所面臨之困境、改進策略及其具體成效。

一、行動研究循環實施歷程

在「第一循環教學設計」中，研究者依據課程目標規劃教學流程，首先透過「複習先備知識」，引導學生回顧指數律的基本計算。然而在教學觀察中發現，部分學生對於$2^{-1}=\frac{1}{2}$ 或$2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ 等指數概念仍顯得不熟悉。此現象顯示學生在指數與次方概念的理解上仍存在基礎性的落差，也預示其在後續進行對數與指數互換關係學習時，可能產生理解困難。

接著，進入研究者「闡明概念與示範」的階段。研究者先說明對數的基本意義並於黑板上示範對數的基本計算方式。隨後，銜接至因材網知識節點檢核之 R–技 11C-3-S01「能了解對數的意義」，引導學生進入平台練習做答。透過後臺數據觀察發現，學生在「對數有意義條件」的理解上明顯不熟悉。例如因材網題目：$\log_{x-1} 2x+3$ 有意義，求 x 的範圍。多數學生作答時間較長，且部分學生出現重複作答兩至三次的情形。此現象顯示，學生在判斷對數式成立條件時，需要較長的思考與反思時間，亦反映其對相關概念掌握仍不穩定。此結果顯示，學生雖能進行基本對數計算，但在結合「底數條件」與「真數條件」進行整體判斷時，概念整合能力仍有待加強。

後續在「引導練習」與「學生獨自練習」的過程中，研究者進一步指派因材網的動態評量活動。觀察發現，學生在解決「$\log_{2-x} x+3$ 有意義，求 x 的範圍」時，此類題目時，作答速度相較於先前明顯提升，且整體作答準確度亦有所提高。此外，研究者亦發現數位工具的即時回饋功能在學習過程中發揮了關鍵作用。因材網的即時診斷機制能即時指出學生在「真數條件」判斷上的錯誤，並提供立即回

饋，使學生得以及時修正錯誤概念。相較於傳統紙筆作業的延遲批改，此種即時回饋更有助於學生即時覺察並修正其錯誤認知。

最後，在「指派作業」階段，研究者安排課本與講義中的隨堂練習作為回家作業，以協助學生進一步鞏固學習內容。第一循環的反思結果顯示，學生雖大致能理解對數「有意義」的條件，但在基本計算能力方面仍有待加強。此外，學生在講義上的作答與筆記紀錄較為凌亂，不利於概念整理與後續複習。基於上述，研究者進一步思考如何透過教學策略協助學生建立更清晰的解題架構與學習歷程。

為回應上述教學困境，相關研究提供了具體的理論依據。 Alan H. Schoenfeld(1985)指出，學習單能透過引導性問題，協助學生組織相關知識，使教師能更清楚掌握學生的學習歷程與理解情形。同時，適當的學習引導能協助學生在學習較為複雜的數學概念時建立較清晰的解題架構，進而降低錯誤發生的情形(Sweller, 1988)。此外，除教師引導之外，同儕互動亦被視為促進學習的重要策略之一。透過學生之間的互動與觀點交流，學習者能在互動的過程中學習並深化理解，逐步建構較為完整的數學概念(Vygotsky, 1978)。綜合上述觀點，透過學習單與同儕討論的結合，有助於改善學生在解題歷程中計算不穩定與概念迷思的問題。因此，研究者在第二循環的教學設計中，決定引入學習單與同儕討論，以協助學生更有系統地整理解題步驟與學習重點，並透過互動討論促進概念澄清與計算策略的修正，作為第二循環教學調整的重要措施。

進入第二循環，教學重點轉移至對數的性質。本階段在「設計教學內容」時，特別強化了紙本學習單與同儕討論。在「複習先備知識」時，研究者刻意挑選第一循環中因材網答錯率最高的「對數有意義」進行集體澄清。在「闡明概念與示範」中，研究者演示了「真數相乘轉為對數相加」、「真數相除轉為對數相減」、「對數次方關係」與「對數倒數關係」，緊接著在「因材網知識節點檢核」階段，學生挑戰 R-技 11C-3-S02 之「能熟悉對數的基本性質與加減運算」與 R-技 11C-3-S03 之「能理解對數換底公式及其性質」等相關節點。此階段與第一循環的學習方式有所不同。學生需先進入教學媒體觀看教學影片，並依據學習單的提示，在影片提及關鍵公式(如對數性質公式）時主動暫停影片，並進行手寫紀錄。此種學習方式有助於學生整理學習重點，從原先被動的資訊接收，轉變為主動與整理學習重點，此為本研究在第二循環教學中所觀察到的重要發現之一。

在「引導練習」階段，研究者引入了同儕討論活動，將學生分為三人一組，並共同練習因材網中的「練習題」。透過小組討論，學生得以彼此交流解題想法，進一步鞏固對對數性質的理解。

在「獨立練習」階段，學生則個別進入因材網進行動態評量。教師透過後臺學習數據發現，部分學生在「對數換底」的概念上仍存在困難，例如在處理 $2\log_8 6 - \log_8 9$ 等題型時，學生會寫成 $\log_8 12 - \log_8 9 = \log_8 3$，出現理解上的混淆。後臺數據顯示，班級中約仍有三分之一的學生對「對數換底公式」的概念掌握不夠清晰。研究者據此即時進行針對性的概念澄清與補充說明，實踐了直接教學法中「即時補救」的教學精神。最後，在「指派作業」階段，學生整體作業完成度明顯提升，且先前容易出現錯誤的題型，其作答正確率亦顯著提高。此結果顯示，透過同儕討論、數位動態評量與即時補救教學的結合，有助於及早發現學生的概念迷思，並提升學生對對數性質與換底公式的理解與應用能力。

而在教師教學層面上，本研究亦促進教師教學實踐的反思與成長。原先課堂

主要採取傳統講述式教學，透過本次直接教學法之行動研究，教師逐步調整教學策略。首先，藉由因材網知識節點所提供的即時診斷回饋，教師能快速掌握學生的學習狀況，並有效減少傳統批改作業所需時間，使教學回饋更具即時性與針對性。其次，本研究因受第二次段考時間限制，行動研究僅進行兩次循環；第一循環主要依據課程內容進行概念講解與練習，而在第一循環的教學省思中發現，學生多處於被動接受知識的學習狀態。因此，在第二循環中加入學習單與同儕討論活動，從原先被動的資訊接收，轉變為主動與整理學習。透過此一教學調整，學生在討論與練習過程中得以表達自身想法並釐清概念，亦使教師更能掌握學生理解歷程，進而調整教學策略。

二、學生學習歷程分析

在教學實施過程中，研究者透過課堂觀察紀錄、學生學習單及因材網節點回饋等資料，分析學生於對數單元學習歷程中的表現與理解情形。

在第一循環的教學中，多數學生已能理解對數的基本意義，但在實際解題時，常忽略「底數 $\neq 1$」的條件，顯示學生對對數定義的理解仍不夠穩固。在第二循環的教學中，研究者透過增加同儕討論的學習活動，協助學生逐步建構概念鷹架。觀察結果顯示，學生在處理基本轉換題時，錯誤率較第一循環明顯降低。此外，透過因材網的知識節點回饋機制，研究者能更清楚掌握學生的錯誤類型與學習困難，並依據其錯誤類型進行針對性的教學調整，以加強學生對相關概念盲點的理解。

(一)學生常見錯誤類型分析

本研究將學生在對數單元學習過程中的常見錯誤歸納為數種類型，如表 3 所示。

表 3　學生對數單元常見錯誤類型統整表

錯誤類型	錯誤表現	案例	原因
對數的定義	判斷對數是否有意義時，只考慮真數與底數大於 0，而忽略底數需大於 0 且不等於 1，例如若 $\log_{x+1} 2x+4$ 有意義，求 x 的範圍	學生會寫 $x+1>0$, $2x+4>0$ 所以 $x>-2$，最後會少算 $x\neq -1$	對數定義理解不完整，未同時考慮底數與真數條件
對數性質公式誤用	使用對數性質時，混淆乘除與加減關係，	學生會知道 $\log_{10} 6 = \log_{10} 2+\log_{10} 3$ 但換成 $\log_{10} 2+\log_{10} 3$ 會寫成 $\log_{10} 5$	會死背對數運算規則，缺乏概念連結
換底公式誤用	對數計算中，無法正確運用換底公式，學生會當成分數約分	學生會寫 $\frac{\log_2 243}{\log_8 27}=\frac{\log 9}{\log 4}=\frac{\log 3}{\log 2}$	會直接當分數，可以約的就上下約分

由表 3 可知，學生的錯誤主要集中於對數定義與對數性質運用兩個面向。透過錯誤類型分析，研究者得以針對學生的概念盲點進行即時補救與教學調整。

(二)第一循環與第二循環學習成效比較

透過兩次循環教學的觀察與因材網後臺數據分析可發現，在第一循環中，學生多集中於對數定義的錯誤；而在第二循環中，透過同儕討論以及因材網數

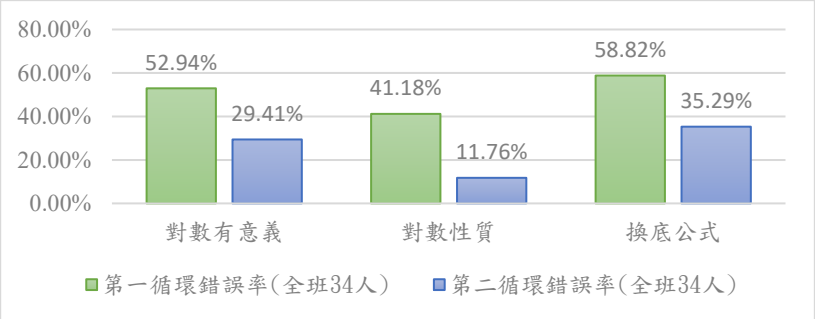
位節點練習的輔助，學生在基本轉換題與性質應用題的錯誤率皆有所下降。相關比較結果如表 4 所示。

表 4 第一循環與第二循環學生錯誤率比較

	第一循環錯誤率(全班 34 人)	第二循環錯誤率(全班 34 人)
對數有意義	52.94%	29.41%
對數性質	41.18%	11.76%
換底公式	58.82%	35.29%

由表 4 可知，在三種類型題目中，第二循環的錯誤率皆低於第一循環。為更清楚呈現兩次循環的差異，本研究將結果繪製為長條圖，如圖 2 所示。

圖 2 第一循環與第二循環學生錯誤率比較圖



由圖 2 可見，在第二循環的教學調整後，各類題型的錯誤率皆呈現下降，顯示學生在對數概念理解上已有明顯改善。其中，以「對數有意義」題型為例，其錯誤率由 52.94%下降至 29.41%，顯示透過同儕討論以及因材網的知識節點回饋，有助於提升學生對數概念的理解與解題正確率。

基於上述，研究結果顯示，直接教學法與因材網知識節點整合之教學情境下，透過兩次行動研究循環，學生在對數概念理解與解題表現上皆呈現明顯進步。透過兩次行動研究循環，第一循環主要聚焦概念建立，第二循環則針對第一循環發現之筆記凌亂、基本計算不穩與概念統整不足等問題，加入學習單與同儕討論作為修正策略。而教師能依據數位平台後台數據即時掌握學生錯誤類型並進行概念澄清。研究發現，學生常見錯誤主要集中於「對數有意義條件」、「對數性質公式誤用」與「換底公式理解不足」三類。在第二循環中，透過學習單、同儕討論及數位知識節點的結合，學生在對數定義與對數性質的錯誤率皆明顯下降，其中「對數性質」錯誤率由 41.18%降至 11.76%，顯示透過同儕討論與學習單的介入，有助於學生釐清運算規則並建立概念間之連結，進而提升整體解題正確率。

伍、結論與建議

本研究結果顯示，將直接教學法結合因材網知識節點之數位診斷回饋機制，有助於提升技術型高中學生對對數概念的理解。透過教師明確示範、概念講解與引導練習，學生得以逐步建立對數概念；再搭配因材網所提供之即時學習診斷與回饋功能，教師能即時掌握學生在各知識節點上的理解情形，並適時進行針對性的補救教學與概念澄清，從而降低學生在對數學習歷程中所產生的概念迷思。相較於傳統課堂教學情境中，學生完成隨堂練習後往往需待教師批改或於下次課堂講解後，方能意識到自身概念理解上的錯誤，此種回饋延遲不僅降低學習歷程中的即時調整機會，也可能錯失學生釐清錯誤概念與修正理解的關鍵時機。因此，透過直接教學法與數位診斷回饋機制，有助於提升教學回饋的即時性與精準度，進而促進學生概念理解的深化。

此外，研究發現，透過學習單與同儕討論活動能促使學生整理學習重點並強化公式轉化（如換底公式）的理解與解題信心。然而，學生的先備知識（如指數律）會影響對數概念的學習成效。因此，在教學實務上，建議教師善用數位平台以便調整教學策略，讓數位工具成為支持學生學習的鷹架。

整體而言，本研究指出，直接教學法若結合數位平台即時回饋，較能協助教師即時辨識學生在對數單元中的概念迷思，並透過後續教學修正提升學習表現。然而，本研究限於單一班級與單一單元，且量化指標以錯誤率比較為主，故研究結果較適合提供教學實務參考，而不宜直接推論至其他年級或學校情境。未來可納入前後測、訪談或跨班比較設計，以進一步檢驗其穩定性。

參考文獻

教育部（2021）。**十二年國民基本教育技術型高級中等學校一般科目數學領域課程手冊**。作者。https://share.google/1MvSTsPygIAbZ0L4Z

Chua, B. L., & Wood, E. (2005).
Working with logarithms: Students' misconceptions and errors. *TheMathematics Educator, 8*(2), 53–70.

Engelmann, S., & Carnine, D. (1982). *Theoryof instruction: Principles and applications*Irvington.

Kastberg, S. E. (2002). *Understanding mathematical concepts: The case of the logarithmic function* (Doctoral dissertation, University of Georgia). University of Georgia Open Scholar. https://openscholar.uga.edu/record/9605

Moyer-Packenham, P. S., & Westenskow, A. (2013). Effects of virtual manipulatives on student achievement and mathematics learning. *International Journal of Virtual and Personal Learning Environments, 4*(3), 35–50. https://doi.org/10.4018/jvple.2013070103

Panagiotou, E. N. (2011).Using history to teach mathematics: The case of logarithms. *Science & Education, 20*(1), 1–35. https://doi.org/10.1007/s11191-010-9276-5

Rosenshine, B. (2012). Principles of instruction: Research-based strategies that all teachers should know. *American Educator, 36*(1), 12–19, 39.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Sofroniou, A., Patel, M. H., Premnath, B., & Wall, J. (2025). Advancing conceptual understanding: A meta-analysis on the impact of digital technologies in higher education mathematics. *Education Sciences, 15*(11), 1544. https://doi.org/10.3390/educsci15111544

Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12*(2), 257–285. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2), 151–169. https://doi.org/10.1007/BF00305619

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Weber, K. (2002). Developing students' understanding of exponents and logarithms. In D. S. Mewborn, P. Sztajn, D. Y. White, H. G. Wiegel, R. L. Bryant, & K. Nooney (Eds.), *Proceedings of the 24th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 1019–1027). https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED471760.pdf

A Study on the Integration of Direct Instruction and Digital Tools in Teaching Logarithms in Vocational High School Mathematics

Hsiao-Wen Hung [1] Chang-Hua Cheng[1]
[1]Graduate Institute of Science Education,National Changhua University of Education

Abstract

This study aims to examine the effectiveness of integrating Direct Instruction with the YinCaiNet digital platform in teaching the logarithm unit in a technical high school mathematics context. Adopting an action research approach, the study involved 34 second-year students from a chemical engineering department at a technical high school in Changhua. The research was conducted through two stages of a spiral cycle consisting of planning, action, observation, and reflection. The structured procedures of Direct Instruction—including teacher modeling, guided practice, independent practice, and immediate feedback—were systematically integrated with the knowledge nodes of YinCaiNet to monitor students' conceptual understanding in real time and to adjust instructional strategies accordingly.

The results indicate that the combination of teacher modeling and immediate feedback from digital nodes effectively reduced students' common misconceptions regarding logarithmic definitions, properties, and change-of-base formulas. In addition, the first instructional cycle focused on establishing fundamental logarithmic concepts, while the second cycle emphasized the use of worksheets and peer discussion activities, enabling students to organize conceptual relationships and strengthen their problem-solving strategies. A comparison between the two instructional cycles showed a clear decrease in error rates across different item types, along with improvements in both conceptual understanding and problem-solving accuracy.

Overall, the instructional model combining Direct Instruction with a digital learning platform helps enhance technical high school students' understanding of abstract mathematical concepts. The findings of this study can serve as practical references for curriculum design and technology-integrated instruction in technical high schools, as well as a foundation for future research and instructional practice.

Keywords: direct instruction, caizainet, action research, vocational high school

科技輔助「因式分解」教學對低成就學生學習之個案研究

許渝旻
[1]國立清華大學數理教育研究所　yurahsu0604@gmail.com

摘要

本研究採個案研究法，聚焦於低成就學生之個別需求，探討科技輔助「因式分解」教學對學習成效與學習興趣之影響。因上述單元具備高度抽象性，長期為八年級學生學習之瓶頸，選取三名八年級低成就學生為對象，透過「由具體到抽象」CRA（具體—圖像—抽象）的教學策略，使用平板操作虛擬代數磚實施抽離式教學介入，引導學生透過圖像表徵與動手操作建構因式分解的概念。研究發現，三名個案在介入後學習成效均有進步，其中個案 A 的進步幅度最大，原本完全無法解題的個案 A，教學過程中已能用拼板完成因式分解，且後測中題目均答對。而個案 B 與 C 在前測對於二次項係數不為 1 的因式分解有明顯解題困難，經過科技輔助教學，後測三題均能解題，個案 C 題目均答對。此外，學習習興趣方面，三位個案皆表示科技輔助教學有助於他們理解數學概念，提升學習成效，對教學都保持正向態度。

整體而言，科技輔助教學能顯著降低低成就學生的認知負荷，透過 CRA 的教學策略，「由具象到抽象」的操作歷程，不僅協助學生釐清迷思概念、掌握數學內涵，更提升了學習成效與學習興趣。

關鍵字：科技輔助教學、因式分解、低成就學生、個案研究

壹、緒論

一、研究動機與背景

教育部 108 課綱強調「適性揚才」，強調教學應以學生為主體，並在數學領綱中特別關注個別需求與學習差異的兼顧(教育部，2014)。然而，在教育現場，低成就學生常因基礎不穩或抽象思考能力尚待開發，在標準化教學進度中受挫（魏麗敏，1996），因此建構友善的學習扶助路徑成為落實教育公平性的關鍵。研究者在四年的教職生涯中觀察到，「因式分解」是連結較抽象數學的關鍵基石，卻因較為抽象而成為學生的學習難點(楊惠雯，2010)。研究者觀察到傳統板書難以呈現動態的數學邏輯，學生在因式分解中常陷入死背公式的迷思，無法理解其幾何意義。因此想藉由透過科技輔助教材的介入，降低個案學生的認知負荷。

二、研究目的

本研究的研究目的有二

1. 探討科技輔助「因式分解」教學對三位八年級低成就個案的學習歷程與學習成效。
2. 探討在科技輔助「因式分解」教學中三位八年級低成就個案的學習興趣。

貳、文獻探討

本章旨在建立本研究的理論基礎與架構，依序探討科技輔助教學的理論與實證研究、「因式分解」的數學內涵與教學現況，以及低成就學生之特質與教學策略。

一、科技輔助教學之理論與實證研究

相較於傳統講述教學難以兼顧個別需求，科技輔助教具作為一種具備互動與即時回饋的認知工具，能引導學生主動參與知識建構。其核心理論奠基於Bruner(1966)的表徵理論，強調知識取得須歷經具體（Enactive）、圖像（Iconic）與符號（Symbolic）的建構歷程。低成就學生面對純符號代數時常產生認知斷層，延續此觀點，Mercer 與 Miller (1992) 正式提出 CRA 教學序列 (Concrete-Representational-Abstract Sequence)。該策略強調「表徵連結」的重要性，即教學過程不應只是階段的切換，更需引導學生理解實物操作與圖像、圖像與符號之間的對應關係。Witzel (2005) 的研究進一步證實，透過 CRA 模式進行教學，能有效提升學生解題遷移能力，長期記憶的保留也優於傳統教學法。科技輔助教學能將抽象的概念具體化，讓學生透過操作代數磚，將變化的過程轉化為圖像表徵，最終內化為抽象符號。科技工具能補足傳統教學無法呈現的動態性質與多元表徵，薛曉琳、周保男（2017）的實證研究指出，使用科技輔助教材教學，其成效優於傳統講述。這種互動式視覺科技不僅協助學生跨越代數列式到幾何圖形的認知落差，更落實將科技作為數學思考鷹架的理念。

科技輔助教學的教具具備「同步更新」的特性，這種即時回饋機制能協助學生引發大腦修正與學習並建立長期記憶。實證研究也證實其成效，根據陳冠霖（2016）之後設分析，科技輔助教學的效果顯著，特別在需要高度視覺化支持的「幾何」與「代數」單元，能有效降低學生的認知負荷。

針對學習困難之個案，根據許錦芳（2005）的研究，科技輔助教學能有效緩解數學焦慮，並透過初步成功經驗重塑學習效能感。研究顯示，科技輔助教學具備良好的認知維持，即便在褪除教學鷹架後，學生仍能將所建構的知識保留於長期認知結構中，展現優於介入前的表現。這為本研究探討八年級個案在移除教具支持後，是否能獨立完成紙筆運算提供了理論與實務支持。

綜上所述，將科技輔助教具融入到教學設計中，透過科技與教學法的深度整合，能為個案學生建構更加適性的學習路徑。

二、「因式分解」的教學現況與學習歷程

本研究聚焦於國中數學中具高度抽象性的「因式分解」。因式分解的本質雖為面積模型與幾何的連結，但傳統教學常過於強調十字交乘等運算技巧，導致學生產生符號與項次混淆的迷思（楊惠雯 2009）。

在國民中學代數課程中，因式分解不僅是多項式運算的延伸，更是銜接後續一元二次方程式解法、二次函數性質分析的重要基礎。目前的教學模式多半遵循著從「數的因數」轉移到「式的因式」之邏輯，教師通常會先引導學生複習整數的質因數分解，藉此建立「將一個整體拆解為乘積型態」的心理表徵。然而，傳統教學往往過度側重於演算程序的熟練度。教學現場常見的作法是依照：提公因式、乘法公式、十字交乘法的順序進行。這種安排雖然結構清晰，但若缺乏幾何圖形的視覺支撐，學生往往難以理解為何多項式的面積模型與代數上的因式乘積之間的關聯。因此楊惠雯（2009）指出，近年來研究者開始強調「虛擬教具」與「幾何模型」的導入，試圖將抽象的代數運算轉化為具體的圖形切割與拼湊，以緩解學生在純符號運算中的認知負荷。

三、低成就學生的特質與教學策略

在現行教育體系中，「補救教學」旨在為學業表現未達基本素養標準的學生提供適性資源。低成就學生（Underachievers）通常指學業表現顯著落後於潛在智力或同儕平均者，在數學學習上常面臨抽象轉換與符號解碼能力薄弱的困境。施創譯（2019）指出，這類學生在處理數學符號時常有「語意轉譯」障

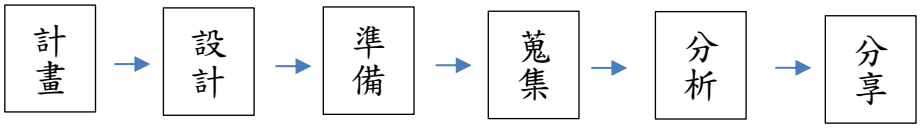
礙，因無法理解公式邏輯而僅能片段記憶，導致應對變化題型時產生沉重的認知負荷。此外，長期的失敗經驗易使學生產生數學焦慮與習得性無助，進而逃避學習數學。因此，教學介入的首要任務在於透過建立「微小的成功」來重建其學習信心。

低成就學生教學的實務核心在於教材的「性質轉化」而非僅是課後輔導。透過個別化補救教學，教師能更精確診斷學生的迷思概念，並透過情境化引導其建構知識。施創譯（2019）的研究顯示，系統性介入與個別引導能顯著提升學生的質性成效，補足傳統大班教學的認知缺口。具體的教學策略應強調「具體—圖像—抽象（CRA）」的表徵連結，如利用虛擬教具將抽象規則轉化為拼圖的歷程。

在介入過程中，教師需提供適當的「認知鷹架（Scaffolding）」，在初期給予高度支持，並隨著學生概念轉趨成熟逐步減少輔助，引導其回歸紙筆運算。施創譯（2019）強調，持續的診斷回饋與滾動式修正，是幫助低成就學生將操作經驗轉化為內化知識、達成學習目標的重要關鍵。

參、研究方法

本研究採用 Robert K. Yin（1985）的個案研究法（Case Study），將個案研究視為一個循環且嚴密的過程，並以此六步驟作為核心研究流程：



使用個案研究法優點在於資料蒐集具有彈性，在介入前便能了解個案學生的迷思概念，並且能深入了解與分析個案學生在教學活動中之學習過程和學習表現。本次研究目的便是透過質性觀察、行為訪談與量化評量，來深入探討三位個案學生的學習歷程與表現。

一、研究設計與程序

本研究在學生已於一般課堂接受該單元的教學後，挑選、抽離班上明顯學習成效不佳，數學段考成績連續三次為班上後 15%的學生進行科技輔助補救教學，並依照個案學生之數學學習表現與學習程度編撰科技輔助補救教學教案與學習單，教學過程中個案會使用平板中的程式來完成課程中的任務，輔助個案學習，並觀察學習成效，考量個案學生對於科技輔助教具操作較不熟悉，在學生自行操作前教師會先示範一題範例題並教導學生操作。此次研究的教學時間為利用學生午休時間進行抽離式教學，總計三節課，每節課約 30 分鐘 。研究程序分為「診斷、介入、評量」三階段，步驟如下：

（一）**診斷前測**：1. 調查個案平常學習情形。2. 實施教學前測，了解學生的迷思概念。3. 編撰適合個案學生的學習單。

（二）**教學介入**：1. 依據自編教材進行教學。2. 蒐集學生學習歷程資料。

（三）**成長後測**：1. 褪除虛擬教具，實施教學後測，了解學生學習成效。2. 學生數學興趣調查表。

二、研究對象分析

研究對象為新竹縣某國中二年五班之三位學生，性別皆為女性，經由平常數學學習表現與段考成績篩選為數學低成就有接受學習扶助之學生，其特質具備顯著差異性：

1. **個案 A（數學能力極薄弱，為個案 B 的雙胞胎妹妹）**： 對於負號、係數等代數符號極度焦慮，尤其在變號過程中常產生錯誤。其性格沈默寡言，因學習數學帶來的高度挫折而有習得無助感，面臨困難時易呈現放棄狀態，需研究者透過給予密集的口頭鼓勵與引導回饋來增強信心。
2. **個案 B（個案 A 之雙胞胎姊姊）**： 與個案 A 相比能力稍佳，但對於抽象概念仍需高度口頭提示。與妹妹同樣沈默，但具備較好的觀察模仿力，能觀察老師操作後嘗試自行模仿計算與拼代數磚。
3. **個案 C（數學能力弱，但為三名個案中較佳者）**： 在班級中數學屬學習落後，無法進行快速的運算，對於較抽象的代數觀念也需要大量協助才能正確作答，但與另兩名個案比較則展現較佳的遷移能力，能從拼圖經驗快速歸納出代數磚與因式分解之間的關聯。

三、 教學活動設計

本研究之教學設計遵循「由具體到抽象」CRA（具體—圖像—抽象）教學策略。透過使用平板操作虛擬教具，幫助學生建構、內化因式分解的數學概念，提升學生的學習。

「矩形拼板」教學設計

研究工具首先採用 代數磚（Algebra Tiles） 作為操作性模型，其由代表 x^2的大正方形（甲板）、代表x的長方形（乙板）及代表常數 1 的小正方形（丙板）所組成，讓學生能將抽象的多項式運算轉化為直觀的「面積模型」進行拼湊與拆解，以下提供圖 1、2 學習單範例與學生操作示例 。

任務引導：給定面積x^2+3x+2，引導學生思考：「如何將這些拼圖組合成一個完整的長方形？」 。

紀錄與整理：學生完成拼圖後，需在學習單上記錄該矩形的長（$x+1$）與寬（$x+2$）。

內化：挑戰進階題型如$x^2+11x+30$與$2x^2+7x+3$，觀察學生是否能從虛擬的代數磚推論出數值關係，其後褪除平板讓學生進行紙筆作答 。

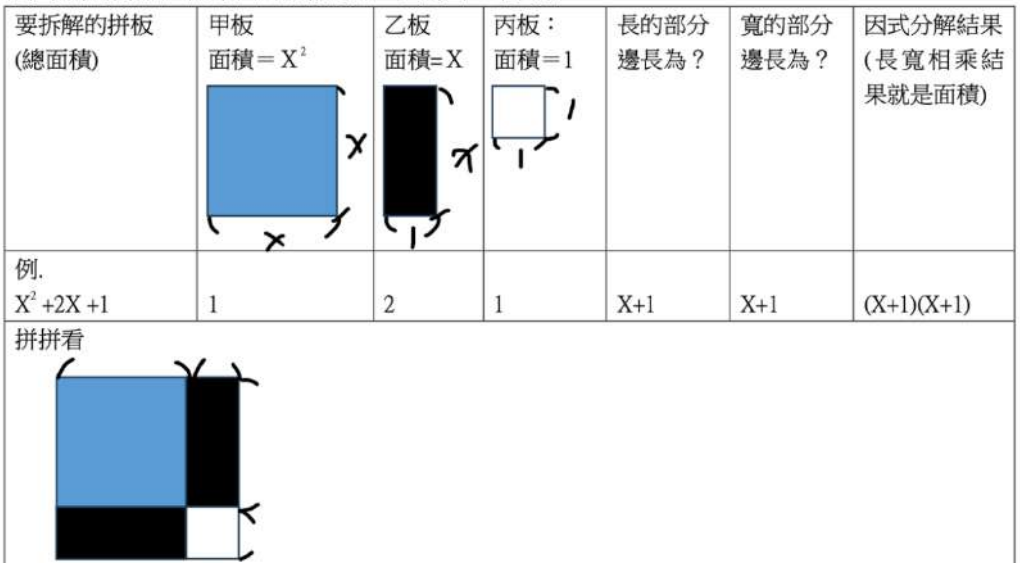
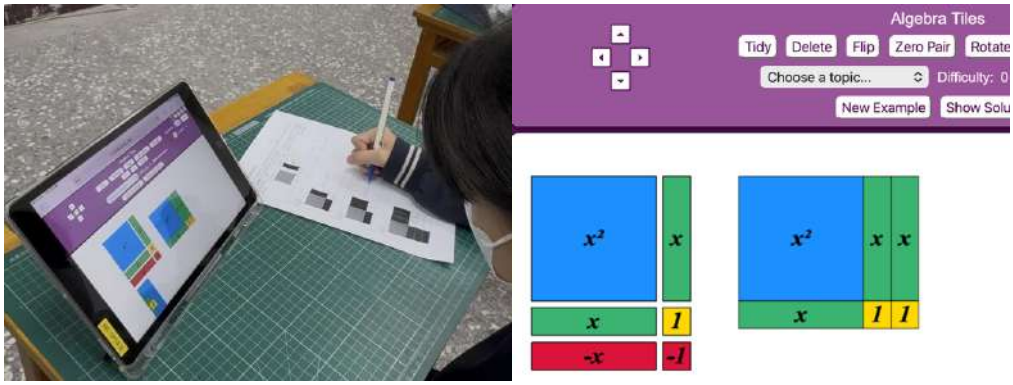


圖 1 學習單範例



- 圖 2 學生操作與平板示例

四、資料蒐集與分析方法

（一）前後測試卷

研究者依據教育部頒訂數學領域課程綱要及數學領域課程手冊之學習內容與學習表現之「A-8-4：因式分解」、「A-8-5：因式分解的方法」，設計因式分解的前測卷，每卷 3 題，前測試卷之目的在於探究個案學生之迷思概念；後測卷共 3 題，其目的在於探究個案學生於因式分解單元之學習表現。前後測題目為相同類型題目，第一題為最基礎的因式分解，如.x^2+6x+8，第二題為常數項數值較大的因式分解，如$x^2+13x+42$，第三題為二次項係數不為 1 的因式分解，如$4x^2+10x+6$。教學活動進行前進行前測測驗，並於教學活動結束後進行後測測驗，再由研究者進行訪談以探究個案學生之因式分解的迷思概念與學習表現。

（二）課室觀察

研究者在本研究中為教學者與觀察者。本研究中將進行三次課程，每次 30 分鐘，共計 90 分鐘。教學活動進行時將全程錄音錄影，研究者於教學活動結束後，將影音資料進行分析，以觀察個案學生於教學活動中之言行舉止、學生間互動及師生間互動，以分析個案學生之學習表現。

（三）數學興趣調查表與訪談

本研究於教學前與教學後各進行一次訪談，教學前訪談之目的在於分析及了解學生於因式分解的迷思概念；教學後訪談與教學活動後訪談之目的為探究學生於虛擬教材融入因式分解補救教學之學習表現。而數學興趣調查表則是在科技輔助教學後評估教學介入對學生「自我效能感」的影響，可探討學習動機是否因科技輔助而進一步被啟發也能了解個案學生內心的學習興趣。

（四）自編科技輔助教學講義

研究者編撰符合個案學生之學習程度、學習特質的學習單。教學活動中，學生藉由研究者自編講義搭配科技輔助教材來進行學習，因此研究者可藉由學生之學習單分析學生之學習表現。

（五）教學省思

研究者於教學活動實施時蒐集上述資料，教學活動實施後，進行資料分析，檢視與省思教學活動實施之情形，並觀察與分析學生之學習表現後，作為日後教學改進的依據。

（六）資料分析

本研究採取質性為主的分析取向，並輔以量化的成績數據進行交叉比對。針對三節補救教學課程中的課室觀察錄影與訪談內容，研究者首先將影音資料

轉錄為逐字稿，透過反覆閱讀，從中歸納出個案學生在面對「因式分解」時的迷思轉變路徑，並觀察個案在操作虛擬代數磚時的言行舉止，以及師生互動中的引導反饋，藉此探討科技輔助工具如何作為「認知鷹架」協助學生進行表徵轉換。量化資料，研究者針對前後測驗卷進行計分，並將答題情形整理成對照表，用以直觀地呈現學生在介入前後的學習成效 。

本研究採取「方法三角校正」，旨在確保對三位低成就學生在「因式分解」學習成效與歷程的詮釋不致偏於研究者的主觀臆斷。具體執行方式如下：

1. **多樣化的資料蒐集：**包含量化的前後測試卷分數、質性的課室觀察錄影與逐字稿、學生學習單的操作痕跡，以及課後訪談紀錄 。透過這些資料的相互對應，研究者得以更精確地掌握個案的學習轉變。
2. **研究者與個案的觀點省思：**研究者在教學過程中捕捉個案的學習行為，透過錄影與逐字稿分析教學狀況並對課程進行修正，教學過程與教學後皆對個案進行訪談與學習興趣調查，分析個案視角，並進行檢討修正，有助於從不同角色位置對同一教學事件進行解讀。

肆、研究結果

一、個案學生在科技輔助因式分解教學的學習歷程與學習成效

以下先統整三位個案的前後測表現，科技輔助教學在本次補救教學中發揮了關鍵作用。虛擬教具提供了一個可視化且低風險的試錯環境，讓這群低成就學生不再受挫於抽象符號。個案學生前後測題型答題狀況彙整如表 1

學生前後測答題狀況	個案 A		個案 B		個案 C	
	前測	後測	前測	後測	前測	後測
因式分解二次項係數為 1	X	V	V	V	V	V
因式分解常數項數值較大	X	V	X	V	V	V
因式分解二次項係數不為 1	X	V	X	X	X	V

表 1 個案教學前後測答題情形

本研究共進行三次課程，每次 30 分鐘，共計 90 分鐘，研究者針對三位個案學生實施科技輔助因式分解補救教學，提供自編科技輔助課程學習單與平板數學教學程式（代數磚塊），透過平板矩形拼板的介入，觀察其從具體操作到抽象運算的認知轉化歷程。研究者觀察並分析個案學生於因式分解之前測試後測試卷與答題情形，錄製教學影片觀察、了解學習歷程，並輔以訪談方式了解個案學生於因式分解的解題想法並分析他們的迷思概念，以下分別詳述個案。

（一）個案 A

在教學介入前，個案 A 完全無法理解因式分解的概念，前測題目全數答錯，她雖然能辨識出多項式的組成，但在處理x^2+6x+8 時寫出$(x+3)(x+4)$ ，顯示出她僅是隨機抓取數字進行湊數，在前測後訪談個案作答思路，*研究者：「你是怎麼算的？」個案 A:「我不知道怎麼算，亂猜的」*。經過研究者觀察，個案 A 於第一題的答案與個案 B 第二題答案相同，推斷個案 A 答案為偷看個案 B 前測卷之結果。面對二次項係數不為 1 的題型，個案 A 放棄作答。

在教學過程中，透過教學影片研究者觀察在初期使用平板代數磚塊時個案無法自行操作，經過研究者示範範例題後，學生了解操作模式與代數磚塊邊長與因式分解的關聯，第二題便能自行操作並答對，訪談學生作答思路，*研究者：「你是怎麼完成作答的呢？」個案 A：「我發現用這個拼板拼成指定面積的長方形後，他的邊長就是因式分解的過程。」*之後的例題，個案 A 也表現出較快的作答速度與明顯提升的答題正確率。

透過科技輔助融入教學個案 A 有明顯進步。在教學歷程中，她能準確地紀錄甲、乙、丙三種拼板的數量，並成功在平板上拼湊出對應的矩形 。這種視覺化回饋幫助她克服了對符號的恐懼，讓她能正確推導出邊長並完成因式分解。在後測中，她已能獨立完成如$x^2+13x+42$等題型，甚至在進階題$4x^2+10x+6$中，也能正確寫出$(4x+6)(x+1)$，證實虛擬教具成功協助其建立了穩固的面積模型認知。以下提供後測作答圖 3。

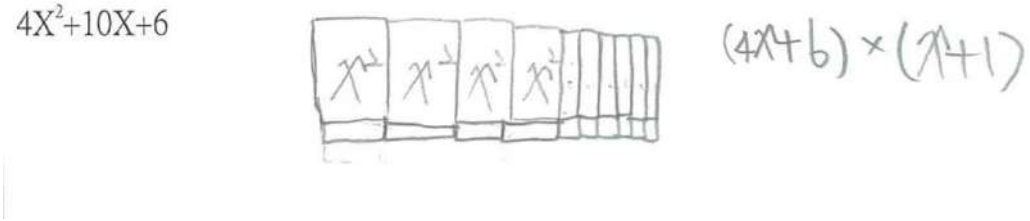


圖 3 個案 A 的後測作答

（二）個案 B

具備基礎的數字拆解能力，但其解題歷程高度依賴不穩固的記憶。在前測中，她雖能正確分解x^2+6x+8，但在隨後的$x^2+7x+10$題型中卻填入$(x+3)(x+4)$，反映出她僅注意到中間一次項的平衡，並未建立「和與積」的驗證邏輯。

在科技介入教學中，個案 B 透過平板的動態操作，逐漸理解了「矩形拼圖」與「因式分解」之間的關聯，圖象表徵提供一個鷹架幫助學生理解數學架構，並讓學生在操作的過程中連結代數符號。在處理進階題$2x^2+7x+3$時，她能從視覺上察覺二次項排布的邏輯，並在學習單上記錄下精確的邊長結構。後測結果顯示，個案 B 不僅能流暢地解決基礎題，甚至能主動在紙本上自發性地畫出「矩形草圖」來輔助思考。這種將虛擬教具的操作經驗內化為心智圖像的表現，正是教學成效最直接的證據，惟在後測$4x^2+10x+6$中，個案 B 算出$(4x+2)(x+3)$的答案，訪談學生算數歷程與錯誤原因，*個案 B：「12x 減去 2x 剩下 10x，是對應的一次項。」*顯示學生在進行教學後，對於數字性質符號還是有搞混的狀況，在圖示方面也能看出學生在繪圖輔助的過程中，將邊長為 2 的部分塞了三塊小塊拼版，可知學生在繪圖上還是有認知誤差。以下提供後測作答圖 4。

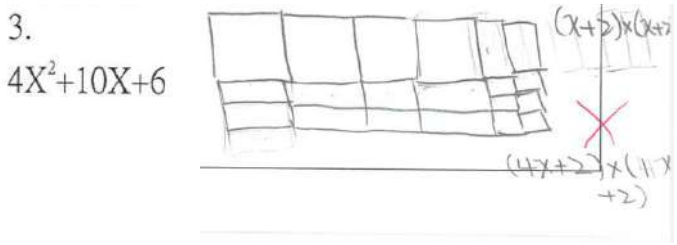


圖 4 個案 B 的後測作答

（三）個案 C

這名個案是三位個案中具備較好的數學能力的學生，能自發性地在紙上畫出了類似「矩形框架」的草圖，然而從其圖形標註可見，她雖然有「面積構成」的思維，卻無法準確地將x^2、一次項與常數項填入正確區域。她在處理二次項係數為一的題目雖都正確，但當二次項不再是單純的x^2時，原本脆弱的面積模型便無法應付多出來的係數 3。說明她的幾何與代數概念無法應付更複雜

的代數結構。這顯示了在缺乏科技輔助教具介入前，低成就學生對於非標準型式的多項式存在嚴重的排斥感與認知斷層。而面對二次向係數不為 1 的題目時，留白的行為也代表個案 C 在短暫思考後，發現現有的認知無法解題目，進而產生逃避心理，直接放棄嘗試。

透過虛擬拼板教學，個案的「圖形－數值」連結變得清晰。在學習單的「牛刀小試」階段，她展現了極高的準確度，能迅速完成從x^2+3x+2到$2x^2+7x+10$的所有任務。從其後測卷中可以看到，個案 C 在處理每一道題時，都會先繪製矩形拼板圖。她透過圖像標註了各部分的邊長，進而推導出算式。特別是在二次向係數不同的$4x^2+10x+6$中，她精確地畫出包含 4 個x^2項與常數項的矩形拼板，並導出$(4x+6)(x+1)$，展現認知發展與知識遷移成效。以下提供後測作答圖 5。

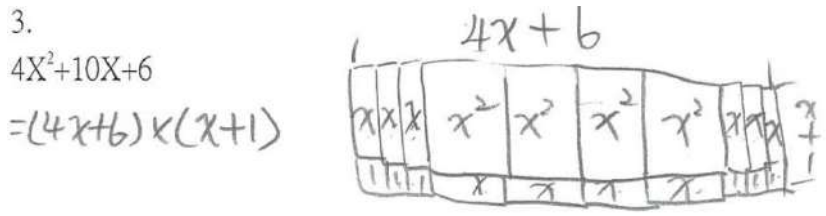


圖 5 個案 C 的後測作答

綜合三位個案的表現，科技輔助教學在本次補救教學中發揮了關鍵作用。虛擬教具提供一個可視化學習環境，讓這群低成就學生不再受挫於抽象符號。

二、個案學生在科技輔助因式分解教學的學習興趣

從教學後個案填寫的學習興趣調查表（表 2）中研究者發現，三位個案的分數皆高於 2.5 分，顯示他們對科技輔助教學有正向的學習興趣，其中個案 A 雖本身學習興趣不高，但研究者發現在第五題：我覺得平板能提升數學學習成效。的分數給到四分，根據訪談結果，個案 A 表示*「操作平板很麻煩，但是對幫助我理解數學概念是有用的。」*個案肯定科技融入教學的學習效果，在後測結果中研究者也明顯看出學生在因式分解題目答對數顯著提升。

題目	個案 A	個案 B	個案 C
1. 科技輔助教學讓我對數學更感興趣	2	3	3
2. 使用平板學習數學後我更容易算對題目，也感到有成就感	3	4	4
3. 我覺得使用平板學習數學比單純計算更容易理解	3	5	4
4. 我想增加學習數學的時間	3	3	3
5. 我覺得平板能提升數學學習成效	4	4	3
6. 我喜歡用平板學習數學	1	3	3
總平均	2.7	3.7	3.3

表 2　學生興趣調查表　　註：1-5 分李克特量表

伍、結論與建議

本研究藉由科技輔助教學進行因式分解的補救教學，以教育部十二年國民基本教育課程綱要之數學領域課程綱要作為研究範疇設計出科技輔助的學習單，促使學生進行思考、操作，最後再由老師後測、統整學生的學習表現，藉以使學生熟悉因式分解的相關概念，並釐清迷思概念。

本研究透過個案研究法，深入探討了科技輔助教具融入「因式分解」的教學成效。研究發現，對於長期在抽象代數符號中受挫的低成就學生而言，科技輔助教具不僅是輔助工具，更是重構數學認知的關鍵鷹架。

在因式分解單元中，透過平板中的矩形拼板的操作，個案學生成功將抽象的二次式拆解轉化為直觀的面積模型。個案 A 原本對因式分解毫無概念，但在介入後能準確辨識甲、乙、丙三種拼板的數量，並建立「邊長即因式」的幾何概念。個案 B 與個案 C 則展現了優異的知識遷移，在褪除虛擬工具後的後測中，能自發性地在紙本上繪製矩形草圖輔助運算，證明了虛擬操作已內化為其內在的解題策略。

整體而言，科技輔助教學有效提升了學生的自我效能。從個案 A 題目答對率顯著提升，以及個案 B、C 從棄答轉變為積極運算的表現，可見視覺化回饋成功緩解了學生的數學焦慮，重建了學習信心 。

基於上述結論，本研究對未來教學實務與後續研究提出以下建議：在教學實務面向，建議教師在實施學習扶助時，應落實 CRA（具體—圖像—抽象） 的教學歷程。科技輔助教具應作為引導工具，而非取代思考；教師應引導學生在操作後進行紙本紀錄，確保學生在褪除科技工具後仍具備獨立解題的能力。此外，針對低成就學生，教學設計應優先考量「動態回饋」的功能，讓學生能透過即時的視覺變化進行自我修正，減少挫折感。

致謝

感謝清華大學林勇吉教授對此論文的指導與協助

參考文獻

楊惠雯（2009）。**虛擬教具應用於國中學生學習多項式展開與因式分解之影響**（碩士論文），國立陽明交通大學，新竹市。*http://hdl.handle.net/11536/46418*.

許錦芳（2005）。**資訊融入教學對國中資源班學生的數學學習態度與成就之影響**（碩士論文），國立陽明交通大學，新竹市 *http://hdl.handle.net/11536/42480*.

薛曉琳、周保男（2017）。動態幾何軟體 GeoGebra 導入國中數學教學之實驗研究：以二元一次方程式圖形為例。**教育傳播與科技研究，(117)**，31-46。https://doi.org/10.6137/RECT.201712_117.0003.

施創譯（2019）。**國中階段數學科補救教學方案學習成效個案研究**（碩士論文），國立臺灣大學，臺北市。https://doi.org/10.6342/NTU201902546.

莊淑如（2009）。**虛擬教具融入國小二年級位值概念補救教學之研究**（碩士論文）。中原大學，桃園市。https://doi.org/10.6840/cycu200900730.

陳冠霖（2016）。**虛擬教具教學對學生學習成效影響之後設分析**（碩士論文）。國立陽明交通大學，新竹市。*http://hdl.handle.net/11536/138783*.

教育部（2014）。**十二年國教課程綱要總綱**。教育部。

Case Study of Technology-Assisted Instruction in "Factorization" for Low-Achieving Students

Yu-Ming Hsu
[1]Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University

Abstract

This study adopts a case study method focusing on the individual needs of low-achieving students to explore the impact of technology-assisted instruction on learning effectiveness and interest in "Factorization." Given the highly abstract nature of this unit, it has long been a learning bottleneck for eighth-grade students. Three low-achieving eighth-grade students were selected as subjects. Utilizing a CRA (Concrete-Representational-Abstract) instructional strategy, a withdrawal instructional intervention was implemented using tablets to manipulate virtual algebra tiles. This approach guided students to construct the concept of factorization through visual representation and hands-on operation.

The findings indicate that all three cases showed improvement in learning effectiveness following the intervention. Case A demonstrated the most significant progress; initially unable to solve any problems, Case A became capable of completing factorizations using tiles during the process and answered all post-test questions correctly. Cases B and Cinitially faced significant difficulties with quadratic expressions where the leading coefficient was not 1; however, after the technology-assisted instruction, both were able to solve all three post-test problems, with Case C achieving a perfect score. Furthermore, regarding learning interest, all three subjects stated that technology-assisted instruction helped them understand mathematical concepts and improved their performance, maintaining a positive attitude toward the teaching method.

Overall, technology-assisted instruction significantly reduces the cognitive load of low-achieving students. Through the CRA strategy and the "concrete-to-abstract" operational process, the intervention not only helped students clarify misconceptions and master mathematical content but also enhanced both learning effectiveness and interest.

Key words: Technology-Assisted Instruction, Factorization, Low-Achieving Students, Case Study

學生小組成就區分法融入六年級認識速率教學之研究

蔡承翰[1] 胡豐榮[2]
[1] 國立臺中教育大學數學教育系 bma1121112@gm.ntcu.edu.tw
[2] 國立臺中教育大學數學教育系 fengrung@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討學生小組成就區分法(Student Teams Achievement Division)融入國小六年級數學「認識速率」單元教學對學童數學學習情緒與學習成效之影響。研究採準實驗研究法，以臺中市某國小六年級兩個班級學童為研究對象，其中一班為實驗組，採用學生小組成就區分法進行教學，另一班為對照組，採用傳統講述式教學。研究工具包含數學學習情緒量表與認識速率單元測驗，並以統計方法進行資料分析。

在情意面向，實驗組在學生小組成就區分法的教學介入後，快樂與得意等正向情緒有顯著提升，而焦慮、憤怒與無聊等負向情緒則沒有顯著差異，這表示學生小組成就區分法在認識速率的單元中，有助於提升學童的學習參與度與信心。在學習成效方面，實驗組學童平均成績略高於對照組學童，但經過獨立樣本 t 檢定分析後，兩組學童之學習成效未達顯著差異；然而，實驗組之標準差明顯縮減，說明學生小組成就區分法具備穩定班級學習表現與縮減學習落差之功能。本研究結果可提供第一線教師在數學教學設計上之參考，建議未來研究可擴大樣本量或延長實驗週期，以進一步探討合作學習在數學教育中的長期成效。

關鍵字：學生小組成就區分法、認識速率、數學學習情緒

壹、緒論

一、研究動機

數學為基礎教育階段的核心領域，在培養學童的邏輯思考、問題解決與推理判斷能力。然而，在教學現場中，國小高年級學童面臨數學學習時，常因題目理解困難或計算過程複雜，進而產生學習焦慮、挫折感或缺乏興趣，就會直接影響其學習表現與態度。如何透過有效的教學策略提升學童的學習動機與參與，已成為數學教育中相當關鍵的課題。

在國小數學課程中，「認識速率」單元是六年級上學期的重要指標。學童需理解距離、時間與速率間的比例關係，並將其應用於生活情境。然而，速率概念牽涉到不同單位的換算與邏輯思考，很容易超出他們的認知負荷。若教師能透過適當的教學設計促進生生互動，將有助於學童對於解決抽象概念的理解。

近年來，合作學習在教育研究與教學現場備受重視。其中，「學生小組成就區分法」（Student Teams Achievement Division,以下簡稱 STAD）透過異質分組、教師全班授課、個別測驗與「進步積分制」，建構出積極互賴的學習環境。在此架構下，高成就學童能透過教導他人深化理解，體現了 Vygotsky 所主

張的鷹架理論，而低成就學童則能在同儕支持下獲得成功機會。此外，結合 Quizizz 等數位平臺的即時回饋，更能強化 STAD 教學法的成效。

回顧過去關於 STAD 教學法之相關研究，多數文獻聚焦於一般性學科成就之提升（如：國語、社會或數學一般運算），且研究對象多為全學期的長期追蹤。在國小數學中，認識速率單元涉及複雜的單位換算（如時速與秒速之轉換），屬於高認知負荷且易讓學童產生挫折感的特定領域。此即為本研究與既有文獻之重要區隔，本研究鎖定特定難點單元，探討短週期教學介入對學童心境轉化的動態影響。

本研究也受到情意教育之重要性啟發，根據 Pekrun(2006)的「控制－價值理論」，情緒與認知表現密不可分。然而，過去關於速率教學的研究多側重於認知成績，較少深入探討教學實驗對情緒變遷的影響。因此，本研究採用具備學術論證之數學情緒量表，探討 STAD 教學法在速率單元中，如何扮演調節學童學習情緒的角色，為教學現場提供更具有意義的教學指引。

二、研究目的

本研究旨在探討 STAD 教學法融入國小六年級速率單元之實務成效，基於上述的研究動機，具體研究目的有以下三點：

(一)比較 STAD 教學法與傳統教學在「認識速率」單元學習成效（測驗成績）之差異。

(二)透過「回顧性量表」設計，分析學童在 STAD 教學法教學歷程中五種數學學習情緒（快樂、得意、焦慮、憤怒、無聊）之變遷情形。

(三)藉由教學實踐過程，觀察學童在小組互動中修正速率迷思概念（如單位換算）之具體表現。

貳、文獻探討

一、合作學習的理論基礎與 STAD 教學法之特質

合作學習並非單純的學童分組，而是一種結構嚴謹且系統化的教學策略。根據廖玉鈴與林素微（2020）的定義，其核心價值在於以學習者為中心，透過異質性的分組設計，引導學童在「積極互賴」的基礎上有共同達成學習目標。這種模式強調組員間的信賴與互助，使學習不再是孤立的個人競爭，而是轉變為共同協作歷程。經典文獻（如 Slavin, 1995; Johnson & Johnson, 2014）均證實相較於傳統講述式教學，合作學習對於增進學童學業成就、激發學習動機，以及強化同儕互動表現具有顯著效益。

在合作學習型態中，STAD 教學法有引導與探究的特色。STAD 教學法先由教師進行全班授課，不僅能有效預防學童的迷思與建立正確概念，幫助學童在小組互助提供穩固的基礎。廖玉鈴與林素微（2020）指出，STAD 教學法的關鍵在於「進步積分」的評分機制，透過將個別測驗分數與學童個人的基本分數進行比較，確保不同程度的學童皆有相同的成功機會。這種機制改變了傳統評量上的排名壓力，讓每位學童都能感受到為小組貢獻的實際價值。

二、數學領域之合作學習實踐與指導策略

針對國小數學教學，合作學習被視為降低抽象概念認知負荷的重要手段。廖玉鈴與林素微（2020）在針對偏鄉小校的研究中證實，STAD 教學法的教學策略能顯著提升學童在乘法單元的學習表現，並指出在異質分組時，除了學業能力，更需考量同儕間的互動關係。然而，教學現場中合作學習的成敗，往往取決於教師的指導深度。王金國（2024）強調教師在合作學習中常面臨課堂秩序不佳或互動流於形式的困境，關鍵在於缺乏整體的指導架構。王金國以「團隊運動」的指導經驗，認為教師應將「合作規則」、「合作技巧」與「合作程序」視為教學介入的重要支柱。教師不僅是下達分組指令，反而要像運動教練一樣，透過示範、引導與反思，教導學童如何傾聽、如何進行建設性討論與引導，才能建構出高品質的學術討論環境。

三、控制－價值理論與學習情緒之關聯性

在教育情意方面，Pekrun(2006)提出的「控制－價值理論」為解析數學學習情緒提供了完善的框架。該理論主張，當學童感受到對學習任務具備一定的控制感，例如:學童在 STAD 教學法的小組中獲得同儕支持與肯定時，會誘發愉悅與自豪等正向情緒。相反的，當任務難度過高且缺乏支持時，容易產生焦慮與無聊等負面情緒。

這解釋了為什麼 STAD 教學法的模式能顯著優化學童的情意感受。透過異質小組的合作，學童在面對困難的題目時不再是孤立的個體，同儕間的互助提升了學童對學習的「主觀控制」，進而顯著提升「快樂」與「得意」等情緒向度。本研究結合廖玉鈴與林素微（2020）所建議的「多給予讚美與加分機會」之實務技巧，在透過 STAD 教學法營造高價值的學習情境。當學童在 Quizizz 競賽中獲得小組表揚時，其感受到的「誘發性自豪」能抵銷因速率換算帶來的挫折感。這種由社會互動推動的情緒轉化機制，正是本研究探討 STAD 教學法應用價值的重要學理依據。

參、研究設計與實施

一、研究架構

本研究旨在探討 STAD 教學法對國小六年級學童在「認識速率」單元之影響。本章針對研究對象之選取、準實驗設計之架構、分組之科學化程序、教學歷程之具體實施以及資料分析方法進行詳盡說明。

二、研究對象

研究對象本研究選取台中市市區某國小六年級兩個班級作為研究樣本。考量到研究場域的同質性，選取與同年級另一班進行實驗。

(一)實驗組：學童人數共 24 人。該班在數學教學中融入 STAD 教學法，並搭配 Quizizz 數位工具與「進步積分制」進行評量與激勵。

(二)對照組：學童人數共 25 人。對照組該單元教學由原班級教師維持傳統講述式教學法，教學進度與單元內容與實驗組完全同步，但不進行異質分組與積分獎勵。

三、研究設計

本研究採準實驗研究法，因應研究目的之不同，分別採取以下兩種分析架構：

(一)學習成效之實驗設計

在學習成效方面，本研究採「不等組僅後測設計」。研究者選取台中市某國小六年級兩個班級，實驗組接受為期 7 節課之 STAD 教學法教學，對照組接受傳統講述教學。實驗組於課前進行前測，其目的在於提供 SPSS 階層集群分析之分組指標，以確保小組內之異質性；教學實驗結束後，兩組進行相同的測驗卷之施測，以比較不同教學法對速率學習成效之影響。

(二)學習情緒之實驗設計

在學習情緒方面，本研究採「單組前後測設計」。僅針對實驗組進行「國小高年級數學學習情緒量表」之施測。本研究採用「回顧性施測」設計，於實驗結束後同時收集學童對於教學前與教學後的情緒感知，以評估 STAD 教學法對學童情意面向之影響。

四、研究分組設計

為落實 STAD 教學法核心精神中的「組內異質、組間同質」，研究者屏除傳統的主觀分組，採取以下嚴謹程序首先在變數選取，研究者蒐集學童上學期數學期中考成績、本單元前測分數以及平時作業表現作為分組指標。之後利用 SPSS 統計軟體，進行階層集群分析，採 Ward 法計算個案間之歐基里德距離平方。此分析將全班學童依據能力特質分為「高成就」、「中成就」與「低成就」三個穩定群體。為落實異質分組，依據集群結果採常態分配，將全班分為 6 個小組。每組均包含二名高成就、一名中成就及一名低成就學童。此做法確保了每一組在討論時皆有領航者與受助者，並保證各組間平均起始戰力一致，以維持小組競賽之公平性。

五、研究工具認識速率單元測驗卷

由研究者根據編排的教學內容與學習目標，選用康軒版 114 年度第十一冊第八單元測驗卷，內容涵蓋「速率的定義」、「距離、時間和速率的關係」及「速率單位的換算」。

本研究之數學學習情緒量表是使用張榆平(2025)「國小高年級學生數學情緒量表」，已取得原作者同意做為回顧性前測進行施測，共計 27 題，涵蓋愉悅、自豪、焦慮、憤怒及無聊等五大情緒維度，採 Likert 五點量表。

本研究設計，係於七節課之教學實驗結束後進行單次施測，請學童同時針對參與研究者教學前與參與研究者教學後之情緒感受進行回顧性填答。

效度經過原作者與學術論證後具備良好內容效度。此問卷會於實驗後進行測驗，以評估學童在本次 7 節課前後數學學習情緒的變化，讓研究者可以更進一步分析 STAD 教學法是否為有效的教學策略，能夠幫助學童減少負面情緒，並有效提升學童的學習動機。

六、教學實施程序

STAD 教學法之具體落實本教學實驗歷時 7 節課（共 280 分鐘），首先全班授課，研究者利用電子白板進行速率定義（如秒速、時速）的基礎講解，複習先備知識以及解決學童對單位換算的迷思。再來小組學習，學童回到異質小組討論。高成就學童負責分享解題方式與單位換算提示，並引導組員共同思考。研究者穿梭各組給予鷹架引導，並鼓勵不同小組上台分享解題策略，並讓各組學童討論。最後每一小節結束後實施 Quizizz 測驗，研究者會讓學童去換算「個人進步分數」，表現優異之小組獲得公開表揚，以強化團隊凝聚力並增加學習挑戰性。

七、資料處理與分析研究者

蒐集資料後，錄入 SPSS 軟體進行分析，針對實驗組與對照組之「認識速率」單元後測成績，計算其平均數與標準差，並透過獨立樣本檢定 t 檢定，檢驗實驗組與對照組在後測表現上是否達顯著差異。而數學學習情緒量表分析，由於問卷是由實驗組施測且採回顧性設計，故透過成對樣本 t 檢定，比較學童在參與 STAD 教學法前後，於愉悅、自豪、焦慮、憤怒、無聊等五項指標之感受是否達顯著差異，藉此判斷教學處理對情意面向之影響，並進一步分析各情緒維度之變遷是否具備統計學上之意義。

肆、研究結果與討論

本章旨在分析並討論 STAD 教學法對台中市某國小六年級學童在「認識速率」單元之學習成效與學習情緒之影響。

一、STAD 教學法對學習成效之影響

本研究透過獨立樣本 t 檢定，檢驗實驗組與對照組在「認識速率」單元後測成績之差異。

表 4-1

兩班認識速率單元學習成效之描述統計

組別	班級人數	平均數(*M*)	標準差(*SD*)	*t* 值	*p* 值
實驗組	24	83.25	14.94	0.868	0.389
對照組	25	78.56	21.98		

由表 4-1 可知，實驗組之平均成績（$M = 83.25$）雖高於對照組（$M = 78.56$），但 t 檢定結果顯示實驗組與對照組在速率單元後測成績之平均值未達顯著差異（$p = 0.389 > 0.05$）。

分析其原因，除了「認識速率」單元涉及複雜單位換算與抽象邏輯，屬於高認知難度單元，且教學介入僅七節課，學童尚需時間內化解題技巧外，本研究之樣本數也為關鍵因素。在統計學上，樣本數較小會限制統計檢定力，導致實驗介入之成效（即便平均數有所提升）較難在 p 值上達到 0.05 的顯著差異。然而，若排除樣本數對 p 值的限制，從描述性統計觀察，實驗組之標準差（SD = 14.94）明顯小於對照組（SD = 21.98），顯示學童在 STAD 教學法提

升整體表現的同時，也有效縮減了班級內的程度落差，此結果呼應了Slavin(1995)的觀點，即 STAD 教學法透過異質分組的同儕互助，能有效提供及時回饋。這證明即便在小樣本的情況下，STAD 教學法雖未能產生顯著的「平均值跳躍」，卻已實質發揮了縮減學習落差、穩定班級整體表現之功能，使低成就學童不至於因單元過難而掉隊。

二、STAD 教學法對數學學習情緒之影響

研究者透過「數學學習情緒問卷」之後測信度驗證與前後測成對比較，分析 STAD 教學法在學童在情意面上的表現。

為確保本研究所使用之「數學學習情緒問卷」具有良好之內部一致性，本研究以 Cronbach's α係數進行信度分析。由下表 4-2 的結果可知，各向度之信度係數介於 0.63 至 0.96 之間，其中「快樂」、「得意」、「憤怒」及「無聊」向度均達良好以上信度水準，而「焦慮」向度信度略低，但仍在教育研究可接受範圍內。整體而言，本研究問卷具有可接受之信度。

表 4-2

向度	Cronbach's α
快樂	0.96
得意	0.94
焦慮	0.62
憤怒	0.92
無聊	0.81

為探討 STAD 教學法對學童數學學習情緒之影響，研究者以成對樣本 t 檢定分析學童在教學前後之情緒變化。

成對樣本 *t* 檢定從下表 4-3 可以知道，在正向情緒向度中，因為「快樂」與「得意」這兩個向度中後測平均數皆高於前測，且有顯著差異（$p<.05$），因此可以知道 STAD 教學法能有效提升學童在數學學習中的愉悅感與成就感。然而，在負向情緒向度中，因為「焦慮」、「憤怒」與「無聊」之情緒在教學前後並沒有達顯著差異，所以可以知道 STAD 教學法雖然沒有明顯降低學童負向情緒，但也沒有造成負面影響。

表 4-3

情緒向度	前測平均	後測平均	*t* 值	*p* 值	是否有顯著差異
快樂	2.92	3.15	3.23	0.0037	有顯著差異
得意	3.10	3.34	3.26	0.0035	有顯著差異
焦慮	2.49	2.53	0.43	0.672	沒有顯著差異
憤怒	2.03	2.07	0.41	0.685	沒有顯著差異
無聊	2.64	2.59	1.45	0.162	沒有顯著差異

三、成績與情緒之交互影響

本研究發現，STAD 教學法在學童數學學習情緒具有正向影響，特別是在提升學童之學習愉悅感與成就感方面具有顯著效果。雖然在學習成效方面未達

顯著差異，但實驗組之平均成績仍略高於對照組，由此可知 STAD 教學法教學策略對學童學習表現具有正向發展趨勢。

四、小組互動過程與迷思概念修正之觀察

在教學過程中，本研究藉由 SPSS 階層集群分析落實「組內異質、組間同質」的原則，為小組競賽奠定公平的心理契約。針對速率單元中最具挑戰性的單位換算，研究者採取「比較法」引導（例如：對比一小時與一分鐘在相同速率下的移動距離），成功觸發學生的認知衝突，有效降低其認知負荷並轉化為邏輯推導。

觀察發現，STAD 教學法營造了高品質的社會互動。實驗組學童能展現主動發現並修正同儕迷思概念的表現。當組員或是上台的同學出現觀念錯誤時（例如：對單位換算產生混淆），學童能主動提出並修正同儕在單位換算上的錯誤（如提醒：1 公里應為 1000 公尺）。這種互動模式不僅落實了 STAD 教學法的分組程序，更從根本提升了學生對抽象數學概念的理解。

伍、結論

本研究以國小六年級「認識速率」單元進行七節課之 STAD 教學法教學實驗。根據量化與質性資料之觀察，本研究之結論先驗證了 STAD 教學法對數學學習成效。雖然實驗組與對照組在後測成績之平均值上未達顯著差異，因受限於本研究總樣本數僅 47 位，這可能限制了學習成效在推論統計上的顯著表現。未來研究若欲進一步驗證 STAD 教學法對速率單元之成效，應嘗試擴大樣本數，以提高統計檢定力，獲取更具代表性之研究結果。但實驗組的標準差低於對照組，此結果呼應了 Slavin(1995)的觀點，STAD 教學法透過異質分組的同儕互助，能有效提供及時回饋。這證明即便在小樣本的情況下，STAD 教學法雖未能產生顯著差異，卻已實質發揮了縮減學習落差、穩定班級整體表現之功能，使低成就學童不至於因單元過難而掉隊。透過小組合作討論，學生能在過程中和同儕互動增加溝通能力，不僅精進了數學邏輯，更獲得了上台發表的練習機會。

在數學學習情緒方面，實驗數據顯示實驗組學童在經歷教學介入後，其「快樂」與「得意」等正向情緒有顯著差異，有 95%的信心說學童在學習過程中較容易產生快樂與得意等正向情緒。根據 Pekrun(2006)的控制－價值理論分析，STAD 教學法結合 Quizizz 遊戲化測驗的機制，不僅提升了學習的興趣，學童在學習過程中能互相協助與分享解題想法，進而提升學習參與度與學習信心，顯示合作學習對學童的學習情緒具有正向影響。原本可能的習得無助感轉化為集體成就感，證明了合作學習在應對困難數學單元時具備關鍵的情緒緩衝功能。

從實驗過程中可以發現，成功的合作學習並非僅止於形式上的分組，而是建立在科學化分組與精準教學引導的基礎之上。本研究透過集群分析確保組間公平性，並落實王金國（2024）之社會技巧指導，使教學現場轉化為積極的互

動網路。

實務觀察證實，透過概念引導（如單位換算的邏輯推導）能有效降低認知負荷。在互動歷程中，學童能主動發現並修正同儕的迷思概念（如公里與公尺的換算錯誤），這精確呼應了 Vygotsky 的鷹架理論。高成就學童透過「教」來「學」，中低成就者則獲得即時回饋，此種互惠關係營造了活潑且具支持性的學習環境。本研究進一步證實適當的分組與教學引導與營造較活潑的學習環境，能促進學童之間的互動與合作，進而提升學童對數學學習的參與度。

參考文獻

壹、中文部分

王金國（2024）。從團隊運動的指導經驗談合作學習指導。**臺灣教育評論月刊**，13(3)，138-143。

張素貞、李俊湖（2014）。面對十二年國民基本教育：精進教學有效學習的教師專業成長方案規劃之研究。**師資培育與教師專業發展期刊**，7(1)，1-22。

張榆平（2025）。**國小高年級學生數學情緒量表之發展與探討。**(系統編號:113NTTCT1480004)〔碩士論文。國立臺中教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。

廖玉鈴、林素微（2020）。利用合作學習教學策略提升偏鄉小校國小二年級學童數學學習之探討。**臺灣數學教師**，41(2)，22-43。

貳、英文部分

Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2014). Cooperative learning in 21st century. *Anales de Psicología, 30*(3), 841-851.

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review, 18*(4), 315-341.

Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W., & Perry, R. P. (2002). Academic emotions in students' self-regulated learning and achievement: A program of qualitative and quantitative research. *Educational Psychologist, 37*(2), 91-105.

Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: Theory, research, and practice* (2nd ed.). Allyn & Bacon.

A Study on the Integration of Student Teams-Achievement Divisions (STAD) into Rate Teaching for Sixth Graders

CHENG-HAN TSAI[1], FENG-RONG HU[2]
[1]Department of Mathematics Education, National Taichung University
[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University

Abstract

This study investigated the effectiveness of integrating Student Teams-Achievement Divisions (STAD) into the teaching of "Rate" for sixth-grade students and analyzed its impact on achievement emotions and learning achievement. A quasi-experimental design was conducted with two classes in an elementary school in Taichung City. The experimental group received STAD instruction, while the control group received traditional lecture-based instruction for a seven-session intervention. Research instruments included a Mathematics Achievement Emotion Scale adapted from Chang (2025) and a rate achievement test.

The results indicated that regarding achievement emotions, the experimental group showed highly significant improvements in "Enjoyment" and "Pride." At a 95% confidence level, it can be concluded that the STAD mechanism effectively enhances students' positive emotions, while negative emotions showed no significant changes. In terms of learning achievement, although there was no statistically significant difference in post-test means between the two groups, a significant reduction in the standard deviation of the experimental group suggested that STAD contributes to stabilizing class performance and narrowing learning gaps. This study provides practical references for mathematics instructional design and suggests that future research could expand the sample size to explore the long-term effects of cooperative learning.

Keywords: Student Teams-Achievement Divisions (STAD), Rate, Achievement Emotions

Kagan 結構式合作學習應用於國小四年級「整數四則運算」教學之成效

李睿庭
新北市新店區安坑國民小學 dshs10339@gmail.com

摘要

本研究旨在探討 Kagan 結構式合作學習對國小四年級學生「整數四則運算」單元的影響效果。研究背景源於學生在複合運算邏輯階段常面臨認知負荷過重與學習挫折，傳統講述式教學難以有效改善此問題。研究採用單組前後測設計，以新北市天空國小四年級兩個平行班(共 40 名學生)為對象，進行九節課的 Kagan 結構式合作學習介入。主要運用 RallyRobin(輪流發表)進行概念複習，以及 RallyCoach(拉力賽教練)進行應用題練習，同時落實 PIES 四項核心原則(正向互賴、個別負責、平等參與、同時互動)。資料蒐集包含翰林版單元成就測驗進行前後測，與 Kagan 結構式合作學習教學後進行教育部合作學習感受問卷。結果顯示，全體學生學習成就前後測差異達統計顯著水準($t(39) = 2.189$, $p = 0.035$)，平均進步 6.77 分(9.64%)，效果量 Cohen's $d = 0.35$(小至中等效果)。合作學習感受問卷總平均得分為 3.16($SD = 0.55$)，介於「大部分符合」至「完全符合」區間，顯示學生對介入抱持高度正向態度。同儕互動技巧與學習動機向度表現尤為突出。導師班與平行班在學習成就與感受上均無顯著差異，證實 Kagan 結構式合作學習具良好普適性。

關鍵字：Kagan 結構式合作學習、整數四則運算、數學教學、四年級學生。

壹、緒論

一、研究動機與背景

國民小學四年級數學課程中，「整數四則運算」是由基礎單一運算過渡至複合運算邏輯的關鍵轉折點。在此階段，學生必須從直觀的單一步驟計算，跨越至至少選擇兩次四則運算程序，並將這些程序組成符合四則運算約定的有意義組合(許家驊，2016)。中低成就學生在此單元常面臨顯著的認知負荷，容易產生運算順序混淆或邏輯斷層，導致學習挫折感加劇，進而影響其數學自我效能感的發展，但多項本土研究顯示，適當的教學設計能有效提升學生的學習興趣與學習成就(方建良、黃秀霜，2014；陳國雄，2006；劉衍辰，2018；詹麗雯，2013)。

本研究之核心動機，植基於研究者任教學校積極參與教育部「分組合作學習計畫」。在受邀加入計畫核心團隊並參與「Kagan 結構式合作學習初階工作坊」的過程中，研究者透過系統化的專業研習，深刻體認到 Kagan 結構式合作學習對提升課堂參與度的顯著影響。在講師引領下，研究者親身經歷了從初期嘗試到深入互動的轉變，發現結構化的程序能有效帶動分享意願，使課程參與度呈現階梯式提升。在校內計畫實施過程中，研究者亦頻繁與同儕教師針對 Kagan 策略的轉化與實踐進行深度對話。在交流中發現，即便使用相同的結構化策略，不同班級特質下的學生反應與學習進展仍存在細微差異。這促使研究

者產生進一步探究之動機：在確保策略普適性的前提下，理解其在不同班級情境中的實施成效與學生反饋。

為真實反映教學現場並評估策略的普適性，本研究選定研究者擔任導師之班級與另一同校四年級平行班為對象。透過親自投入教學實踐，並採用 Kagan 結構式合作學習策略作為介入手段，冀望從學業成就、學習動機與同儕互動與師生關係等幾個面向，全面檢視此策略在國小四年級「四則運算」單元的成效，並比較兩班在前後測上的差異，以作為校內計畫團隊未來推廣教學策略的參考依據。

二、研究目的

本研究的研究目的有三：

(一)探討 Kagan 結構式合作學習對國小四年級學生「整數四則運算」學習成就之影響。

(二)探討 Kagan 結構式合作學習對學生數學學習動機、同儕互動技巧與師生關係之影響。

(三)分析並比較導師班與平行班在相同 Kagan 結構式合作學習介入下，其學習表現與感受之差異

三、待答問題

依據本研究的研究目的所衍生出的待答問題有三：

(一)接受 Kagan 結構式合作學習教學後，學生的整數四則運算學習成就表現有何變化？

(二)學生在參與 Kagan 結構式合作學習後，其學習動機、同儕互動與師生關係之感受有何變化？

(三)不同班級情境下，在實施相同 Kagan 結構式合作學習後，其學習成效有何差異？

四、名詞解釋

(一)Kagan 結構式合作學習： 指由 Spencer Kagan 所發展之教學模式。本研究聚焦於落實「PIES」四項核心原則，並具體執行 RallyRobin(輪流發表) 與 RallyCoach(拉力賽教練) 兩項結構，旨在透過程序化的互動確保課室參與之均等。

(二)整數四則運算學習成就： 指學生對四則運算的三個約定：「括號先算、先乘除後加減、算式由左而右計算」之掌握與應用能力。其成效由研究者參照 113 學年度翰林版編製之「前測卷」、「後測卷」得分衡量，並以「個人進步積分」作為評估個體成長之指標。

(三)學習感受： 指學生參與合作學習後之心理知覺。本研究中的學習感受是以教育部委託「活化教學～分組合作學習的理念與實踐方案」計畫團隊推出之學生分處合作學習經驗問卷調查為主，包含「學習動機與態度」、「同儕互動技巧」以及「師生關係」三個向度，由學生之主觀評價進行選填。

五、研究範圍與限制

(一)研究對象與場域：本研究以新北市天空國民小學(以下簡稱天空國小)四年級兩個班級共 40 位學生為研究對象。因受限於取樣地區與班級數量，研究結果對於其他不同背景學校之普適性(Generalizability)仍有其限制。

(二)教材單元：教學介入範疇僅限於 113 學年度翰林版四年級下學期之「整數四則運算」單元，研究發現未必能直接推論至其他數學領域。

(三)研究倫理與限制：為符合研究倫理，本研究對參與學校與受試者進行匿名處理。此外，因本教學介入期為九節課，屬短期實驗設計，對於合作學習之長期習慣養成與學業保留成效，仍待後續研究觀察。

貳、文獻探討

一、Kagan 合作學習與 PIES 原則

(一)Kagan 合作學習

分組合作學習是一種教學策略，強調學生在兩個人以上的小組中共同學習，以達成共同目標。它並非單純的分組活動，而是透過精心設計的任務和互動，促進學生間的互助、溝通和思考(王千倖，1997)。這個理論是基於 Vygotsky (1978)在 Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes. 一書中提及，當孩子發現他們無法自行解決問題時，他們會尋求成年人的協助，這是言語社會化的開始。當孩子可以藉由模仿來發展的水平即為實際發展區(The actual development level)；在教師的協助下，孩子可以達到的目標水平即為近側發展區(The zone of proximal development)。但其實協助的方式有很多，其中也包含了同儕之間的相互協助。也就是說，學生之間運用同儕能理解的語言進行互相講解，協助同學學習，這便是一種學習鷹架(張新仁、黃永和、汪履維等人，2013)。

Kagan(1994)提出的合作學習觀點，強調「結構化」(Structures)的重要性。與傳統小組討論不同，Kagan 認為有效的合作學習並非僅是將學生分組，而是透過具體的互動程序，確保每位學生在課堂中都能獲得平等的學習機會。

(二)PIES 原則

Kagan 主張一套成功的合作學習架構必須具備四項核心原則，簡稱為 PIES 原則(張新仁、黃永和、汪履維等人，2013；Kagan, 2013)：

1.**正向的相互依賴(Positive Interdependence)**：

小組成員間必須建立正向的相互依賴關係。透過共同目標的設定，使學生體認到個人的成功有賴於組員的共同合作。

2.個別負責 (Individual Accountability)：

每位學生都必須對自己的學習表現負責，每個人也都需要展現出自己所學習的知識。

3.公平參與 (Equal Participation)：

每項學習目標中，每個人的參與機會均等。透過結構化的規則，分配好每個人的任務，限制外向或高成就學生壟斷發言，並保障內向或低成就學生有對等的時間進行口語表達。

4.同時參與 (Simultaneous Interaction)：

同一時間內課堂中互動的學生比例最大化。透過兩兩配對(Pair)結構，使班級中同時有將近一半的學生在進行對話，而非傳統課堂中僅有一人發言、其餘學生被動傾聽的狀態。

二、整數四則運算的學習困難與合作學習相關研究

國小四年級「整數四則運算」是學生從單一運算邁向複合運算的邏輯轉折點。學生不僅需熟練基本計算，更須內化「括號優先」、「先乘除後加減」及「由左而右」等約定性規則。許家驊(2016)指出，此階段涉及多步驟的邏輯建

構，對中低成就學生而言，常因「認知負荷」過重，在處理併式紀錄時產生順序混淆或步驟遺漏。方建良與黃秀霜(2014)亦證實，運算規則的誤用常導致學生產生挫折感，進而降低其數學自我效能感與學習動機。

針對上述困境，文獻指出合作學習能透過同儕間的「社會互動」與「語言建構」，協助學生澄清抽象概念。張新仁等人(2013)強調，合作學習具備「鷹架(Scaffolding)」功能，能提供即時的錯誤修正與邏輯辯證。在本土實證方面，周香琦(2017)與廖玉鈴、林素微(2020)的研究均顯示，合作學習能顯著提升學生的學習動機與成就表現，尤其對提升中低成就學生的自信心與參與度有正向貢獻。

而國外研究指出，參與 Kagan 結構式合作學習的學生，其數學成就與未參與的學生相比，有顯著性的進步(Cline,2007)。亦有研究指出 Kagan 結構式合作學習能顯著增加學生的自我效能感與課堂積極參與度(Goulart,2022)。

儘管合作學習之成效已獲廣泛證實，且國外也有少數研究指出運用 Kagan 結構式合作學習能提升數學學習，但多數研究聚焦於廣義的分組討論，加上國內較少探討 Kagan 結構式合作學習運用於國小中年級數學單元的具體影響，尤其缺乏針對「整數四則運算」的前後測實證。本研究即以此為定位，透過 Kagan 結構式合作學習，提高學生在課堂中的參與度，藉由正向相互依賴，讓學生更有自信地表達所學，進而提升數學學習成就。

參、研究設計與實施

一、研究對象與設計

本研究採「單組前後測設計」(One-Group Pretest-Posttest Design)，欲探討 Kagan 結構式合作學習策略對國小四年級學生在數學科「四則運算」單元之學習影響。研究對象為新北市天空國小四年級兩個平行班，共 40 名學生(導師班 21 人，男生 11 人、女生 10 人；平行班 19 人，男生 9 人、女生 10 人)。兩班學生家庭背景、先前數學成就與性別比例相似，無明顯差異。各班均採「異質分組」模式，每組 4–5 人。分組依據學生的數學起點行為(上學期數學成績)與人際特質(教師觀察)進行交叉配置，確保組內能力與個性互補。

研究流程包含前測、九節課的 Kagan 合作學習介入(主要運用 RallyCoach 與 RallyRobin 等結構)、後測，以及合作學習感受問卷調查。為提升結果穩定性與可比性，研究者對導師班與平行班實施完全相同的教學介入、教材內容、測驗工具與教學節數。

然而，由於學校既有班級導師制度，導師班由研究者本人擔任教學者，平行班則由另一位具備相同年資與合作學習教學經驗的教師負責實施。兩位教師事先共同討論 Kagan 結構的實施細節、教學腳本與評量標準，以確保介入程序的一致性(fidelity of implementation)。

雖然單組前後測設計無法完全排除外部事件、自然成長、前測練習等內部效度威脅，但本研究已盡量控制教學節數相同、教材相同、教案相同，在結果分析時以班級為單位分別檢驗前後測差異，並比較兩班的進步分數，以檢視教師變項是否造成顯著差異。

本研究參考 Kagan 結構式合作學習之實證應用，於國小四年級數學四則運算單元實施。為確保研究倫理，所有學生資料均採匿名處理，並取得家長書面同意。

二、教學介入與程序

本研究之教材以翰林版四年級下學期「整數四則運算」為範疇，教學進度共計 9 節課，每節約 40 分鐘，核心採用 Kagan 結構式合作學習，強調正向互賴(Positive Interdependence)、個人責任(Individual Accountability)、平等參與(Equal Participation)與同時互動(Simultaneous Interaction)等 PIES 原則。教學過程中，教學者透過「計時輪流」的方式達成平等參與原則；藉由「個人進步積分」強化個人責任；運用輪流發表與拉力賽教練策略達成全班半數學生在同時互動；並以小組成員間的「共同解題目標」建立組員間的正向互賴。教學介入設計以學生配對合作為主，教師逐漸從講述者轉為引導者與觀察者。

具體而言，本研究主要運用以下兩種 Kagan 結構式合作學習：

(一)RallyRobin (輪流發表)：運用於概念複習，透過兩人一組輪流口說，落實「平等參與」與「同時互動」。例如：複習「連乘不論先乘哪兩個數答案皆同」概念時，由 A、B 同學輪流發表，確保每人皆有發言機會；複習四則運算約定時，A、B 同學輪流發表，一人發表一個四則運算約定。

(二)RallyCoach (拉力賽教練)：運用於四則運算應用題，透過獨立思考與對話，強化「個人責任」與「正向互賴」。例如：在解決「四則運算」的兩步驟問題時，先計時三分鐘讓 A、B 同學先獨立思考解題方法，再計時兩分鐘輪流擔任解題者(Player)與教練(Coach)。

為使上述結構與整數四則運算單元緊密結合，本研究發展之具體教學歷程與落實 PIES 原則之操作說明整理如表 1。

表 1

「整數四則運算」Kagan 結構教學歷程示例表

教學單元重點	採用結構	具體操作說明	PIES 落實原則
四則運算的性質	RallyRobin	教師請學生複習四則運算的性質，1 分鐘後將課本蓋上，給予學生 1 分鐘的時間，先由 A 同學分享 1 個四則運算的性質，再由 B 同學分享 1 個四則運算的性質，完成的組別趴下等待。	**平等參與**：計時 1 分鐘輪流發表，確保每人發言機會均等。 **同時互動**：全班同時有一半的學生在口述概念，另一半的學生在仔細聆聽。
括號先算	RallyCoach	教師給予 2 分鐘時間，請學生先各自完成課本中的 2 題練習題：56－（148－128）、18÷（2×3），再給每人 1 分鐘的時間，第 1 題先由 A 同學教 B 同學解題過程，B 同學觀察並給予讚美或及時修正。第 2 題再換 B 同學教 A 同學解題過程，A 同學觀察並給予讚美或及時修正。	**個別負責**：解題者必須獨立完成運算並對外發表。 **正向互賴**：組員願意一起學習、透過合作完成學習任務。

三、研究工具與資料處理

(一)研究工具

本研究採量化研究為主、教師觀察省思為輔之設計。透過多重資料來源之蒐集，評估 Kagan 合作學習之實施成效，具體工具如下：

1.數學成就測驗：採用翰林版四年級下學期「四則運算」標準化單元測驗卷，具備良好之內容效度。評量重點涵蓋運算順序約定(括號、先乘除後加減)及運算性質(連減、乘除混合)。教師於第一節課進行前測以確認起點行為，並於第九節課進行後測，藉以檢核九節課教學介入之成效。依據 Slavin 與 Kagan 之獎勵結構，計算後測與前測之差值，藉此量化學生是否達成「均等成功機會」之目標，並作為組內獎勵之依據。

2.合作學習感受問卷：引用自教育部「分組合作學習計畫」之標準化問卷，採四點量表形式。包含「學習動機與態度」、「合作技巧與同儕互動」及「師生關係」三大面向，選項為「完全不符合」、「大部分不符合」、「大部分符合」、「完全符合」(計分 1～4 分)，主要於介入結束後施測一次，由學生主觀評價選填，用以量化介入後的情意變動趨勢。

3.教師觀察省思紀錄：本紀錄作為量化數據之解釋性補充。研究者與協同教師針對「進步分數異常」之個案進行質性紀錄。

(二)資料處理與分析方式

本研究蒐集之量化與質性資料，處理方式如下：

1.描述統計：計算前後測成績與問卷分數之平均數、標準差，以綜覽整體進步幅與趨勢。

2.推論統計：採用「成對樣本 t 檢定」(Paired-Samples t-test)，檢驗教學介入前後，學生成就測驗與問卷得分是否達成統計上之顯著差異。

3.整合分析：將教師省思紀錄與量化數據進行交叉對照。透過解釋性分析，說明量化進步(或受限)之背後原因，使研究結論更具實務深度。

肆、研究結果

一、Kagan 結構式合作學習對國小四年級學生學習成就之影響

本研究旨在探究 Kagan 結構式合作學習對國小四年級學生「整數四則運算」學習成就之成效。透過對全體學生(N=40)進行前後測成績之成對樣本 t 檢定(Paired-Samples t-test)，分析結果如表 2 所示。

表 2

全體學生前測與後測之描述統計資料摘要(n=40)

測驗名稱	平均數 (M)	標準差 (SD)	標準誤	t 值	P 值(雙面)	Cohen's d
前測	70.23	18.847	2.980	2.189	.035	.346
後測	77.00	15.446	2.442			

全體學生(N=40)前測平均分數為 70.23(SD = 18.847)，後測平均分數為 77.00(SD = 15.446)，平均進步 6.77 分(進步幅度 9.64%)。成對樣本 t 檢定結果顯示，全體學生前後測差異達統計顯著水準($t(39) = 2.189$, $p = .035 < 0.05$，雙尾檢定)。效果量 Cohen's d 約為 0.35(小至中等效果)，顯示 Kagan 結構式合作學習介入對整數四則運算學習成就具有統計上與實質上的正向影響。

二、Kagan 結構式合作學習對學生數學學習動機、同儕互動技巧與師生關係之影響

本研究透過教育部「分組合作學習計畫」之標準問卷，針對參與 Kagan 結構式合作學習之學生進行後測調查。問卷採李克特四點量表計分，得分越高代表感受越正向，分析結果如表 3 所示。

表 3

合作學習感受問卷描述統計(N=40)

測驗名稱	平均數(M)	標準差(SD)	認同程度
合作學習感受問卷	3.16	0.55	高度認同

研究結果顯示，全體學生在合作學習情意感受之總體平均得分為 3.16(SD = 0.55)。以四點量表之評分標準而言，此分數介於「大部分符合」至「完全符合」之區間，顯示學生在經歷 RallyRobin 與 RallyCoach 之教學介入後，對於合作學習之實施抱持高度正向且積極之態度。

0.55 之標準差顯示學生間的感受差異程度適中，多數學生對於教學結構化所帶來的互動機會表現出一致的認同。相較於傳統講述式課堂，Kagan 結構透過程序化的互動確保了每位學生的參與權，這在後測數據的高平均分中得到了實證支持。

三、導師班與平行班在相同 Kagan 策略介入下，其學習表現與感受之差異

為驗證 Kagan 結構式合作學習在不同班級情境下之普適性，本研究進一步對導師班與平行班之合作學習感受進行分析(詳見表 4 合作學習感受問卷描述統計)。

表 4

合作學習感受問卷描述統計

施測班級	平均數(M)	標準差(SD)	認同程度
導師班(N=21)	3.20	0.38	高度認同
平行班(N=19)	3.11	0.68	高度認同

依據數據分析結果，導師班學生之平均感受得分為 M = 3.20(SD = 0.38)，平行班為 M = 3.11(SD = 0.68)。兩班平均得分均超過四點量表的中高門檻(3.0 分，表示傾向「大部分符合」以上)，顯示無論導師班或平行班，學生對於結構化合作學習介入皆抱持正面肯定的態度。

進一步觀察標準差發現，導師班之 SD(0.38)明顯低於平行班(0.68)。此現象反映導師班學生在長期班級經營基礎下，對新教學策略的適應性較為整齊穩定；平行班雖同樣呈現正向感受，但學生個體間的知覺差異較大，可能與班級氛圍或教師引導風格有關。

而策略普適性部分，雖然導師班平均得分略高，但兩班差距極小(僅 0.09 分)。此結果有力支持本研究假設：Kagan 結構式合作學習具高度普適性。即便是由非導師身分之研究者進入平行班授課，透過高度結構化的互動程序(如 RallyCoach)，依然能引發學生穩定的正向學習感受，並不完全受限於導師與學生間的原有親密度。

伍、結論與建議

一、結論

(一)接受 Kagan 結構式合作學習後，學生的整數四則運算學習成就表現有何變化？

全體學生(N=40)前後測差異達統計顯著水準(t(39) = 2.189, p = 0.035)，效果量 Cohen's d = 0.35(小至中等效果)，平均進步 6.77 分(9.64%)。平行班效果較明顯(邊緣顯著)，導師班雖未達顯著，但仍有實質進步(+6.10 分)。

(二)學生在參與 Kagan 結構式合作學習後，其學習動機、同儕互動與師生關係之感受有何變化？

後測問卷(四點量表)總平均得分為 3.16(SD = 0.55)，介於「大部分符合」至「完全符合」區間，顯示學生對合作學習抱持高度正向態度。同儕互動技巧與學習動機向度表現尤為突出。

(三)不同班級情境下，在實施相同 Kagan 結構式合作學習後，其學習成效有何差異？

導師班與平行班在學習成就及學習感受平均分數上均無顯著差異，標準差差異也顯示導師班穩定性較高，但整體介入效果一致。

這些發現初步驗證了 Kagan 結構式合作學習在國小中年級數學單元的正向成效，尤其在提升參與度與自信表達方面。

二、建議

為提升研究深度，未來可朝以下方向延伸：

(一)可延長實驗時間至一學期以上，觀察合作學習習慣養成與學業保留成效。

(二)使用不同 Kagan 結構式合作學習(如 Rally Robin、Timed Pair Share 等)進行比較，探討最適合數學單元的 Kagan 結構式合作學習。

(三)針對不同年級、不同性質題型、不同步驟與不同學科進行教學，驗證 Kagan 結構式合作學習跨領域的普適性。

參考文獻

方建良, & 黃秀霜 (2014)。國小四年級低成就學生學習 [四則運算] 教材及其迷思概念之研究。**2014 年提升中小學補救教學成效之理論與實務研討論壇**。 臺南市: 國立臺南大學。

王千倖(1997)。合作學習。**師友月刊**，(364)，34-38。

https://doi.org/10.6437/EM.199710.0034

周香琦（2017）。**合作學習應用在國小數學**

張新仁、黃永和、汪履維、王金國、林美惠(2013)。**分組合作學習教學手冊。**臺北市： 教育部國民及學前教育署。

教與學之行動研究〔碩士論文，中原大學〕。華藝線上圖書館。

https://doi.org/10.6840/cycu201700566

許家驊(2016)。國小二步驟四則混合文字題解題歷程技巧學習診斷評量之編制發展與實測分析研究。**教育心理學報，48**(2)，185-209。

陳國雄(2006)。**國小四年級學童整數四則運算問題的解題策略與錯誤類型之研究。**〔碩士論文。國立屏東教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/y6wc62。

詹麗雯(2013)。**國小五年級學童整數四則運算文字題解題歷程之研究。**〔碩士論文。國立臺中教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/c37896

廖玉鈴、林素微（2020）。利用合作學習教學策略提升偏鄉小校國小二年級學童數學學習之探討。臺灣數學教師，41(2)，22-43。
https://doi.org/10.6610/TJMT.202010_41(2).0002
劉衍辰(2018)。**國小五年級學生在數學科「整數四則運算」概念的學習成效之探討—以臺南市東區崇明國小為例。**〔碩士論文。國立臺南大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 https://hdl.handle.net/11296/t84bmy。
Cline, L. M. (2007). *Impacts of Kagan cooperative learning structures on fifth-graders' mathematical achievement*. Walden University.
Goulart, D. A. (2022). *The Effects of a Kagan Cooperative Learning Structure in Engaging Struggling Elementary and Middle School English Language Arts Students* (Doctoral dissertation, Northcentral University).
Kagan, S. (2013). The structural approach and Kagan structures. Retrieved from https://ebrary.net/155643/education/structural_approach_kagan_structures

The Effects of Kagan Structural Cooperative Learning on Fourth-Grade Students' Achievement in the "Four Operations of Integers" Unit

Rui-Ting Li
NewTaipei Municipal AnKeng Elementary School

Abstract

This study aims to explore the effects of Kagan Structural Cooperative Learning on the "Four Operations of Integers" unit among fourth-grade elementary students. The research background stems from the observation that students often encounter excessive cognitive load and learning frustration when dealing with complex multi-step operations, a challenge that traditional lecture-based instruction struggles to address effectively. The study employed a one-group pretest-posttest design, involving 40 students from two parallel classes at Sky Elementary School in New Taipei City. A nine-lesson intervention was conducted, primarily utilizing RallyRobin for conceptual reviews and RallyCoach for application problems. The implementation strictly adhered to the four core PIES principles: Positive Interdependence, Individual Accountability, Equal Participation, and Simultaneous Interaction. Data collection included the Hanlin Edition unit achievement tests and the Ministry of Education's Cooperative Learning Perception Questionnaire. Results indicated a statistically significant difference in academic achievement ($t(39)=2.189, p=0.035$), with an average improvement of 6.77 points (9.64%) and an effect size of Cohen's $d=0.35$ (small to medium effect). The total mean score of the perception questionnaire was 3.16 ($SD = 0.55$), falling within the "mostly agree" to "strongly agree" range, reflecting a highly positive attitude toward the intervention. Dimensions of peer interaction skills and learning motivation were particularly prominent. Furthermore, no significant differences were found between the lead teacher’s class and the parallel class in achievement or perception, confirming the strong generalizability of Kagan Structural Cooperative Learning. In conclusion, the Kagan approach successfully enhances student participation and confidence in mathematical operations, providing a reliable strategy for elementary mathematics instruction.

Key words: Kagan’s Cooperative Learning Strategies, four arithmetic fundamental operations, mathematics teaching, fourth-grade students

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(7) 數學師資與數位科技素養

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

不同背景教師於專業學習社群中數學教學知識之發展歷程

賴彥廷[1]　郭珈忻[2]　秦爾聰[3]
[1]國立彰化師範大學科學教育研究所 leo840509@yahoo.com.tw
[2]國立暨南大學教育政策與行政學系 ilpsbb@hotmail.com
[3]國立彰化師範大學科學教育研究所 abechin@cc.ncue.edu.tw

摘要

本研究旨在探討不同背景教師於專業學習社群(Professional Learning Community, PLC)中，其數學教學知識(MPCK)之發展歷程與差異樣態。以臺中市一所偏鄉國小數學教師社群為研究場域，分析教師在參與 PLC 並運用「就是要學好數學」(Just Do Math, JDM)教材歷程中之數學教學知識轉變。

研究對象為四位國小教師，其背景涵蓋數學專長、教學年資及社群參與角色之差異。研究歷時一年半，研究工具包含 MPCK 知覺量表(前後測)、教學錄影、晤談逐字稿、共備與議課紀錄及教師省思札記等，並採用數學科教師知識觀察工具作為質性分析架構。研究流程依循行動研究循環，歷經前期知識評估、中期共備與教學對話，以及後期省思與成效檢視，並透過多元資料交叉分析以掌握教師專業學習歷程。

研究發現如下：一、不同背景教師呈現差異化之知識發展歷程。數學專長教師以教學知識之深化與精緻化為主，非數學專長教師則在學科理解與課程掌握上有顯著提升。二、PLC 之共備與專業對話機制，有助於縮小教師專業差距並促進知識轉化。三、教師背景(專長、年資與角色)於社群互動中交互作用，進而影響其知識發展方向與專業成長路徑。

關鍵字：教師專業學習社群、JDM 教材、數學教學知識、不同背景

壹、緒論

一、研究動機與背景

近年來，教師專業學習社群(PLC)已成為促進教師專業發展的重要途徑，特別是在數學教育領域中，透過共備、觀課與專業對話，有助於深化教師之數學教學知識並提升教學品質(Lomos, Hofman, & Bosker, 2011；Lewis, Perry, & Hurd, 2009)。然而，既有研究多著重於 PLC 整體成效，較少探討不同背景教師於社群中的學習歷程與知識發展差異。尤其在偏鄉情境中，教師面臨資源不足與專長差異等挑戰，使其專業成長更具複雜性(Guskey, 2002)。數學教學知識為影響教學品質之核心，教師除具備學科內容知識外，亦需能將概念轉化為學生可理解之教學形式(Ball, Thames, & Phelps, 2008)。研究指出，透過 PLC 中的共備與教學對話，有助於促進教師知識之深化與轉化(Lomos et al., 2011)。

而這十來年，數學領域中央輔導團所發展之「就是要學好數學」(Just Do Math, JDM)教材，強調概念導向與結構化設計，為教師提供具體教學支持，亦成為促進教師專業成長的重要媒介。在此脈絡下，本研究關注偏鄉國小教師在 PLC 運作

情境中，如何透過 JDM 教材與社群互動，促進其數學教學知識之發展，並進一步探討不同學科專長、教學年資及社群參與角色之教師，在專業學習歷程中所呈現之差異樣態與發展路徑。

基於上述，研究者欲進一步探討不同背景教師於專業學習社群(PLC)中，其數學教學知識之發展歷程與差異樣態，並分析教師在學科專長、教學年資與社群參與角色等因素影響下，如何透過共備、觀課與教學對話逐步建構與轉化其教學知識，以釐清其專業成長之運作機制。

二、研究目的

基於上述研究動機，可將研究目的分為以下：

(一)探討不同背景教師於專業學習社群(PLC)中，其數學教學知識(MPCK)之整體發展歷程與變化情形。

(二)分析不同背景教師在參與 PLC 歷程中，其數學教學知識發展之差異樣態及其形成機制。

貳、文獻探討

一、教師專業學習社群(Professional Learning Community, PLC)

在偏鄉地區，由於教育資源相對匱乏，教師專業學習社群(PLC)的發展更顯重要。社群透過跨領域合作與共同備課，促進教師專業成長與教學實踐改進，進而提升學生學習成效。本節說明偏鄉 PLC 之定義、類型與發展方向。

DuFour(2004)指出，PLC 具備三大核心原則：(1)以學生學習為核心，(2)強調教師協作與共同願景，(3)透過專業成長提升學習成效。教育部(2009)亦提出共享願景、協作學習、共同探究、行動導向與持續改進等特徵，強調教師透過對話與反思促進教學改進。

偏鄉教師專業學習社群的組成方式可因應學校環境、教師需求與教育目標而有所不同。根據張新仁(2009)，教師專業學習社群可分為以下四種類型：(1)年級形式：以同年級教師為主，共同探討課程設計與教學策略，有助於跨班級協作與資源共享，特別適用於師資有限之偏鄉情境(教育部，2009)。(2)學科/學習領域形式：以特定學科為核心，透過共備、觀課與經驗分享提升教學成效，亦可因應偏鄉師資不足發展跨領域合作(教育部，2009)。(3)學校任務形式：配合校本課程或專案發展，如地方特色或跨領域課程，強調與課程發展機制之連結。(4)專業發展主題形式：跨年級與學科組成，聚焦特定議題(如數位學習或素養導向教學)，透過跨領域合作回應教育改革需求。

整體而言，偏鄉 PLC 透過協作、對話與資源共享，有助於減少教師專業孤立，並提供持續成長的支持機制。未來若結合科技應用、行動研究與跨校合作，將更有助於提升教學品質與學生學習成效，並縮小城鄉教育差距。

二、教師背景差異對專業成長的影響

教師專業成長並非單一線性歷程，而是受個人背景與學習情境交互作用所形塑之動態發展。既有研究指出，教師在學科專長、教學年資與專業角色等面向之差異，會影響其在專業學習中的參與方式、理解深度與知識轉化歷程(Desimone,

2009；Borko, 2004)。因此，探討教師於 PLC 中的學習成效，須納入背景差異作為重要分析向度。

在學科專長方面，具數學背景教師通常具備較完整之學科內容知識，能較快掌握教學重點並發展教學策略；非數學專長教師則較需透過持續對話與實踐逐步建構概念理解與教學轉化能力(Ball et al., 2008)。在教學年資方面，初任教師多關注教學流程與班級經營，資深教師則傾向於教學精緻化與學生理解深化，但亦可能因教學慣性影響成長動能(Huberman, 1989；Day, 1999)。

教師在 PLC 中的參與角色亦為關鍵因素。核心成員透過積極對話與知識分享深化專業理解，而周邊參與者則多由觀察與回饋逐步內化教學知識(Wenger, 1998)。綜合而言，教師背景差異並非限制，而是在 PLC 互動中透過共備、觀課與對話形成互補關係，進而促進知識共構與專業成長。因此，有必要進一步分析不同背景教師於 PLC 中的發展歷程與其差異形成機制。

綜合而言，教師背景差異並非僅為個別條件之差異，而是在專業學習情境中透過互動與實踐，形塑其數學教學知識發展之歷程與樣態。特別是在 PLC 運作情境中，不同背景教師透過共備、觀課與教學對話所形成的互補關係，可能成為促進知識共構與專業成長的重要動力。

三、數學教學知識(MPCK)

在過去的研究中，許多學者對 Shulman (1987) 所提出的 PCK(Pedagogical Content Knowledge，教學內容知識)概念有不同的詮釋與討論。根據這些研究的一致性，PCK 的內涵可依序分為以下幾個面向：對學生的理解知識、教學策略與表徵知識、教學目標的知識、主題內容的知識、課程知識、情境知識、一般教學知識、評量知識以及媒體知識。

然而，一般教學知識的領域獨特性較低，而媒體知識在一般課堂中未必會明顯展現。因此，陳彥廷(2014)將 MPCK(Mathematical Pedagogical Content Knowledge，數學教學內容知識)的內涵重新界定為七個核心類別：(1)課程與目標知識：涵蓋數學課程內容的發展沿革、組織架構與教學目標等相關知識；(2)學科內容知識：指涉教學單元的核心概念、運算法則及相關數學知識；(3)教學策略知識：包含數學教學過程中所應用的各類教學策略；(4)教學表徵知識：指教師在教學中運用的活動設計、舉例、示範與解釋，以幫助學生理解數學概念；(5)數學情境知識：涉及教師如何創設適切的數學學習環境，促進學生投入學習；(6)對學生學習理解的知識：強調教師需掌握學生的先備知識，並預測可能出現的迷思概念，以進行有效的教學調整；(7)學習成效評估知識：指教師能夠運用適當的評量工具與方法，評估學生的學習成果，進而改善教學實踐。

參、研究方法

一、研究對象

本研究以臺中市一所沿海偏鄉國小為場域，該校已建構教師專業學習社群(PLC)，作為促進教師專業成長之核心機制。受限於偏鄉資源與家庭支持不足，學生學習高度仰賴課室教學，使教師專業能力之影響更為直接。本研究聚焦於由四位教師組成之 PLC，成員涵蓋數學與非數學專長，並具不同教學年資與參與角色。除召集人與一名教師具數學背景外，其餘皆為非理科背景，呈現明顯專業差異，有助於分析不同背景教師之發展歷程。個案教師基本資料如表 1 所示。

表 1 個案教師 PLC 社群參與表

教師編碼	教師性別	擔任職務	學歷	年齡(實際任教年資)	參與本社群年資
T0	男	主任(社群召集人)	數學教育碩士	29(6)	6
T1	女	三年級導師	英語教育學士	49(10)	1
T2	女	五年級導師	美術教育碩士	37(11)	1
T3	男	組長	數學教育學士	29(6)	1

由表 1 可知，四位教師皆具五年以上教學經驗，非屬初任教師，顯示其具備一定教學實務基礎。在此條件下，教師於 PLC 中的學習與成長，較可能反映其教學知識之深化與轉化，而非基礎教學能力之建立。此外，多數教師為初次參與該社群，使其專業發展歷程具有明顯的變化軌跡，適合作為分析教師在 PLC 中知識發展歷程之研究對象。

二、研究架構

本研究架構如圖 1 所示，旨在探討教師於專業學習社群(PLC)中，其數學教學知識(MPCK)之發展歷程、差異樣態及其形成機制。整體以行動研究循環為主軸，結合前期分析、中期教學實踐與後期成效評估三階段，並以 JDM 教材作為教學與專業對話之媒介，促進教師持續反思與知識轉化。

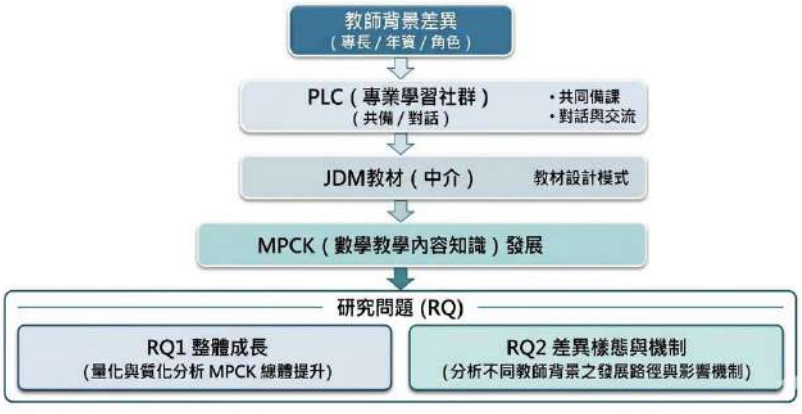


圖 1 本研究架構圖

前期透過 MPCK 量表與背景資料蒐集，建立教師初始狀態；中期經由 PLC 共備、觀課與教學對話，結合 JDM 教材進行教學實踐，促進知識共構與轉化；後期則整合 MPCK 後測、晤談與社群文件等資料，分析教師 MPCK 整體發展

(RQ1)，並探討不同背景教師之差異樣態與形成機制(RQ2)。透過多元資料交叉分析，建構教師於 PLC 中之專業成長歷程。

三、研究工具

為回應本研究之研究目的與待答問題，本研究採用多元研究工具進行資料蒐集與分析，包含量化與質性資料來源，以全面掌握教師數學教學知識之發展情形與差異樣態。透過 MPCK 知覺量表、晤談語料及社群文件等資料之交互運用，並結合數學科教師知識觀察工具進行系統分析，以提升研究結果之信度與解釋力。

研究者將這些研究工具的使用分析於下表 2：

表 2 研究工具分析表

研究工具名稱	研究工具用途	使用時機
MPCK 知覺量表(陳彥廷，2014)	測量教師數學教學知識之前後變化，掌握整體發展情形(RQ1)	社群活動初期、中期與結束
晤談語料	探討不同背景教師之教學理解、決策歷程及其成長機制(RQ2)	社群活動前、中、後
JDM 相關教材	作為教師進行教學設計與知識轉化之媒介，影響教師發展歷程	社群活動中
社群活動相關文件	分析教師於 PLC 中之專業對話與知識共構歷程，探究差異形成之互動機制(RQ2)	社群活動中
數學科教師知識觀察工具(劉沛妏、秦爾聰，2024)	作為質性資料編碼依據，分析教師 MPCK 向度並進行跨教師比較(RQ1＋RQ2)	資料分析階段

(一)國小教師數學教學知識(MPCK)知覺量表

本研究於社群活動初期與結束時，採用陳彥廷(2014)所發展之國小教師數學教學知識(MPCK)知覺量表，評估教師數學教學知識之自我知覺。該量表包含五個構面：課程與目標知識(2 題)、學科內容知識(5 題)、教學策略知識(3 題)、教學表徵知識(4 題)及學習成效評估知識(3 題)，共 17 題。量表整體信度為 0.919，各分量表 Cronbach’s α 值介於 0.644 至 0.837 之間，具良好信度與效度。施測時間約 10 至 15 分鐘，採 Likert 五點量表(1 至 5 分)計分。

(二)晤談語料

有別於以往的教學模式，從社群互動的歷程、課程共備的對話、實際課程的執行、遇到的問題、解決的方式，都是本研究需要關注的點，為了能更精準地瞭解教師們參與此課程的想法及感受，研究者擬定半結構式的訪談大綱，大綱擬定後，邀請專家學者協助審閱，彙整並修訂後再擬定正式的訪談內容。訪談大綱包含課程材料、教師 PLC 及教學省思。

(三)JDM 相關教材

「就是要學好數學」(Just Do Math, JDM)為國教數學領域中央輔導團近十年推動之計畫，歷經數學奠基活動、奠基進教室(JDM 2.0)、數學素養教學(JDM 3.0)至數學微課程模組(JDM 4.0)等階段，強調建構具參與感、趣味性與表達機會之數學學習環境。各期模組均具明確設計架構(理念、原則與活動目標)，並呈現循序發展之脈絡，近年更結合 108 課綱素養導向與 PISA 2022 架構，融入 21 世紀思考素養於教學設計中。此外，相關教案、共備手冊及教學資源完整，適合作為偏鄉教師於 PLC 中進行教學實踐與專業成長之支持工具。

(四)社群活動相關文件

本研究之社群活動相關文件包含四類：共備規劃、教學分享回饋、教師共備回饋及課程發展成果彙編。共備規劃記錄教師共同備課之教學設計歷程；教學分享回饋呈現教學實踐後之回饋與改進建議；教師共備回饋反映教師對社群運作與協作歷程之省思；課程發展成果彙編則包含教案、教學資源及學生學習成果，呈現實踐後之具體成果。上述文件有助於從多面向分析教師於 PLC 中的互動歷程與專業發展情形。

(五)數學科教師知識觀察工具

本研究採用劉沛妏、秦爾聰(2024)所建構之「中小學數學科教師知識觀察工具」，作為質性資料分析之主要架構。該工具係以 MPCK 為理論基礎，將教師教學知識細分為數學內容知識、數學教學知識、數學學習知識、數學課程知識及數學評量知識等向度，並透過具體指標協助研究者辨識教師於教學情境中所展現之專業知識內涵。在本研究中，研究者運用此觀察工具對晤談語料及社群活動文件進行系統性編碼與分析，藉以檢視教師於不同知識向度之展現情形，並進一步進行跨教師比較，以探討其數學教學知識之整體發展(RQ1)及不同背景教師之差異樣態與形成機制(RQ2)。透過此工具之運用，得以將教師專業知識由抽象概念轉化為可觀察與可分析之具體類別，提升研究分析之系統性與嚴謹性。

四、研究資料分析

本研究採混合方法取向，結合量化與質性資料進行分析，以探討教師於 PLC 中數學教學知識(MPCK)之發展情形與差異樣態。

量化部分以 MPCK 知覺量表前後測結果進行描述統計與比較分析，用以檢視教師教學知識之整體變化(RQ1)。質性部分則蒐集教學活動錄影、晤談語料及社群活動文件，並依據劉沛妏、秦爾聰(2024)之數學科教師知識觀察工具進行編碼與分類，透過跨資料來源比對與跨個案比較，分析不同背景教師之發展差異及其形成機制(RQ2)。為提升研究之信度與解釋力，本研究採多元資料交叉分析與持續比較分析策略，以確保分析結果之嚴謹性。

五、研究信實度

為確保質性研究之信賴度，本研究參照鈕文英(2021)所提出之可信性、可遷移性、可靠性及可驗證性等標準進行設計。在資料蒐集過程中，研究者與個案教師保持持續互動，並透過文獻研讀與訪談技巧訓練，提升研究理解與資料品質。訪談過程全程錄音並轉錄為逐字稿，並邀請受訪教師進行內容確認，以確保資料之正確性與真實性，降低研究偏誤。

肆、研究結果與討論

本節依據研究目的與待答問題，呈現教師於 PLC 中 MPCK 之發展情形與差異樣態。首先，透過量化與質性資料分析，說明不同背景教師在教學知識之整體變化，以回應研究問題一(RQ1)；其次，進一步分析教師在學科專長、教學年資及社群參與角色等背景因素下之發展差異，並探究其形成機制，以回應研究問題二(RQ2)。透過上述分析，建構教師於 PLC 中數學教學知識發展之整體圖像。

一、不同背景教師數學教學知識之整體發展情形

(一)MPCK 量表前後測之整體變化

為瞭解不同背景教師於 PLC 中的數學教學知識(MPCK)整體發展情形，本研究透過 MPCK 知覺量表之前、中、後測結果進行分析。整體而言，三位個案教師之 MPCK 表現皆呈現穩定成長趨勢。

表 3 個案教師 MPCK 量表測驗成績

教師	課程與目標知識(10)	學科內容知識(25)	教學策略知識(15)	教學表徵知識(20)	學習成效評估知識(15)	整體(85)
T1(前)	5/2.5	18/3.6	13/4.33	17/4.25	12/4	65/3.82
T1(中)	5/2.5	20/4	15/5	17/4.25	13/4.33	70/4.12
T1(後)	8/4	22/4.4	15/5	17/4.25	13/4.33	75/4.41
T2(前)	6/3	20/4	13/4.33	16/4	13/4.33	68/4
T2(中)	8/4	22/4.4	12/4	17/4.25	14/4.67	73/4.29
T2(後)	10/5	23/4.6	13/4.33	18/4.5	15/5	79/4.65
T3(前)	8/4	23/4.6	13/4.33	18/4.5	12/4	74/4.35
T3(中)	9/4.5	23/4.6	13/4.33	20/5	15/5	80/4.71
T3(後)	10/5	24/4.8	15/5	20/5	14/4.67	83/4.88

註 1：表中數字所代表的意義為「面向總得分／平均得分」。

註 2：表中「前」代表社群開始前測驗的成績；表中「中」代表社群實施一年後所測驗的成績；表中「後」代表研究結束(社群實施一年半)後所測驗的成績。

在整體分數方面，T1 由前測 65 分(平均 3.82)提升至後測 75 分(平均 4.41)；T2 由 68 分(平均 4.00)提升至 79 分(平均 4.65)；T3 則由 74 分(平均 4.35)提升至 83 分(平均 4.88)，顯示教師在參與 PLC 歷程後，其數學教學知識皆有明顯提升。

其中，T1 作為非數學專長教師，其成長幅度較為顯著；而原本具較高基準的 T3，則呈現持續精緻化的發展趨勢。

進一步就各知識向度觀察，教師在「課程與目標知識」及「學科內容知識」向度均有明顯提升，顯示教師對數學概念與課程結構之理解逐步深化；「教學策略知識」亦呈現穩定成長，反映教師在教學方法運用上逐漸成熟。相較之下，「教學表徵知識」變化幅度較小，多數教師維持原有表現；而「學習成效評估知識」則在中後期有所提升，顯示教師逐步關注學生學習歷程與評量設計。

綜合而言，不同背景教師於 PLC 歷程中皆展現出數學教學知識之正向發展，且呈現由基礎理解提升至教學應用與反思深化之發展趨勢，顯示 PLC 對教師整體教學知識成長具有促進效果。

(二)教學實踐與知識轉化之整體改變

為進一步呈現 MPCK 各向度之發展與其教學實踐之對應關係，整理如表 4。

表 4 教學實踐與 MPCK 知識轉化對應分析表

MPCK 向度	量表變化趨勢	教學實踐轉化表現	質性證據(資料來源)
課程與目標知識	明顯提升 (T1、T2、T3 皆成長)	教師由單一解題導向，轉向關注教學目標與概念發展順序，能規劃具層次之教學流程	「這題不只是算答案，要讓學生知道為什麼可以這樣拆。」(共備-T2-20260119)
學科內容知識	穩定提升(T1 提升幅度大)	教師對數學概念理解加深，能連結不同解題方式與概念結構	教學討論中強調概念來源與解題理由(共備紀錄)
教學策略知識	顯著提升 (T1、T3)	由講述式教學轉為提問引導、問題導向與討論式教學	「現在會先問學生為什麼這樣做。」(訪-T1-20260225)
教學表徵知識	小幅變化(多維持高分)	教師持續運用圖示、操作與例題說明概念，但創新表徵方式較少	社群訪談顯示多以既有表徵進行說明
學習成效評估知識	中後期提升明顯	由紙筆測驗轉向多元評量(口說、觀察、討論)	教師於省思札記中提及重視學生表達與理解(省思資料)

表 4 顯示，教師在各 MPCK 向度皆呈現正向發展，且量表變化與教學實踐之轉化具有一致性。整體而言，教師由原先偏重解題與程序操作，逐步轉向關注概念理解與教學設計，顯示其數學教學知識已由知覺層面進一步轉化為教學實踐能力。在各向度中，「課程與目標知識」與「學科內容知識」之提升最為明顯，反映教師對數學概念結構與教學目標之掌握逐漸深化；「教學策略知識」則體現在由講述轉向提問與討論導向教學；相對而言，「教學表徵知識」變化較為有限，顯示教師多延續既有表徵方式；而「學習成效評估知識」於後期提升，顯示教師開始重視學生理解歷程。

綜合而言，教師於 PLC 歷程中呈現由「知識理解」走向「教學轉化」之發展趨勢，顯示 PLC 對促進數學教學知識實踐化具有關鍵作用。

二、不同背景教師數學教學知識發展之差異樣態與形成機制

為釐清不同背景教師於PLC中數學教學知識(MPCK)之發展差異及其形成機制，

本研究整合量化與質性資料進行交叉分析，並進一步歸納出教師專業成長之運作歷程(如圖 2 所示)。



圖 2 偏鄉國小數學教師專業學習社群運作流程模式

研究結果顯示，教師之學科專長、教學年資與社群參與角色，並非獨立影響其發展，而是在社群互動歷程中透過特定運作機制被放大或調節。就學科專長而言，具數學背景之教師(T3)在前測即具較高知識基準(4.35)，其後發展主要展現在教學策略與評量之精緻化，例如 T3 於共備中指出：「會調整流程，讓學生先操作再討論概念」，呈現高基準下之結構性深化；相對而言，非數學專長教師(T1)由 3.82 提升至 4.41，並於晤談中表示「現在會先問學生為什麼」，顯示其經歷由程序導向轉向概念導向之知識重建。

在教學年資方面，資深教師(T2)雖具穩定教學基礎，但其轉變呈現漸進歷程，如其反思「開始思考學生如何理解」，顯示其逐步鬆動既有教學慣性；相對而言，年資較淺教師則在教學策略與評量知識上展現較高調整速度，反映其專業學習之可塑性。此結果顯示，教學年資主要影響調整速率，而非發展方向。

進一步分析社群運作歷程可發現，教師之差異發展係透過一套具循環特性的互動機制所產生。由社群召集人(T0)統整校內行事與教學議題，形成討論主軸，進而引導教師分享教學困難與學生學習狀況；在此基礎上，社群透過共備與教學分享進行教學設計，並將教學實踐中產生之問題再帶回社群進行反思與修正，最終形成下一輪課程規劃與教學優化。教師於省思中提及：「聽別人怎麼教，會發現自己可以再調整」(省思資料)，顯示知識係在此循環中逐步內化與轉化。

綜合而言，本研究據此建構出一套「議題導向—實踐回饋—再設計優化」之 PLC 運作模式，其中 T0 扮演關鍵的中介與調節角色，促進不同背景教師之互動與知識整合。教師專業成長並非線性累積，而是透過此一循環歷程，在差異互動中進行知識重組與再詮釋，進而形成「差異起點—互動調節—知識轉化」之動態發展機制。

伍、結論與建議

本研究是探討不同背景教師於 PLC 中，其 MPCK 之發展歷程與差異樣態。根據研究資料分析，將本研究的結果整理如下：

一、不同背景教師數學教學知識之整體發展情形為何

在本研究中發現，不同背景教師於 PLC 中，其 MPCK 皆呈現正向成長，但發展樣態有所差異。具數學專長教師原有知識基準較高，其成長主要表現在教學策略與概念轉化之精緻化；非數學專長教師則呈現由基礎理解逐步建構之歷程，成長幅度較為顯著。不同教學年資教師在調整速度上亦有差異，但皆朝概念導向教學發展。整體而言，PLC 能促進不同背景教師在差異基礎上達成互補成長。

二、不同背景教師數學教學知識發展之差異樣態與形成機制

在本研究中發現，不同背景教師於 PLC 中，其數學教學知識發展呈現差異樣態，並形成特定運作機制。具數學專長教師以知識深化與策略精緻化為主，非數學專長教師則經歷由程序導向轉向概念理解之重建歷程；教學年資則影響調整速度。上述差異在 PLC 互動中，透過共備、對話與實踐回饋形成循環機制，並由社群召集人(T0)進行議題統整與歷程引導，促進知識共構與轉化。整體而言，教師專業成長呈現「差異起點—互動調節—知識轉化」之動態歷程。

陸、參考文獻

張新仁(2009)。教師專業學習社群的類型與發展策略。**教育研究期刊，*15***(2)，123-145。

陳彥廷(2014)。國小教師數學教學知識(MPCK)知覺量表的發展與驗證。**教育研究期刊，*35***(4)，215-235。

教育部(2009)。**教師專業學習社群發展與實施策略。**臺北市: 教育部。

劉沛妏、秦爾聰(2024，12 月 5-7 日)。**「國中小數學科教師教學知識觀察工具」之發展與效化**。第 40 屆科學教育國際研討會，高雄市，臺灣。

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. Educational Researcher, 33(8), 3–15.

Day, C. (1999). Developing teachers: The challenges of lifelong learning. Falmer Press.

Desimone, L. M. (2009). Improving impact studies of teachers' professional development: Toward better conceptualizations and measures. Educational Researcher, 38(3), 181–199.

DuFour, R. (2004). What is a "professional learning community"? Educational Leadership, 61(8), 6–11.

Guskey, T. R. (2002). Professional development and teacher change. Teachers and Teaching: Theory and Practice, 8(3), 381–391.

Huberman, M. (1989). The professional life cycle of teachers. Teachers College Record, 91(1), 31–57.

Lewis, C., Perry, R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: A theoretical model and North American case. Journal of Mathematics Teacher Education, 12(4), 285–304.

Lomos, C., Hofman, R. H., & Bosker, R. J. (2011). Professional communities and student achievement: A meta-analysis. School Effectiveness and School Improvement, 22(2), 121–148.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22.

Wenger, E. (1998). Communities of practice: Learning, meaning, and identity. Cambridge University Press.

國小教師資格考試數學能力測驗之試題分析

李元楨[1]　魏士軒[2]

[1]臺中教育大學數學教育學系

[2]彰化縣埔鹽鄉永樂國民小學 liyuanchen8888@gmail.com

摘要

本研究旨在分析民國 109 至 114 年間國民小學師資類科教師資格考試「數學能力測驗」之試題內容特性與命題趨勢。研究採內容分析法結合描述性統計，以教育部正式公布之歷屆試題為分析資料，範圍涵蓋「普通數學」與「數學教材教法」兩部分。普通數學試題依《十二年國民基本教育課程綱要》六大內容領域分類；數學教材教法試題則依林碧珍（2021）所建構之三大知識面向與二十項細目進行編碼。研究結果顯示，數學能力測驗之命題取向兼顧數學內容知識與教學專業能力，且自 110 年起題型配置漸趨穩定。普通數學部分長期以「數與量」為核心，次為「空間與形狀」，而「資料與不確定性」及其他類型所占比例相對較低，反映基礎數學能力仍為教師專業評量之重點。數學教材教法部分則以數學教學策略知識所占比例最高，其次為學生數學認知分析，課程知識最少，顯示評量取向已由傳統課程知識導向逐步轉向重視教學實務應用與學生學習歷程理解。整體而言，本研究有助於掌握國小教師資格考試數學能力測驗之命題重點與發展趨勢，並可作為未來教師培育、試題設計、命題研修及考前準備之實證參考，亦能提供理解教師專業能力評量演變與素養導向教學實務意涵之重要依據之一。

關鍵字：國小教師資格考試、數學能力測驗、試題分析、數學教材教法、命題趨勢

壹、緒論

一、研究動機與背景

國民小學教師在基礎教育中扮演關鍵角色，其專業素養直接影響學生的學習品質與後續發展（Darling-Hammond, 2006）。為確保教師具備必要的學科知識與教學能力，我國自《師資培育法》施行以來持續推動師資培育制度改革，並透過教師資格考試作為篩選與品質把關的重要機制（教育部，2018；2019）。

國民小學師資類科自民國 103 年起增設「數學能力測驗」，作為評量準教師數學專業能力的重要依據。該測驗區分為「普通數學」與「數學教材教法」兩

部分，分別對應內容知識與教學內容知識（Shulman, 1986），體現教師須兼具學科理解與教學轉化能力之專業要求。

近年來，隨著《十二年國民基本教育課程綱要》（108 課綱）推動，教育目標逐漸由知識導向轉向素養導向，強調問題解決、推理與應用能力。此一轉變亦反映於教師資格考試命題趨勢之中，使試題逐漸朝向情境化、整合化與教學導向發展。是故，教師資格考試試題不僅為評量工具，更可視為呈現國家對教師專業能力期待的重要文本。回顧國內相關研究，多數著重於師資培育制度或師資生學習歷程之探討，對於教師資格考試「試題內容本身」進行長期且系統性分析者仍相對不足。尤其在國小數學能力測驗中，針對普通數學與數學教材教法之命題分布、命題比重與年度變化趨勢，仍缺乏整體性的整理與分析。

因此，本研究以民國 109 至 114 年國小教師資格考試數學能力測驗為研究對象，透過內容分析方法探討試題之命題類型、命題比重及其年度變化趨勢，以釐清現行考試所反映之數學教師專業能力結構。研究結果可作為教師資格考試命題規劃與師資培育課程調整之參考，並有助於理解素養導向課程改革下國小數學教師專業能力之發展方向。

基於以上研究背景與動機，本研究的目的為：

（一）探討 109–114 年國小教師資格考試之普通數學試題，依據所採分類架構進行編碼後，其試題類型分布、命題比重及趨勢

（二）探討 109–114 年國小教師資格考試之數學教材教法試題，依據所採分類架構進行編碼後，其試題類型分布、命題比重及趨勢

貳、文獻探討

一、國小教師專業素養與師資檢定制度

國小教師在基礎教育中扮演關鍵角色，其專業素養直接影響教學品質與學生學習成效（Darling-Hammond, 2006）。在數學教育情境中，教師除需具備數學內容知識外，亦須理解學生思維與迷思概念，並能將抽象概念轉化為學生可理解的形式（Shulman, 1986）。Shulman（1986）提出教師專業知識包含學科內容知識（SMK）與教學內容知識（PCK），強調教師需兼具知識理解與教學轉化能力。此觀點亦成為教師專業評量與試題設計的重要理論基礎。此外，鍾靜等人（2012）提出國小數學教師專業標準，指出教師專業涵蓋專業知能、專業實踐與專業特質三大面向，其中職前教師應優先建立數學專業知能，以支撐未來教學。綜合而言，國小教師專業素養為內容知識與教學知識之整合，亦為教師評量制度設計之依據。

我國《師資培育法》規範師資培育制度，包含職前教育、教育實習與在職進修三階段（教育部，2019）。2018 年後改採「先檢後實」制度，使教師資格考試成為進入教學現場前的重要門檻（教育部，2018）。依據《高級中等以下學校及幼兒園教師資格考試命題作業要點》，國小教師資格考試包含「數學能力測

驗」等科目，其中數學能力測驗區分為「普通數學」與「數學教材教法」，分別評量數學內容知識與教學內容知識（教育部，2024）。此設計顯示教師資格考試以國小教學需求為導向，作為檢核教師專業素養的重要機制。

數學能力測驗在國民小學教師資格考試中，具有評量師資生數學專業知識與教學專業能力之重要功能。就理論層面而言，其測驗內容可對應 Shulman（1986）所提出之教師內容知識與教學內容知識兩大面向，前者著重教師對數學概念、原理與結構之理解，後者則強調教師將數學知識轉化為可教、可學內容之能力。據此，數學能力測驗所評量者，不僅是師資生是否具備解題能力，更在於其是否能掌握教材脈絡、理解學生思維，並作出適切之教學判斷。

就制度層面而言，教師資格考試為師資培育制度中重要之專業把關機制，而數學能力測驗則為國小師資類科檢核數學專業素養之核心考科之一。此一考科之設置，反映國家對準教師數學專業能力之基本期待，亦顯示國小教師所需具備之數學知識已不限於學科內容本身，而是進一步延伸至教材理解、學生認知分析與教學應用等面向。因此，數學能力測驗可視為連結教師專業知識理論與國家考試制度的重要評量工具。

此外，數學能力測驗亦具有師資培育課程回饋之功能。相關研究指出，數學教材教法知能為職前教師專業發展之重要基礎（李源順等人，2008），且歷屆試題所呈現之命題重點、知識類別與評量取向，能具體反映師資培育課程所強調之專業內涵。換言之，數學能力測驗不僅具有資格審查功能，也可作為檢視師資培育課程內容是否契合教師專業需求之參照依據。透過分析其試題內容與命題趨勢，亦能進一步掌握當前國小數學師資培育之發展方向與專業要求。

二、國小教師數學能力測驗試題研究

數學能力測驗係以教師專業知識為基礎設計，其架構對應 Shulman（1986）所提出之 SMK 與 PCK。因此，分析「普通數學」與「數學教材教法」試題，有助於理解命題趨勢與教師專業要求。普通數學試題多依課程綱要之內容領域進行分類，如數與量、空間與形狀、代數與統計等，以分析各領域命題分布。數學教材教法試題則可依林碧珍（2021）之分類架構，區分為課程知識、學生認知與教學策略三類。本研究將依此架構進行試題分析，以探討近年命題趨勢之變化。

國際研究指出，小學教師數學專業包含內容知識與教學內容知識兩大核心（Shulman, 1986；Darling-Hammond, 2006），教師須具備概念理解、學生迷思分析及教學策略運用能力（Martin, 2005）。國內研究多聚焦於試題內容與命題傾向分析。林碧珍（2021）指出，教材教法試題主要涵蓋課程知識、學生認知與教學策略，能反映教師 PCK 能力。整體而言，現有研究多著重單一年度或特定面向分析，對於普通數學與教材教法試題之長期趨勢與命題比重變化，仍缺乏系統性整理。

綜合上述文獻，國小數學教師需同時具備內容知識與教學內容知識，而教師資格考試之數學能力測驗，即為評量此專業能力的重要工具。試題內容與命題趨勢亦反映教育政策與教師專業需求之變化。然而，現有研究多集中於早期年度試題或單一面向分析，對於近年（民國 109–114 年）國小教師資格考試數學能力測驗試題之命題類型、命題比重與年度變化，仍缺乏系統性探討。因此，本研究以民國 109–114 年數學能力測驗試題為對象，透過內容分析方法，探討普通數學與數學教材教法試題之命題結構與趨勢，以補足相關研究之不足，並提供師資培育與評量設計之參考。

參、研究方法

一、研究設計

本研究旨在探討民國 109 年至 114 年間國民小學師資類科教師資格考試「數學能力測驗」之命題內容特性。研究採**內容分析法**結合**描述性統計分析**，以系統性分類、編碼與統計整理歷屆試題，分析其命題結構、內容分布與年度變化趨勢。內容分析可用以釐清試題之命題架構與評量重點，描述性統計則用以呈現各類試題之題數、類型及配分分布，據以探討近年命題趨勢。

研究資料取自民國 109 年至 114 年正式公布之國小教師資格考試「普通數學」與「數學教材教法」試題。研究流程包括文獻蒐集與整理、試題分類架構建構、試題內容編碼、資料統計分析，以及結果統整與研究結論提出。首先，蒐集教師專業知能、教師資格考試制度及數學試題分析相關文獻，以建立研究之理論基礎；其次，依課程綱要、教師專業知能理論與既有研究建構試題分類架構；再者，依據分類架構對歷屆試題進行系統性編碼與統計分析；最後，綜合分析結果提出研究結論與建議，作為教師資格考試命題、師資培育課程規劃及後續研究之參考。

二、研究對象

本研究以教育部辦理之國民小學教師資格考試「數學能力測驗」試題為研究對象，範圍涵蓋民國 109 年至 114 年之歷屆正式試題，分析科目包括「普通數學」與「數學教材教法」兩部分。選取 109 至 114 年作為分析期間，主要係因該階段正值《十二年國民基本教育課程綱要》逐步實施及教師資格考試制度調整之時期，試題內容可能反映素養導向教學理念與教師專業知能要求之轉變。透過分析此期間之試題內容、命題類型與配分比重，可較具體掌握近年國小教師資格考試數學能力測驗之命題趨勢。本研究所使用之試題皆取自教育部或相關官方單位正式公告之公開文件，具正式性、權威性與一致性。各年度試題均依原始題型、題數與配分進行整理，未加刪改，以確保資料之真實性與可比性。

三、試題分類架構

為分析國小教師資格考試中「普通數學」試題之內容結構與命題重點，本研究依據《十二年國民基本教育課程綱要》數學領域之學習內容架構，建構普通數學試題之分類依據。依課綱內容，數學學習內容可分為六大領域：數與量（N）、空間與形狀（S）、坐標幾何（G）、代數（A）、函數（F）及資料與不確定性（D）。本研究以此六類作為普通數學試題之分類架構，並依各題所評量之主要數學概念進行歸類；若試題涉及多重領域，則以其主要評量目標作為分類判準。

在「數學教材教法」試題方面，本研究採用林碧珍（2021）所建構之分類架構作為分析依據。該架構以教師專業知能為基礎，將數學教材教法知識區分為三大面向，共二十項分類指標。第一為數學課程知識，著重教師對教材內容、概念結構與課程脈絡之理解；第二為分析學生數學認知知識，強調教師對學生先備知識、解題歷程、迷思概念與學習困難之分析能力；第三為數學教學策略知識，聚焦教師在教學情境中進行布題、表徵運用、追問回饋、教學安排與評量設計之能力。

本研究依上述分類架構，就每一試題之主要評量重點進行判定，並歸入最具代表性之類別，以作為後續試題分布分析、命題趨勢探討與研究結果詮釋之基礎。

四、資料蒐集與資料分析方法

為進行系統化試題分析，本研究分別就「普通數學」與「數學教材教法」試題建立編碼系統。每一試題之編碼皆包含五項資訊：試題年度、題型、內容類別、題號與配分。

在普通數學試題方面，第一碼為試題年度，以民國年表示；第二碼為題型，選擇題以 C 表示，非選擇題以 CR 表示；第三碼為內容類別，依普通數學六大領域編碼，分別為 N、S、G、A、F、D；第四碼為題號；第五碼為配分，用以呈現各題在整體測驗中的評量比重。而在數學教材教法試題方面，第一碼與第二碼分別為試題年度與題型；第三碼依林碧珍（2021）之分類架構，將試題細分為三大面向下之二十項知識類別，並以 1 至 20 編碼；第四碼為題號；第五碼為配分，用以分析各知識類別之命題比重。

完成編碼後，本研究以描述性統計方式整理各年度試題在不同題型、內容類別與配分上的分布情形，並比較其年度變化，以探討 109 至 114 年間國小教師資格考試數學能力測驗之命題內容特性與發展趨勢。

本研究採用林碧珍（2021）所建構之數學教材教法試題分類架構，將試題內容區分為三大知識面向，共二十項內容類別。第一類為數學課程知識，包括四項內容：辨識教材的數學概念、了解教材的先後順序、了解數學題目的特性，以及了解某教材的學習範圍，其編碼依序為 1 至 4。第二類為分析學生數學認知知識，包括五項內容：了解解法的先備知識、了解解法的數學意義及認

知層次、判斷解法或想法的正確性、預測學生的解法或想法，以及分析、偵錯與了解學生的困難或迷思，另包含預測學生的迷思概念或困難，其編碼為 5 至 10。第三類為數學教學策略知識，共包含十項內容，分別為依據教學目標選用或設計布題或教學活動、指認布題或教學活動的教學目標、使用適當表徵或教具呈現概念或過程、挑選及安排解題的發表順序、依據學生反應提出追問或回饋、善用學生解法進行下一步教學、設計布題或問話診斷迷思概念、提出澄清迷思概念的教學重點、判斷不同的教學策略或教學想法，以及依目標與學生認知困難選用或設計評量試題，其編碼依序為 11 至 20。

五、信度與效度

為確保試題分類與編碼結果之信度與效度，本研究於普通數學試題與數學教材教法試題之分析過程中，皆採取專家檢核與反覆修正程序。研究者依研究目的與試題分析架構完成初步分類與編碼後，邀請一名數學教育領域專家及一名具豐富實務經驗之國小教師進行檢核，以確認分類架構與編碼結果之適切性與一致性。

肆、結果與討論

一、整體命題架構與題數分布

本研究以 109 至 114 年度國民小學教師資格考試「數學能力測驗」歷屆試題為分析對象，依試題內容與命題性質區分為普通數學與數學教材教法兩大面向。整體結果顯示，普通數學與數學教材教法兩大面向之題數配置大致平均，且兩大面向之分數占比各為 50%，顯示數學能力測驗之命題取向並未偏重單一面向，而是兼顧數學內容知識與教材教法知識。以題型來看，除民國 109 年之試題為 30 題選擇題外，自民國 110 年起至 114 年，每年試題選擇題題數皆為 26 題，顯示試題結構自 110 年起趨於穩定，並維持固定之題型配置。進一步分類六年之整體試題內容可知，數與量（N）為主要命題焦點，空間與形狀（S）次之，資料與不確定性（D）及其他面向之題目則相對較少。

二、普通數學試題之命題重點與年度分布

在普通數學部分，歷屆試題之命題重點以數與量領域最為顯著，其次為空間與形狀，而資料與不確定性及其他類型所占比例相對較低。若進一步細分，在數與量領域中，又以數概念相關題型最具代表性。此結果顯示，基礎數概念、運算理解與量感判斷等內容，仍為教師資格考試中普通數學最核心且穩定的評量範疇。

數與量為國小數學學習之基礎核心，從低年級數概念的建立，到高年級比與比例、量的關係及問題解決，皆奠基於此。因此，在教師資格考試中維持較高比重，具有其教育與評量上的合理性。此一結果亦反映命題者期望未來國小教師具備扎實的數學內容知識，以作為後續教學判斷與教材轉化之基礎。

綜合而言，普通數學試題呈現出「以數與量為核心，空間與形狀為輔，資料與不確定性及其他類型相對較少」之命題格局，顯示基礎數學能力仍為評量重點所在。

三、數學教材教法試題之命題重點與年度分布

本研究將數學教材教法試題依內容分為三大類別，分別為數學課程知識、分析學生數學認知知識，以及數學教學策略知識。整體分析民國 109 年至 114 年試題後發現，命題分布以數學教學策略知識為最多，46%；其次為分析學生數學認知知識，占約 41%；而數學課程知識比例最低，僅約 13%，顯示試題重心已由教材內容本身，轉向教學應用與學生學習理解。

就年度變化而言，各年度之命題重點略有差異。109、110 與 112 年較偏重教學策略知識，強調教師在教學現場的布題設計與策略運用能力；111 與 113 年則明顯提高學生認知分析相關題型，特別著重學生解題歷程與迷思概念的理解；114 年則呈現教學策略與學生認知兩類題型較為均衡的發展趨勢。相對而言，數學課程知識於各年度皆維持低比例，且變動不大。

整體命題趨勢顯示，數學教材教法試題逐漸由傳統的知識導向，轉向強調教學實務與學生學習歷程分析。一方面重視教師是否能依教學目標設計適切的教學活動，另一方面亦關注教師能否理解學生的思考方式並診斷其學習困難。此外，教學策略知識與學生認知分析知識在不同年度呈現交替強化的現象，反映命題者在評量重點上的調整與平衡。

此一趨勢可能與近年素養導向教學政策的推動有關，使教師專業由單純的學科知識，轉向整合教學設計與學生理解能力。同時，評量觀點亦由重視結果轉為重視歷程，促使與學生認知相關之題型比例提高。此外，不同年度命題委員之專業取向差異，也可能造成試題分布上的波動。

綜合而言，本研究顯示數學教材教法試題已逐步朝向強調教學策略與學生認知分析能力發展，課程知識則相對弱化。此結果意味著，未來教師培育與應試準備應加強教學情境判斷、學生迷思概念分析，以及教學策略運用能力，以因應當前命題趨勢之轉變。

四、與既有研究之比較及其命題意涵

將本研究結果與林碧珍（2021）之研究相互對照，可發現兩者在命題趨勢判讀上並非一致。林碧珍以民國 103 至 108 年數學教材教法試題為分析對象，將其區分為數學課程知識、分析學生數學認知知識與數學教學策略知識三類，並指出三者合計題數配分占比分別為 36%、37%與 27%，亦即數學教學策略知識所占比重最低。然而，本研究之數學課程知識、分析學生數學認知知識與數學教學策略知識三類，合計題數配分占比分別為 13%、41%與 46%，呈現出與林碧珍（2021）研究結果明顯不同的分布情形。具體而言，本研究中「數學教學策略知識」之題數配分占比最高（46%），已超越「分析學生數學認知知

識」（41%）與「數學課程知識」（13%），顯示近年試題命題重心有由「課程理解」逐漸轉向「教學實務應用」之趨勢。

進一步比較可知，林碧珍（2021）所分析之試題較強調數學課程知識與學生認知分析能力之均衡發展，而教學策略知識所占比例相對較低；然而，本研究結果則顯示命題者更重視應試者在實際教學情境中運用策略的能力，特別是在診斷學生學習困難、選擇適切教學方法及進行教學調整等面向。

此一差異可能反映出近年教育評量取向的轉變，逐漸由知識導向轉為素養導向，強調教師在真實情境中的專業判斷與應用能力。此外，108 課綱實施後，對於教師教學專業能力的要求更加重視教學實踐與學生學習歷程的掌握，亦可能影響試題命題方向，使「數學教學策略知識」之比重顯著提升。

五、結論與建議

本研究結果顯示，國民小學教師資格考試數學能力測驗之命題架構，在普通數學與數學教材教法兩大面向間維持均衡配置，反映評量取向兼顧學科內容知識與教學專業能力。在普通數學方面，試題長期以數與量為核心，突顯基礎數概念與運算理解之重要性；在數學教材教法方面，則呈現由課程知識轉向教學策略與學生認知分析之發展趨勢，顯示命題重心逐漸強調教學實務應用與學習歷程理解。

此外，整體命題趨勢亦呈現動態調整之特性，不同年度間在教學策略知識與學生認知分析知識之間呈現交替強化的現象，顯示評量設計逐步朝向多元與平衡發展。相較之下，課程知識之比重則持續偏低，反映出教師專業評量已不再僅限於教材內容掌握，而更重視教師在教學情境中的判斷與應用能力。

再者，與既有研究比較可知，近年試題已明顯提高數學教學策略知識之比重，顯示教師資格考試之評量方向，已由知識導向逐步轉向素養導向，並呼應 108 課綱強調教學實踐與學生學習歷程之理念。此一轉變意味著，教師專業能力不僅在於理解數學內容，更在於能有效設計教學、分析學生學習情形，並進行適切之教學調整。

基於上述結果，本研究認為未來師資培育與教師檢定準備，應同時強化數學內容知識與教學實務能力，特別是在學生迷思概念分析、教學策略運用及教學情境判斷等面向，以因應當前命題趨勢之發展。整體而言，本研究不僅補充不同時期試題分布之變化情形，亦呈現數學教材教法評量逐步朝向強調教學實務與素養導向之發展，對未來相關研究與實務具有重要參考價值。

伍、參考文獻

李源順、林福來、呂玉琴、陳美芳（2008）。小學教師數學教學發展標準之探究：學者的觀點。**科學教育學刊，16**（6），627-650。

林碧珍（2021）。國民小學教師資格考試「數學能力測驗」之數學教材教法評測

知識類別與細目及比重分析。**教育實踐與研究 34**(1)。

教育部（2014）。**十二年國民基本教育課程綱要總綱**。臺北市：作者。

教育部（2014）。中華民國師資培育統計年報。

教育部（2024）。高級中等以下學校及幼兒園教師資格考試命題作業要點。

教育部（2016）。**中華民國教師專業標準指引**。臺北市：作者。

高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定考試數學能力測驗試題研發小組（2014）。**103 年國小教師資格檢定首次數學能力測驗分析**。台北：國家教育研究院。

鍾靜、張淑怡、陳幸玫、陸昱任、戴坤邦（2012）。國小數學教師專業標準之建構。科學教育學刊，20（3），217-239。

Darling-Hammond, L. (2006). Constructing 21st-century teacher education. *Journal of Teacher Education, 57*(3), 300-314.

Martin, F. (2005). *The relationship between beginning teachers' prior conceptions of geography, knowledge and pedagogy and their development as teachers of primary geography* [Unpublished doctoral dissertation]. Coventry University.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher, 15*(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, *57*(1), 1-23.

An Analysis of Items in the Mathematics Competency Test for the Elementary School Teacher Qualification Examination

Yuan-Chen Li[1] Shih-Hsuan Wei [2]

[1] Changhua County Puyan Township Yongle Elementary School
[2] Department of Mathematics Education, National Taichung University

Abstract

This study examined the content characteristics and item-setting trends of the Mathematics Competency Test in the Elementary School Teacher Qualification Examination from 2020 to 2025. Content analysis and descriptive statistics were used to analyze officially released test items in two components: General Mathematics and Mathematics Teaching Materials and Methods. General Mathematics items were categorized according to the six content domains of the 12-Year Basic Education Mathematics Curriculum Guidelines, while Mathematics Teaching Materials and Methods items were coded using Lin's (2021) framework of three knowledge dimensions and twenty indicators. The findings showed that the overall test design balanced mathematical content knowledge and pedagogical content knowledge, indicating a shift from a purely disciplinary assessment toward a more integrated evaluation of teacher professional competence. In General Mathematics, number and quantity was the major focus, followed by geometry and algebra, whereas statistics and probability accounted for a relatively smaller proportion, suggesting that fundamental mathematical knowledge remains central to assessment. In Mathematics Teaching Materials and Methods, the emphasis was placed on children's mathematical concepts, students' solution processes, and the analysis of misconceptions, reflecting growing attention to pre-service teachers' understanding of student cognition. Overall, the test has gradually moved from a curriculum-content orientation toward greater emphasis on student cognition and instructional application, although classroom interaction, immediate feedback, and instructional decision-making remain less represented. The findings may serve as a reference for future item development, teacher education curriculum planning, and further research.

Keywords: Elementary School Teacher Qualification Examination, Mathematics Competency Test, Item Analysis, Mathematics Teaching Materials and Methods, Item-Setting Trends

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(8) 數位科技工具與數學教學

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

國小職前教師速率概念之數學教學表徵探究

李昆訓[1] 謝佳叡[2]
[1]國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 king8243@gmail.com
[2]國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 paris@tea.ntue.edu.tw

摘要

本研究利用問卷調查法，旨在瞭解國小職前教師在速率單元之教學決策，分別針對「概念引入」與「學生解題困難應變」兩大教學情境，探討國小職前教師於上述教學情境之表徵選擇偏好與轉換特徵。研究工具為「速率教學表徵調查問卷」，研究工具問卷結構共有兩個大題，問卷題目旨在蒐集國小職前教師於概念引入階段與面臨學生速率解題困難所使用之語句，並調查其對速率單元所屬年級之判斷能力，包含勾選題與開放式問題。研究對象為臺北市某教育大學正在修習國民小學教育學程的大學生及研究生。共85名職前教師。資料蒐集完成後，依據本研究設計之數學表徵分類內涵與速率內容制訂編碼指引進行職前教師作答反應編碼，對職前教師之作答反應進行質性編碼與量化分析。

研究結果如下：職前教師在概念引入階段時，偏好使用生活實例與正式定義。然而，學生出現解題困難時，教師會傾向使用畫圖表徵。此外本研究亦發現職前教師對教材結構的熟悉度普遍不足，僅三成職前教師能正確判斷速率的教學年級。建議未來師資培育課程不應僅止於解題能力的訓練，更應強化職前教師對課程綱要橫向脈絡的掌握，並透過實作引導其發展多元表徵的轉化能力，以提升其在未來教學現場所需的專業應變力。

關鍵字：教學表徵、速率、國小職前教師

壹、緒論

我國十二年國教數學領綱將「數學是一種語言，宜由自然語言的題材導入學習」列為第一項基本理念(教育部，2018。透過數學，人們能夠描述現象、解釋關係、進行問題推理，並與他人分享思考過程。因此，在數學學習與教學中，如何有效表達數學概念，是影響學生理解與應用能力的重要因素。教師的數學表達能力能幫助學生將抽象概念具體化，使其能夠清楚地描述問題、闡述解題步驟，並與他人討論不同的解題方法。

在數學課堂中，教師的表達方式直接影響學生的學習效果。其中，數學表徵是進行數學溝通的重要工具，涵蓋符號、圖像、語言、實物操作等多種形式(Lesh et al.,1987。當教師能夠靈活運用多元表徵，不僅能讓學生更直觀地掌握數學概念，也能促進學生之間的數學對話，使學習過程更加順暢。

謝豐瑞(2012將「能使用恰當的表徵方式呈現數學概念，促使學生形成概念」列為國中及高中數學教學專業知能指標的項目之一，顯示出教師在數學教學中，除了須具備專業知識，也須掌握適當的教學策略，在國小也是如此。由於學生思維方式與生活經驗各異，教師若使用單一的講授方式難以滿足所有學生的需求。因此，職前教師若能於修習教育學程及實習期間培養靈活的教學技巧，並善用多元表徵來呈現數學內容，不僅能提升學生的學習興趣，也能深化職前教師對於數學教材的理解與應用能力。

研究者在大學期間曾擔任師培課程的教學助理，發現修習國小教育學程的

職前教師於課程中進行十分鐘的教學演示時，會根據其教學單元及題目類型選擇不同類型的數學表徵進行數學活動。尤其是速率單元，研究者發現教師常在速率單元的教學時感到棘手，因為速率概念涉及到時間單位、距離單位的換算、小數與分數的計算等前置概念，因此教學時需要顧及上述背景知識，並從實際操作(如賽跑活動，逐步引導至抽象的數字與公式。教師在此單元中，不僅需引導學生克服抽象概念的認知障礙，更需展現高度的表徵轉換能力。然而，對於經驗尚淺的職前教師而言，如何有效整合表徵進行速率教學，仍是數學教育研究中值得深究的議題。

綜上所述，職前教師在數學教學中的表徵選擇不僅影響學生的理解，也可能反映其數學素養與教學專業。因此，本研究旨在探究國小職前教師於速率單元之數學表徵運用情形。透過對比不同速率背景知識之職前教師，分析其在概念引入階段的表徵選擇，以及面臨學生解題困難情境時的表徵應對策略，以揭示職前教師在速率教學中的表徵運用邏輯與應變特徵。本研究結果將可作為師資培育課程教師在設計數學教育課程時的參考，進而提升課程的品質與職前教師的數學教學能力。

根據上述研究動機與目的，本研究探討問題如下：
一、不同速率背景知識的國小職前教師，在速率概念引入時之表徵選擇為何？
二、不同速率背景知識的國小職前教師教學速率時，學生面臨解題困難情境下之表徵選擇為何？

貳、文獻探討

一、數學教學表徵

根據全美數學教師協會（NCTM,2000）的《Principles and Standards for School Mathematics》，數學表徵不僅是學生用以表達與溝通數學思想的工具，也是一種用來建構意義、發展理解與解決問題的方式。NCTM強調學生應能使用多種表徵表達數學概念，並在不同表徵之間進行轉換，以促進概念理解與彈性思維。

從教學觀點來看，數學教學表徵可界定為：教師為協助學生建構數學意義，所使用的具體或符號形式之外部呈現方式，具有溝通、啟發、解釋與轉化之功能。這些表徵形式包括自然語言敘述、圖像、模型、符號、圖表、具體操作物等，其核心目的在於使抽象概念具體化，促進學生的思維可視化與可操控化（Goldin,2002）。

教師在教學中若能靈活運用並整合多種表徵，將有助於支持學生對抽象概念的深度理解與問題解決能力的發展，吳茜雯與黃桂君（2022）針對國小中度智能障礙學生的研究指出，整合具體物、圖像模型與抽象符號的多元表徵教學模式，對於提升學生的數概念具有顯著且持久的立即與保留成效。因此，教師如何依據學生特質選擇適切的表徵轉化路徑，在實務教學中至關重要。

林秀真與楊憲明（2023）的研究指出，數學學習困難學生與一般生在處理不同表徵形式的數學問題時，表現存在顯著差異；提供視覺化表徵輔助時，能有效降低數學學習困難學生的認知阻力。由此可見，教師必須具備靈活轉換表徵的能力，才能根據學生的認知特質提供最適切的教學。此外，張筱君與袁媛（2023）的研究發現在分數除法的教學中使用數線模型在促進學生理解量與量之關係上，成效顯著優於面積模型，可得知教師若能在教學時適當調整表徵的

使用，可以降低學生的認知負擔，更說明了教師具備數學概念的背景知識之重要性。

邱怡靜、曾建銘與吳昭容（2023）針對三至八年級學生處理數學文字題的研究也指出具備多元表徵能力的學生，其解題成就顯著優於單一表徵者，顯示教師引導學生在不同表徵間轉換的必要性。然而，在素養導向教學的趨勢下，吳正新、謝佳叡與紀玫芳（2025）針對國小高年級學生在素養導向試題的分析中發現，學生在解題的形成歷程中，最主要的障礙即為「訊息擷取錯誤」與「表徵使用錯誤」，顯示出學生「將現實情境轉化為數學表徵的能力」是解題成功的關鍵。因此教師在進行教學時應強化學生在建模歷程中的表徵建構與轉換的相關知能。

二、速率

速率是比率的一種，常與生活中時間、距離、工作效率等問題密切相關。在日常生活中，速率概念無所不在，從「每小時行駛幾公里」、「誰跑得比較快」都是速率的應用。國小階段關於速率的課綱條目如1所示。從表1可以看出，課綱將速率視為比和比值的應用，其意義是透過距離與時間兩個量來描述，亦即速率是時間與距離之間的雙變量關係，因此學生在理解此概念時，需運用較高層次的比例推理能力（鍾靜等，2001），而對數學的認知發展尚未完善的國小學生而言，理解與應用速率概念常成為一項挑戰。另一方面，對教師而言，如何在教學中建構學生對速率概念的初步理解，選擇適切的教學表徵與策略，也甚為重要。

表 1 **十二年國教數學領綱學習條目與學習表現(速率)**

編碼	學習內容條目說明	學習表現
N-6-7	**解題：速度。比和比值的應用。**速度的意義。能做單位換算（大單位到小單位）。含不同時間區段的平均速度。含「距離＝速度×時間」公式。用比例思考協助解題。	n-III-9 理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。

從課綱內容可看出，速率的學習安排於六年級，因為國小尚未引入「位移」概念，因此並沒有區隔「速率」與「速度」的不同。該條目是界定為「解題」，從意義、單位換算、平均速度、比例思考解題，不僅涉及單位時間內的變化量，也強調兩個不同單位量之間的定量關係。加上速率結合「小數、分數的計算」、「時間的單位換算」與「長度的單位換算」等多重概念，其學習對學生而言經常具挑戰性。例如，石雅竹（2025）指出六年級學生在比與比值及其相關單元（如速率、比例尺）的解題時，發現學生的解題信念傾向於「依賴公式」，而非理解量與量之間的關係。這種對公式的過度依賴，往往導致學生在面對複雜情境時產生障礙。

針對學生在速率應用問題上的具體表現，程郁倫（2024）透過認知診斷測驗發現，學童在單位換算及涉及動態情境的水流問題、追趕問題等題型，答對率偏低。該研究指出學童解題失敗的關鍵在於題意理解能力較差，難以將題目中的文字敘述轉譯為正確的數學結構。唐慧真（2025）建議速率的教學設計應強調多元表徵的介入，透過圖像輔助、情境模擬或具體操作，協助學生將抽象的動態過程轉化為具體的視覺形象，也可看出當中涉及重要的表徵轉換。

針對學生的語意解讀困難，林奕丞（2024）採用「替換式數學」策略，透過調整題目中的數值與日常用語，顯著強化學習障礙學生對於速率情境的理解，並大幅提升列式正確率，更證明教師具備語意表徵轉換能力的重要性。除了語意表徵的轉換與使用外，謝艾玲（2020）則透過 Dash 機器人的具體位移操作，將抽象的單位時間變化量具象化。顯示教學上運用多元且具體的表徵形式，能協助學生建構意義、釐清誤解，並強化其應用與推理能力。同時也強調了在教學設計中整合不同表徵形式的重要性，以促進學生對速率概念的全面理解。

叁、研究方法

一、研究設計

本研究採調查研究法之問卷調查方式進行。透過提供具有情境的速率相關問題，探究國小職前教師分別針對「概念引入」與「學生解題困難應變」兩大教學情境，在面對這些速率單元的教學情境時，所展現的表徵選擇以及所做的教學決策會以什麼樣的表徵呈現，以探討職前教師之表徵選擇偏好與轉換特徵。資料收集與分析均包含質性與量化資料。

二、研究對象與樣本

本研究之研究對象為北部某師培大學正在修習國民小學教育學程的大學生及研究生。研究樣本共包含85名來自不同系所的師培生（職前教師），研究資料於國民小學數學領域教材教法課程中進行施測，所有樣本皆通過普通數學課程，但尚未有實際教學實務經驗。

三、研究工具

本研究旨在透過職前教師的開放式文字反應，探究其潛在的表徵運用邏輯，研究工具系根據謝佳叡（2020）之架構編製「速率教學表徵調查問卷」。試題設計架構包含兩個向度：向度一為教學實務情境，本向度依據教學歷程與內容，設計三項具體調查任務，用以蒐集職前教師之教學決策資料；向度二為數學表徵分析架構。以下分別論述之。

向度一為速率課程背景知識之認知。先以一則速率應用題為情境，題目如下：「甲車速率70公里/小時，乙速率90公里/小時，如果甲、乙兩車同時從相同出發點出發，一個往東一個往西開，30分鐘後兩車相距多少公里呢？」，請職前教師判斷該題目適合出現在國小幾年級，本題並非測試受測者之解題能力，而是調查受測者對於速率課程結構與教材銜接的熟悉度，並將其判斷之正確性作為劃分速率背景知識之憑據。透過此分類，本研究將受測者區分為不同速率概念背景知識組別，以進一步檢定其在教學表徵選擇上是否存在顯著差異。

接著探究職前教師對於速率概念引入之表徵偏好，題目要求受測者簡要描述「速率」之數學概念，並具體記錄其在教學起始階段所欲使用的引導話語（第一句話）。此設計旨在調查職前教師對速率定義的詮釋方式，並分析其在無學生干擾下，主動產出的教學表徵傾向。

第三部分是探究面臨學生速率問題解題困難時之表徵應變。情境設定為學生在解決前述應用題時面臨困難，要求受測者描述其後續之補救教學處置。此設計旨在探討職前教師在實務應變中的表徵轉換，分析其在面臨學生解題困難時，能否展現不同於起始教學之表徵策略。

向度二為數學表徵分析架構，本向度為研究者之分析準則。參考謝佳叡（2020）提出之數學表徵分類，將職前教師在上述情境中所產出之文字反應，

於後續進行 11 種表徵類型之編碼標記（包含：生活情境、實物操作、圖像、符號、公式…）。本研究不預設選項供受測者勾選，而是透過質性資料的歸納，標記其表徵使用與否。

四、資料蒐集

本研究於北部一所師培大學國民小學數學領域教材教法課程中進行施測中進行集體施測。作答時間統一限制為 30 分鐘，且施測全程禁止使用手機或翻閱任何參考資料。

五、資料處理與分析

本研究質性資料係根據數學表徵分類內涵與速率內容制訂編碼指引，研究者依據指引對職前教師之作答內容對照11類數學教學表徵進行編碼，統計職前教師在情境中表徵使用的狀況。分析單位為職前教師在「新概念引入」與「學習困難應變」兩大教學情境下，經編碼後十一種數學表徵之出現次數。在量化資料分析上，首先利用統計軟體 SPSS 進行敘述統計，藉此描繪職前教師在不同情境中的表徵使用傾向。進而將職前教師對速率單元之教材年級認知作為劃分速率背景知識之依據；針對正確識別組與未正確識別組之表徵選擇差異，鑑於部分表徵細格之預期次數較小，本研究採用費雪精確檢定（Fisher's Exact Test）進行統計檢定，以確保顯著性分析之嚴謹性。

肆、發現與討論

本研究旨在探究國小職前教師於速率單元之數學表徵運用情形。分析其在新概念引入階段的初步表徵選擇，以及當學生面臨速率解題困難情境時的表徵應變特徵。

一、不同速率背景知識的國小職前教師於速率概念引入階段之表徵選擇分析

在職前教師對速率教材的認知方面，本研究將其對速率單元所屬年級之判斷能力，視為衡量其速率背景知識的重要指標。如表2所示，在85位受測者中，僅有26位（31%）職前教師能準確識別速率單元屬於國小六年級之教材，本研究將能準確判別速率單元屬於六年級之職前教師命名為「正確判別組」；其餘59位（69%）則誤判為其他年級，命名為「未正確判別組」。此結果顯示，近七成的職前教師對於國小數學課程綱要的單元銜接與進度分布尚缺乏精確掌握。

表2、
職前教師對速率單元所屬年級之教材知識認知統計表

	人數	百分率
六年級*	26	31%
其他年級	59	69%
總人數	85	100%

註：*指正確識別速率單元

表3顯示職前教師於速率概念引入階段之表徵使用情形。研究者根據受試者於問卷第二題「開始介紹速率概念時會使用的一句話」的作答結果，對照 11 類數學教學表徵進行編碼與次數分配統計，統計職前教師在速率概念引入時使用表徵類別之情形。從表3可知，職前教師最常使用的表徵前三項分別為例子（64%）、生活事物（60%）以及「正式方式」（38%）。

最多職前教師使用的「例子」表徵（64%），這類作答傾向透過學生熟悉的競賽情境來引入速率感。具體的代表性作答如下：「同一時間小明走6cm，小美走10cm，誰比較快?」、「老師家到學校的距離是2000m，老師可以選搭車，騎車、走路三種方法到學校，但三種方法的需要時間不同」、「我們班要選出跑步代表請問你們跑多快?」綜合上述反應可知，職前教師傾向利用『生活情境』

作為概念引入的錨點，企圖將速率與學生的感官經驗（如：快慢感、數字顯示）掛鉤。

次多職前教師使用的「生活事物」表徵（60%），這類作答傾向引導學生觀察環境中存在的速率特徵。具體的代表性作答如下：「棒球投手球速」、「走路快還是騎腳踏車快?」、「有沒有看過爸爸媽媽在開車的時候，方向盤前面總有指針在移動呢?」、「有沒有看過車輛限速的路標」。職前教師利用常見的具體物件（如儀表板、限速牌）來具象化速率概念。並企圖將數學概念與生活規範（如速限）及體育常識（如球速）掛鉤。

第三多職前教師使用的正式方式表徵(38%，其作答內容則多與數學定義的推導有關。這類作答旨在透過邏輯說明速率中距離與時間的關係。具體的代表性作答如下：「固定時間內的移動距離」、「兩個物體之間運動的相對快慢」、「用於表達物體移動速度快慢的方式」這類作答顯示部分職前教師試圖賦予速率更精確的單位量意義，以引導學生從感官直覺進入數學邏輯結構。

此一結果反映出職前教師在引介「速率」這一抽象的概念時，傾向於透過具體的習題示例與學生的生活經驗（如：跑步快慢、交通工具行駛）作為教學起點，而非直接以抽象邏輯的方式進行引入。值得注意的是，職前教師反而在嚴謹度較高的表徵上，選用率明顯偏低。「證明」與「抽象符號」皆無職前教師選用，而「公式」之使用率亦僅有 19%，都可推測職前教師在概念引入階段，傾向具有具體化與去抽象化，意圖降低學生的認知門檻。

表3、國小職前教師於速率概念引入階段之表徵使用分析表

表徵類型	使用人次	整體使用率	正確判別組使用率	未正確判別組使用率	*P* -Value
畫圖	4	5%	0%	7%	.308
故事	2	2%	0%	3%	1.000
正式方式	32	38%	39%	37%	1.000
實際數值	19	22%	12%	27%	.159
證明	0	0%	0%	0%	N/A
抽象符號	0	0%	0%	0%	N/A
例子	54	64%	62%	64%	.811
公式	16	19%	19%	18%	1.000
週遭物品	3	4%	8%	2%	.220
比喻	1	1%	4%	0%	.306
生活事物	51	60%	58%	61%	.813

註：因部分表徵預期次數小於5，本表之 *P* 值係採用費雪精確檢定（Fisher's Exact Test）之精確顯著性（兩端）。

若根據表2的結果，進一步分析「正確判別組」和「未正確判別組」對表徵使用的影響，經費雪精確檢定（Fisher's Exact Test）分析顯示，所有表徵類型之 *P* 值均未達顯著水準（$P > .05$）。可以發現，儘管職前教師在速率教材年級認知上存在顯著差異（僅三成正確），但其在概念引入階段的表徵使用卻展現出高度的一致性，亦即職前教師對教材年級認知的準確度表現，均未導致其在表徵選用上的顯著統計差異，多數職前教師均傾向以具體化（如：例子、生活事物表徵）結合去抽象化（如：不使用證明、抽象符號表徵）的模式進行教學。此一結果反映出職前教師的概念引入策略可能並非建立在深厚的教材知識或課程

結構理解之上，而更多是受到普遍的直覺式教學觀點或對學童認知的刻板印象所主導。

二、不同速率背景知識的國小職前教師在面臨學生速率問題解題困難情境下之表徵使用分析

表4顯示職前教師在面臨學生速率問題解題困難情境之表徵使用情形。研究者針對問卷第一題「如果在教這個問題時，發現你的學生無法順利解這一題你會做的事情，及你會說的話。」的作答結果，對照 11 類數學教學表徵進行開放式編碼，並對照 11 類數學教學表徵統計其分布情形。分析結果(如表4顯示，當學生遭遇解題困難時，職前教師最常使用的前三項表徵分別為畫圖（72%）、實際數值（34%）以及正式方式（21%）。

最多職前教師使用的「畫圖」表徵，這類作答展現出「視覺化引導」策略，企圖透過空間幾何關係輔助學生理解題意。具體的代表性作答如下：「東南西北畫出圖，並說有人可能不理解東西的方向，我們來看這張圖。」、「反方向用畫圖表示」、「我會畫出甲和乙的行進方向和狀況，我會說:『小朋友，請觀察老師畫的圖，甲和乙是往同一個方向前進，還是反方向呢?』」綜合上述反應可知，當面臨學生解題困難時，職前教師傾向將抽象的文字題意轉化為具體的幾何空間模型。反映出職前教師意識到速率問題中相對運動的複雜性（同向、反向），難以單純透過口語解釋釐清。因此，透過畫圖表徵將動態的位移關係靜態化與視覺化，協助學生建立題意表徵。

次多職前教師使用的「實際數值」表徵，這類作答傾向透過簡化數據、建立比例關係等策略，協助學生在具體的算術運算中找尋邏輯規律。具體的代表性作答如下：「把題目簡化甲一小時走 6 步，乙一小時走 4 步，相距？」、「如果大雄開車開了 100 公里，速率是 50km/hr，那開了多久？如果大雄開車的速率是 50km/hr，共開了 2 小時，那開了多少公里」。綜合上述反應可知，職前教師在學生面臨解題困難時，企圖利用簡化數值（如將公里換成步數）來降低計算阻礙幫助學生回歸基礎運算。

第三多職前教師使用的「正式方式」表徵，這類作答傾向回歸速率的本質定義，透過邏輯演繹引導學生解題。具體的代表性作答如下：「說明速率的定義為每小時內前進的距離，所以兩車往完全相反的方向行駛，相距的距離會增加！」、「甲車一小時可開70公里，所以30分鐘可以開70÷2=35分鐘 乙車…(同上 一個往東一個往西代表兩車距離越來越遠還是越來越近」。綜合上述反應可知，職前教師在學生遭遇困境時，企圖以「概念定義」作為解題的起點，將抽象的速率意義（如：每小時行駛距離）與題意中的運動狀態（如：反向行駛、距離增加）進行邏輯連結。試圖透過定義解說與程序化計算，協助學生在理解概念的基礎上完成解題。

與概念引入階段的表徵使用情形相比，在面臨學生解題困難時，多數職前教師傾向透過「畫圖」表徵，將抽象的文字描述轉化為具體表徵，以期降低學生的認知負荷，表徵使用率由5%提升至72%。而「實際數值」表徵的選用率提升至34%，結果顯示在面對學生困境時，較能使用具體的數值運算來取代抽象的公式推導。相對地，在引入階段有較高使用率的正式方式與例子等表徵，在困難處理階段的使用率則大幅下降，分別為21%與16%。

若進一步區分表4的結果，進一步分析「正確判別組」和「未正確判別組」對表徵使用的影響，經費雪精確檢定（Fisher's Exact Test）分析顯示，所有表徵類型之 P 值均未達顯著水準（$P > .05$）。顯示職前教師對教材年級認知的準確

度表現，均未導致其在表徵選用上的顯著統計差異。但從分析結果可以發現，職前教師對速率教材年級的判別正確與否，與其在解題應變階段的表徵選擇呈現出明顯比例上的差異。在「未正確判別組」中，職前教師選用「實際數值」（41%）及「正式方式」（25%）的比例，均大幅高於「正確判別組」（分別為 19% 與 12%）。這顯示不同速率背景知識的國小職前教師，在面臨學生解題困境時的決策時存在一些差異。研究者推測「正確判別組」的職前教師，可能對國小高年級學生的認知發展有較精確的掌握，因此在應變時有意減少數值計算與正式方式等較為抽象的表徵之使用。相對而言，「未正確判別組」較高比例地使用實際數值與正式方式表徵，可能反映出這類教師傾向回歸自身較為熟悉的學習路徑—即透過簡化運算（實際數值）或強化邏輯定義（正式方式）來試圖引導學生解題。

表4、國小職前教師在面臨學生速率問題解題困難情境時的表徵使用分析表

表徵類型	使用人次	整體使用率	正確判別組使用率	未正確判別組使用率	*P* -Value
畫圖	61	72%	81%	68%	.273
故事	0	0%	0%	0%	N/A
正式方式	18	21%	12%	25%	.246
實際數值	29	34%	19%	41%	.079
證明	0	0%	0%	0%	N/A
抽象符號	0	0%	0%	0%	N/A
例子	14	16%	11%	19%	.534
公式	8	9%	11%	8%	.695
週遭物品	2	2%	0%	3%	1.000
比喻	0	0%	0%	0%	N/A
生活事物	6	7%	8%	7%	1.000

註：因部分表徵預期次數小於5，本表之 *P* 值係採用費雪精確檢定（Fisher's Exact Test）之精確顯著性（兩端）。

伍、結論與建議

研究者發現，職前教師在速率教學的表徵選擇上展現出顯著的具體化導向特徵。在概念引入階段，教師傾向以例子、生活事物與正式定義等表徵作為教學起點，從學生的生活相關經驗出發與數學定義間建立連結；然而，一旦教學情境轉向面臨學生速率問題解題困難時，教師的表徵策略產生大幅度的變動，最顯著的現象為畫圖表徵選用率由5%提升至72%。此一發現證實了職前教師雖具備初步的教學內容知識，能識別較為具體的圖像在處理空間運動邏輯時的優勢。

進一步分析職前教師對速率教材年級的判別情形，研究者發現職前教師對教材結構的認知普遍不足，僅有約三成職前教師能準確識別速率單元所屬之正確年級，且此種教材熟悉度與其在引入階段的表徵選擇並無顯著相關。然而，職前教師對速率教材年級的判別正確與否的影響力，在面臨學生速率問題解題困難情境中開始浮現，誤判速率單元為非六年級之職前教師，使用實際數值與正式方式表徵的比例，大幅高於準確判別速率單元屬於六年級之職前教師。研究者推測，後者因更能掌握高年級學生的認知發展，故傾向於降低抽象的實際

數值與正式方式表徵之使用率；而前者則可能因對教材位階較不熟悉，而依賴自身較直觀的實際數值與正式方式表徵來引導學生。本研究建議未來師資培育課程不應僅止於解題能力的訓練，更應強化職前教師對課程綱要橫向脈絡的掌握，並透過實作引導其發展多元表徵的轉化能力，特別是如何將深層的數值關係轉化為易於理解的類比或邏輯推理，以提升其在未來教學現場所需的專業應變力。

參考文獻

Goldin, G. A. (2002). *Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 137–165.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 33-40. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.Reston*, VA: NCTM.

石雅竹（2025）。*六年級學生在比與比值及其相關單元的解題信念*。〔未出版之碩士論文〕。國立臺北清華大學。

吳正新、謝佳叡、紀玫芳（2025）。國小高年級學生在數學素養導向試題解題之錯誤類型分析。*臺灣數學教育期刊，12*(2)，1-39。

吳茜雯、黃桂君（2022）。多元表徵教學對國小中度智能障礙學生基礎數概念教學成效之分析。*特殊教育與復健學報*，(37)，23-49。

林秀真、楊憲明（2023）。數學學習困難學生與非數學學習困難學生分數數值比較能力之差異與具體－表徵－抽象策略之教學成效。*特殊教育學報*，(58)，33-84。

林奕丞（2024）。*替換式數學對國小數學學習障礙學生數學文字理解及計算之成效~以速率單元為例*。〔未出版之碩士論文〕。國立臺北教育大學。

邱怡靜、曾建銘、吳昭容（2023）。三至八年級學生數學文字題的表徵轉換與等價能力。*臺灣數學教育期刊，10*(2)，1-25。

唐慧真（2025）。*國小六年級學童速率應用問題之解題表現與錯誤類型分析*。〔未出版之碩士論文〕國立臺中教育大學。

張筱君、袁媛（2023）。以圖形模型表徵解分數除法問題之研究－以臺中市一所國小六年級學生為例。*教育科學期刊，22*(2)，51-76。

教育部(2018)。*十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域*。

程郁倫（2024）。*國小六年級速率單元診斷測驗編製研究*。〔未出版之碩士論文〕國立臺中教育大學。

謝艾玲（2020）。*Dash機器人融入國小六年級數學科教學之研究－以速率單元為例*。〔未出版之碩士論文〕國立清華大學。

謝佳叡(2020)。*國小職前教師有關表徵選擇之數學教學概念心像探究:引進文字探勘技術分析 (計畫編號：108-2511-H-152-001-)*。臺北市：國科會。

謝豐瑞(2012)。國高中數學教學專業知能指標。*中等教育，63*(3)，30-47。

鍾靜、魯炳寰、林素微（2001）。*國小數學教材分析—時間與速率*。臺北市：教育部臺灣省國民學校教師研習會。

Exploring Mathematical Instructional Representations of Speed Concepts among Elementary Pre-service Teachers

Kun-Syun Li Chia-Jui Hsieh
Department of Mathematics and Information Education,
National Taipei University of Education

Abstract

This study employs a survey method to investigate the instructional decision-making of pre-service elementary school teachers regarding the topic of speed. Focusing on two primary instructional contexts—"concept introduction" and "responding to students' problem-solving difficulties"—the study examines the pedagogical representation preferences and transformation characteristics among pre-service teachers. The research instrument consisted of two main sections, designed to collect the instructional language used by pre-service elementary teachers during the concept introduction phase and when encountering students' problem-solving difficulties in speed, while also investigating their ability to identify the appropriate grade level for the speed unit. The questionnaire included both multiple-choice and open-ended questions. The research participants consisted of 85 pre-service teachers, including undergraduate and graduate students currently enrolled in the elementary education program at a teacher education university in Taipei. Following data collection, a coding guide was developed based on the mathematical representation framework and the content of the speed unit. This guide was used to code the pre-service teachers' responses, facilitating both qualitative coding and quantitative analysis.

The results are as follows: During the concept introduction phase, pre-service teachers preferred real-life examples and formal definitions. However, when students encountered difficulties in solving problems, pre-service teachers tended to use diagrammatic representations. In addition, the study found a general lack of curriculum knowledge among participants; only 30% of participants correctly identified the appropriate grade level for the speed unit. The study suggests that teacher education should extend beyond problem-solving skills to strengthen pre-service teachers' grasp of curriculum mapping and their ability to flexibly transform across multiple representations, thereby enhancing their professional adaptability in future classroom settings.

Key words: Instructional Representations、Speed、Elementary Preservice Teachers

數學課程教學與評量融入生成學習活動之學習表現與態度之探究

楊晉民[1] 姚譯傑[2]

[1] 臺中教育大學數學教育學系 jinnminyang@mail.ntcu.edu.tw

[2] 臺中教育大學數學教育學系 ama112131@gm.ntcu.edu.tw

摘要

生成學習活動(generative learning activities, GLAs)可以啟發與引導學習者的學習，讓學習者可以主動地從課程中選擇重要信息以進行進一步分析，再將所選材料在心理上組織成對學習者有意義的連貫結構，以及將材料與來自長期記憶中被引發的相關先驗知識以及相應的文字和圖像材料整合起來。本研究旨在探討將生成學習活動（Generative learning activities）融入 GeoGebra 動態幾何數位教材，對師資生數學學習表現與態度之影響。本研究透過問卷調查與半結構式訪談進行資料蒐集與分析。研究對象為 113 學年度碩士部及學士部共計 94 名修習普通數學之師資生。透過相依樣本 t 檢定結果顯示，在主動參與、理解概念等九項學習表現指標上，生成式學習活動之整體平均得分皆顯著高於無生成式學習活動；針對碩士班與大學部進行獨立樣本 t 檢定，結果顯示碩士班學生對生成式學習活動的評價顯著高於大學部學生。另外，從質性訪談佐證，生成式設計中的提示能有效引導思考方向，協助學生檢視與建構數學概念。本研究結果顯示融入生成式引導於 GeoGebra 確能提高數學學習工具之成效。

關鍵字：生成學習活動、GeoGebra、動態幾何、數學教學、資訊融入數學

壹、緒論

一、研究動機與背景

近年來，已有許多針對 GeoGebra 的使用研究產生(Bekene Bedada & Machaba, 2022;; GÜN & KÜÇÜK, 2023; Thapa, Dahal, & Pant, 2022)，顯見越來越多人使用 GeoGebra 在數學教學上。Zhang, Wang, Jia, Zhang, and Chen (2023)整理 2002 到 2022 年以 GGB 支援的動態視覺化教學元件實驗對學生數學成就的影響進行 20 年資料之後設分析發現，有效整合使用 GeoGebra 的動態視覺化教學元件對學生的數學學習成果產生了顯著的正向效應。學生在操作動畫或動態視覺化方面的主動性可能對他們的學習成就產生積極影響(Buckley & Doyle, 2016; Liu, 2016)。即

使學生只在一定程度上參與學習活動，也應該(Chi & Wylie，2014)。生成學習活動(generative learning activities, GLAs)旨在鼓勵學習者通過關注相關材料、組織它並將其與先前知識整合，更深入地反思課程(Fiorella & Mayer, 2015, 2016; Mayer, 2021)。整體來說，操作型數學活動能提升學生的主動參與，而若進一步提供鷹架、提示與摘要等引導，將能有效支持生成學習並提升成效。因此，本研究將生成式學習策略融入 GeoGebra，以探究學生對此數學科技應用之態度與想法。

二、研究目的

根據 Fiorella & Mayer(2016)和 Mayer（2021）的生成學習理論指出，學習者必須主動從資訊中建構意義。因此，本研究旨在探討將生成學習活動融入 GeoGebra 動態虛擬可操作元件中，比較無生成式與生成式兩種設計，對學生學習表現與態度的影響。

貳、文獻探討

一、多媒體學習與生成學習活動

認知負荷理論指出，處理互動性較高的訊息時會產生認知負荷。Mayer (2021）的多媒體學習認知理論強調，人類必須主動進行選擇、組織與整合，才能產生有意義的學習。當學習者擁有認知能力卻缺乏動力進行生成處理時，會導致生成處理低效利用。CTML 的三個基礎假設如下表 1

表 1

多媒體學習認知理論的三個假設

假設	說明
雙通道(Dual channels)	人類可以藉由視覺與聽覺等雙通道接收訊息
容量有限(Limited capacity)	在處理視覺與聽覺資訊時，每次每個通道所能夠使用的記憶體容量都是有限的
主動處理 (Active processing)	人類透過注意有關的傳入的信息，選擇訊息以組織成連貫的心智表徵，在將心智表徵與其他知識整合以進行主動學習(active learning)。

修改自: Mayer, R. E. (2021). *Multimedia Learning* (3rd ed.): Cambridge University Press.

本研究基於多媒體學習理論開發互動式 GeoGebra 虛擬教具，設計上融入五大原則以提升學習成效：透過「多媒體原則」維持數學元件的圖文並茂；運用「時

空接近原則」縮短圖文呈現的時空距離；採取「切割原則」適量分段教材以避免認知負荷過重；利用「訊號原則」以顏色和字體粗細聚焦學習主題；並藉由「引導原則」布建適度提問，指引學生正確操作 GeoGebra 元件。

二、生成學習活動

多媒體生成學習理論植基於 Wittrock 的生成學習模型，強調學習並非被動接收，而是主動建構意義，將新舊訊息建立連結（Wittrock, 1974）。Wittrock（1989）指出有意義的學習包含四個核心：生成、動機、注意與記憶。當學習者積極參與並理解教材時，便能產生有意義的生成活動（Fiorella & Mayer, 2015, 2016; Mayer, 2021），此概念類似於認知負荷理論中的增生負荷（Mayer, 2021, p. 52）。

生成學習活動（generative learning activities, GLAs）旨在促使學習者主動關注並組織訊息。若學習者具備認知能力卻缺乏動機參與，將導致「生成處理低效利用」（generative processing underutilization）（Mayer, 2021），變成無意義的學習（，為避免此現象並引發主動學習，操作教具為一項有效策略。由於數學概念較為抽象，具體性淡化（concreteness fading）理論主張教學應從具體實例操作、圖示描述，逐步過渡至抽象表徵（Fyfe & Nathan, 2019）。虛擬教具具備具象化、可操作與動態表徵等優勢，極適合協助學習者建立心像（mental image），作為概念抽象化的過渡工具。而為了提升學習成效，Fiorella 與 Mayer（2015）及 Mayer（2021）提出了八種生成學習活動：摘要（summarizing）、繪製（mapping）、繪圖（drawing）、想像（imaging）、自我測驗（self-testing）、自我解釋（self-explaining）、教學（teaching）與實際操作（enacting），如表 2 所示。

表 2

Fiorella and Mayer(2015)提出之八個生成學習活動

活動	說明
摘要(summarizing)	你可以創建課程內容的書面或口頭摘要。
繪製(mapping)	你可以創建課程中關鍵思想的空間表示。
繪圖(drawing)	你可以繪製描述課程中關鍵內容的圖畫。
想像(imaging)	你可以想像一幅描述課程中關鍵內容的圖畫。
自我測驗(self-testing)	你可以對課程內容進行自我練習測試。
自我解釋(self-explaining)	你可以創建課程部分的書面或口頭解釋，特別是你認為模糊的部分。
教學(teaching)	你可以向他人解釋課程中的內容。
實際操作(enacting)	你可以表演或實際操作課程中的內容。

修改自：Fiorella, L., & Mayer, R. E. (2015). *Learning as a Generative Activity: Eight Learning Strategies that Promote Understanding*: Cambridge University Press.

三、GeoGebra 於動態數學學習之應用

GeoGebra 具備將幾何與代數元素動態視覺化的優勢。雖然操作為主的數學活動能提升主動參與，但若能在操作過程中給予適度的鷹架、提示與摘要等等，將能更清晰地支持學習者的生成活動，促使概念從具體實例過渡到抽象表徵。而下圖 1 和圖 2 中，①到④都一樣，圖中①和②是參數調整區，可以調整影響面積計算之參數有穀倉的長、寬和繩長，以及可操作移動之點 P（③為啟動觀察的按鈕④則是牛隻移動後所顯示的軌跡。探究　⑤參考解答，生成　⑤是適當的提問和引導，希望在學生探究後，讓學生檢視自己的發現與教師思考的差異；⑥是解答，會自動跟隨參數調整（⑦是挑戰，引導學生更多元、深入思考，讓學生可以應用所學的數概念轉譯(transfer)到新的情境，啟發其對多邊形結構的一般化思考。

圖 1

單純可操作探究國小面積計算之案例

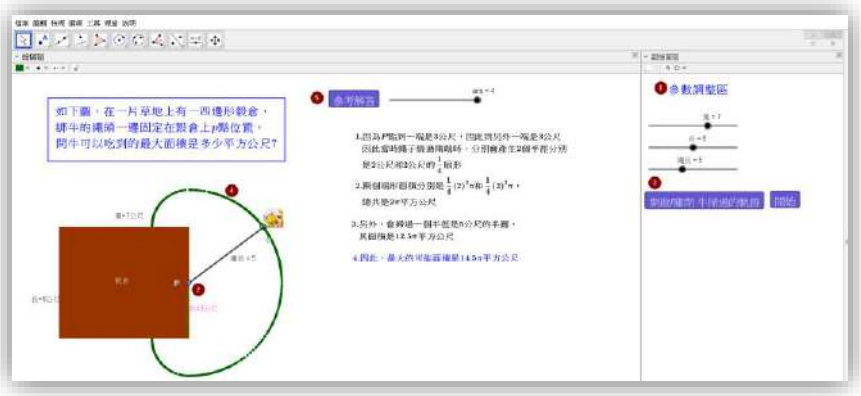
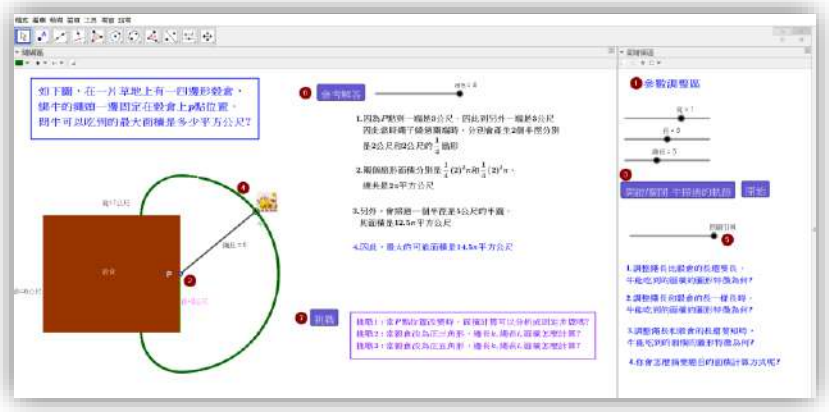


圖 2

融入生成學習原則之國小面積計算案例



參、研究方法

一、研究對象

本研究對象為修習普通數學之師資生，包含大學部 52 名與碩士班 42 名，共計 94 名。

二、研究工具與設計

a. 本計畫研究設計與執行方法如圖3。

圖3

本計畫研究設計與執行方法



b. 本研究開發了至少 12 則 GeoGebra 虛擬互動可操作元件。

1.無生成式元件：提供參數調整與動態軌跡展示，提供如：牛吃草面積探究等題目讓學生自由探究 。

2.生成式元件：在操作介面中額外融入問題引導、提示與摘要功能，引導學生歸納圖形特徵與參數關係 。

三、資料蒐集與分析

本研究透過李克特氏五點量表問卷（信度 Cronbach's α = 0.88）調查學生對兩種學習模式的偏好與表現。量化資料採用相依樣本與獨立樣本 *t* 檢定進行分析；質性資料則透過半結構式訪談 5 名師資生，深入了解其學習觀點 。

肆、研究結果與討論

本研究之生成式和無生成式結構之問卷有 9 個問題，有效問卷有 81 份，信度係數 Cronbach's α=0.88，顯示該問卷有良好的內部一致性。

一、生成式與無生成式學習表現差異

為了解同一受試者在兩種學習模式下偏好是否有差異，本計畫進行相依樣本 t 檢定，結果顯示如下表 3。相依樣本 *t* 檢定結果顯示，學生在生成式學習活動的九項學習表現整體平均皆顯著高於無生成式學習活動（$p < .001$）特別是在「提供更多我沒有想到的想法」的問題（生成式 4.40＞ 無生成式 2.65）及（「幫助我連結不同的數學想法」(生成式 4.12＞ 無生成式 2.72）等指標上差異最為顯著，顯示學生認為生成式引導確能有效促進深層認知處理。

表 3

同一受試者在兩種學習模式下偏好差異分析

問題	無生成學習 (N=81)		有生成學習 (N=81)		*t* 值
	Mean	SD	Mean	SD	
1.主動參與學習過程	2.99	.75	3.99	.68	-10.06***
2.能理解數學概念背後的原理	2.86	.80	4.14	.77	-11.30***
3.幫助我連結不同的數學想法	2.72	.86	4.12	.81	-11.59***
4.幫助我將所學應用於解決數學問題	2.88	.81	3.95	.84	-9.24***
5.能幫助自我學習	2.84	.90	3.93	1.01	-7.72***
6.能幫助我發現數學關係或通則	2.78	.84	4.12	.86	-9.72***

7.提供更多我沒有想到的想法	2.65	.85	4.40	.72	-14.49***
8.提供更多深入的想法	2.77	.83	4.10	.78	-10.53***
9.學習有效性	3.02	.87	4.07	.86	-7.99***

***p<.001

為了瞭解不同學制對於生成式和無生成式學習元件的態度是否有差異，進行獨立樣本 t 檢定，結果整理如下表 4。結果顯示：大學生和碩士生，對於生成式學習活動的整體評分皆顯著高於無生成學習活動，差異具統計意義（$p < .001$）。另外，碩士生對於生成式學習活動的評價，顯著高於大學生。

表 4

不同學制對於生成和無生成學習元件的態度差異分析

學制	**無生成平均**	**有生成平均**	***t* 值**	***p* 值**
大學部	2.95	3.85	-6.56	5.10×10^{-9}
碩士班	2.71	4.33	-13.38	9.15×10^{-22}

***$p < .001$

二、質性訪談回饋

本計畫透過半結構式訪談學生，來了解學生的想法與意見，內容主要為生成式與無生成式學習元件的看法、GeoGebra 數位教材對學習數學、GeoGebra 數位教材的動態性與記憶等面向為主。以下列出部份學生的訪談摘要

表 5

部分學生訪談內容摘要

主題	**學生回饋**
生成式 vs 無生成式	*第二個新的那個用了生成式的那個他有提示跟步驟就會覺得比較清楚 *如果有提示在我完全沒看過那個題目的情況下會比較簡單 *如果我是學生我會喜歡有提示
焦慮與負擔	*是可以比較不會那麼緊張當然是以

	考試有時間去用的情況下 *理論上應該是好一點所以應該也比較不會有考試的負擔
腦中記憶與畫面	*我好像有用過兩三次吧然後是有正確使用然後後來老師有給那個有提示的因為我本來在自己用的時候就一開始已經那個牛的試了很多次然後又有提示之後就印象會更深 *你操作過那一些以後有，就像我那時候說的那是比如說吃草的時候就會算到穀倉的然後發現GGB它跑就不能跑到穀倉裡面的話原來算的是外面，外面就算得出來 *我拉 A(數值滑桿)他往右拉就會是往上然後越往右他的攀升就越快然後越往左他就會突然往下掉然後可能就會越負-5 跟-6 的那個攀升往下的那個就會比較有畫面感
GeoGebra 學習元件	*我覺得可以只是可能要真的用過幾次之後會對那個印象比較深 *比較抽象的概念會有 GGB 輔助比較好理解這樣

伍、結論與建議

本研究從問卷和訪問結果顯示，學生對於 GeoGebra 工具的認知、對學習態度和對使用 GeoGebra 可操作教材都給予相當高的評價。因此，建議教師不論上課操作、課後學習，建議都可以融入 GeoGebra。尤其是，在 GeoGebra 動態教學元件中融入生成學習活動策略，能顯著提升師資生的學習感知與主動參與度。建議未來教育工作者在設計數位數學教材時，應積極導入生成學習理論的鷹架與引導機制，以有效輔助學生將抽象數學概念具體化並深化記憶。然，雖然學生都肯定也喜歡 GeoGebra 的融入，GeoGebra 操作也很容易，但要設計 GeoGebra 虛擬、互動、可操作的學習元件或試題，對一般學生或教師門檻還是有其困難在，有志者可借助生成式 AI 的協助克服此問題

陸、參考文獻

Bekene Bedada, T., & Machaba, M. F. (2022). The effect of GeoGebra on students' abilities to study calculus. Education Research International, 2022, 4400024.

https://doi.org/10.1155/2022/4400024

Buckley, P., & Doyle, E. (2016). Gamification and student motivation. Interactive Learning Environments, 24(6), 1162-1175. https://doi.org/10.1080/10494820.2014.964263

Chi, M. T. H., & Wylie, R. (2014). The ICAP framework: Linking cognitive engagement to active learning outcomes. Educational Psychologist, 49(4), 219-243. https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823

Fiorella, L., & Mayer, R. E. (2015). Learning as a generative activity: Eight learning strategies that promote understanding. Cambridge University Press.

Fiorella, L., & Mayer, R. E. (2016). Eight ways to promote generative learning. Educational Psychology Review, 28(4), 717-741. https://doi.org/10.1007/s10648-015-9348-9

Fyfe, E. R., & Nathan, M. J. (2019). Making "concreteness fading" more concrete as a theory of instruction for promoting transfer. Educational Review, 71(4), 403-422. https://doi.org/10.1080/00131911.2018.1424116

Gün, Ö., & Küçük, K. (2023). The effects of GeoGebra-assisted transformation geometry instruction on student achievement, attitudes, and beliefs. Journal of Computer and Education Research, 11(22), 671-690. https://doi.org/10.18009/jcer.1324668

Liu, T.-Y. (2016). Using educational games and simulation software in a computer science course: Learning achievements and student flow experiences. Interactive Learning Environments, 24(4), 724-744. https://doi.org/10.1080/10494820.2014.917109

Mayer, R. E. (2021). Multimedia learning (3rd ed.). Cambridge University Press.

Thapa, R., Dahal, N., & Pant, B. P. (2022). GeoGebra integration in high school mathematics: An experiential exploration on concepts of circle. Mathematics Teaching Research Journal, 14(5), 16-33.

Wittrock, M. C. (1974). Learning as a generative process. Educational Psychologist, 11, 87-95. https://doi.org/10.1080/00461520903433554

Wittrock, M. C. (1989). Generative processes of comprehension. Educational Psychologist, 24(4), 345-376. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2404_2

Zhang, Y., Wang, P., Jia, W., Zhang, A., & Chen, G. (2023). Dynamic visualization by GeoGebra for mathematics learning: A meta-analysis of 20 years of research. Journal of Research on Technology in Education, 1-22. https://doi.org/10.1080/15391523.2023.2250886

A Study on the Learning Effectiveness of Integrating Generative Learning Activities into Dynamic Geometry Virtual Manipulatives

Jinn-Min Yang[1] Yi-Jie Yao[2]

[1]Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

Abstract

This study investigates the impact of integrating Generative Learning Activities (GLAs) into GeoGebra dynamic mathematics materials on the learning performance of pre-service teachers. The participants were 94 pre-service teachers (52 undergraduates and 42 master's students). Two types of GeoGebra manipulatives were developed: non-generative (pure dynamic manipulation) and generative (incorporating scaffolds, prompts, and summarizing). Data were collected through questionnaires and interviews. Paired *t*-test results showed that generative learning activities scored significantly higher than non-generative ones across all nine learning performance indicators ($p < .001$). Master's students rated generative activities significantly higher than undergraduates. Qualitative feedback indicated that prompts in generative designs effectively guided mathematical thinking and concretized abstract concepts. This study confirms that appropriate generative guidance significantly enhances the learning effectiveness of dynamic mathematics tools.

Key words: Generative learning activities, GeoGebra, dynamic geometry, mathematics teaching, information technology

生成式人工智慧用於高中機率素養題設計之可行性分析

楊侑瑄[1] 姚如芬[2]
1 嘉義大學教育學系數理教育碩士班 s1100790@g.ncyu.edu.tw
2 嘉義大學教育學系數理教育所 rfyau@mail.ncyu.edu.tw

摘要

生成式人工智慧普及後，已有部分教師嘗試將其應用於設計數學題目，但生成題目的結構仍缺乏系統性分析。機率概念在數學學習中常涉及直覺判斷與推理歷程，學生在理解條件機率或隨機事件時容易產生迷思，因此情境安排與推理結構在機率題設計中尤為關鍵。本研究以 Gemini 為題目生成工具，在固定條件下生成兩類機率情境題目(反直覺型與直覺型)，各生成五題，共十題。研究採內容分析法，建立情境敘事完整性、推理步驟數、推理解釋要求、條件機率轉換、邏輯一致性及人工修正幅度等六項指標，分析生成題目的結構特徵與一致程度。結果顯示，反直覺機率題型在推理結構上呈現較高的一致程度，而直覺型題型則在情境內容上呈現較多變化，且易出現資訊不完整的情形。Gemini 能產生具備基本機率概念的題目，但部分題目中仍需人工檢視與調整，顯示 AI 輔助出題在設計機率素養題型上具有條件式的可行性。惟本研究樣本數有限，結果僅反映初步觀察，後續仍需擴大樣本加以驗證。

關鍵字：生成式人工智慧、機率素養、機率情境題

第壹章 緒論

一、研究背景

自 108 課綱實施以來，數學教育不再以單純的計算能力為目標，而是開始強調情境與素養導向，培養學生「帶著走」的素養能力，將數學知識理解並應用在真實情境中。PISA 的數學素養框架(OECD, 2023)主張數學能力的展現不限於計算，而應包含能在日常生活中組織問題、運用數學工具並解釋結果的過程。將素養導向題型納入教學評量，以及設計情境化的題目，已成為當前教育領域的核心挑戰之一。

機率單元不僅涉及日常生活中的判斷與推理能力，也和統計與分析能力密切相關。過去研究指出，學生在學習機率時常受到直覺判斷影響，易產生各類機率迷思概念，例如樣本空間變化、對條件機率的誤解與對事件獨立性的混淆等情形(Kahneman & Tversky, 1972；Fischbein, 1975)。因此，將情境問題融入機率教學，有助於引導學生檢視並修正原有的數學直覺，提升對機率概念的理解。

在生成式人工智慧(如 ChatGPT、Gemini)問世後，便有部分教師嘗試將其應用在教材製作與教學實務中。然而目前針對 AI 生成數學題目之品質與結構的分析仍相當有限，其實際應用於教學現場的可行性有待進一步探討。

二、研究動機

研究者在研究所期間觀察並體會到，設計具有生活情境與推理要求的題目，需要投入相當程度的時間與心力搜集題材、確保題目符合課程目標，並考量學生可能出現的迷思概念。面對此一實際需求，研究者認為若能利用生成式人工智慧協助設計題目，將有可能減輕教師備課負擔，並提供更多元的題目素材。

生成式人工智慧產出的數學題目能否實際應用到教學現場，仍需進行分析：生成題目是否具有合理的情境描述？是否能引導學生進行推理？以及是否存在資訊不足或邏輯不一致等問題？基於上述疑問，本研究嘗試透過生成式人工智慧生成不同類型的機率題目，分析其結構特徵與修正需求，以初步探討生成式人工智慧在機率題設計上的應用可能性。

三、研究目的

基於以上研究背景與動機，本研究之研究目的如下：

(一) 分析生成式人工智慧生成之機率題目的結構特徵。

(二) 比較不同類型機率題目在推理步驟與邏輯上的一致性。

(三) 分析生成式人工智慧生成之機率題目的修正需求與可行性。

第貳章 文獻探討

一、數學素養與機率概念學習

數學素養的概念持續受到國際關注，PISA 自 2003 年起將數學素養納入核心評量，至 2021 年明確納入推理與溝通等能力要素(OECD, 2019)。十二年國民基本教育課程綱要亦強調，學生應具備將數學知識運用在生活情境中理解問題、建立數學模型並解讀資訊的能力。

由於學生在理解隨機事件時常受到直覺判斷影響，因此在機率單元特別適合透過素養導向題目呈現。Kahneman 與 Tversky(1972)的研究指出，人們在判斷不確定事件時傾向依賴啟發式思考(heuristics)，以直觀經驗取代機率推理容易產生系統性偏誤。這種現象在學習機率單元尤為明顯：學生容易忽略樣本空間的變化、混淆條件機率與獨立事件的差異，或錯誤理解事件之間的關係。

Fischbein(1975)進一步指出，學生在學習機率時會形成所謂的「機率直覺」(intuitive probability)，這種直覺有時能幫助學生理解隨機現象，但在複雜情境下可能會導致學生誤解。典型的「賭徒謬誤」例子，學生面對連續出現相同結果後，認為下一次出現相反結果的機率應提高，反映出對獨立事件的直覺誤解。

後續研究亦發現，學生在面對條件機率或資訊更新時，往往難以重新調整樣本空間，因而產生錯誤推論(Batanero, Chernoff, Engel, Lee, & Sánchez, 2016)。因此，在機率教學中設計具有情境背景與推理要求的問題，被認為有助於促進學生對機率概念的理解。透過情境式問題與討論活動，學生可以檢視其原有的直覺判斷，並重新建立機率推理概念。基於此觀點，本研究在題型設計上區分

「直覺型機率題」與「反直覺型機率題」，前者代表答案符合一般直覺預期的題目，後者則需重新調整推理概念才能正確答題。

二、生成式人工智慧在教育中的應用

Kasneci 等人(2023)指出大型語言模型(Large Language Models, LLMs)在教育領域的應用涵蓋於教材開發、學習回饋與教學支援等面向，但同時警示其輸出品質具有難以預期的不穩定性，對需要一致性的教育應用恐構成潛在風險。

部分研究指出，教師可藉助 AI 生成題目或學習回饋，有效降低備課負擔並提升教學資源的多樣性(Zawacki-Richter et al., 2019)。Batanero 等人(2016)提出，機率題目應透過具體情境引導學生進行推理，使學生能理解隨機事件與條件機率概念。然而目前對於 AI 生成數學題目在情境品質與推理結構上的系統性的分析仍相當有限，其實際應用於教學現場的成效仍需檢驗。

綜合上述文獻，情境設計與推理結構被視為影響學生理解機率概念的關鍵因素，而 AI 生成文本在一致性與完整性上的潛在不足，亦是評估其教育應用可行性時不可忽視的面向。

第參章 研究方法

一、研究設計

本研究採用內容分析法，以 Gemini 生成機率題目列為分析內容，不進行教學實施或學生學習成效評估。研究將依據六項指標逐題記錄並進行描述性比較，聚焦題目本身的呈現情形及修正需求，以評估 AI 輔助出題之可行性及限制。

二、題型設定

本研究使用 Google 開發之生成式人工智慧 Gemini 作為題目生成工具，為觀察其在不同的固定提示語(prompt)與情境條件下，多次生成的題目品質是否具有明顯差異，將透過對照設計兩種題型：

(一) 反直覺型機率題

此類題目核心設計在於資訊揭露後的樣本空間重組，學生若依賴機率直覺將得出錯誤答案，需自行修正認知偏誤方能正確作答。

(二) 直覺型生活機率題

此類題目為一般生活情境機率問題，通常不涉及資訊揭露後樣本空間改變的情境，推理結構符合高中常見機率情境問題，學生可透過基本機率概念或簡單組合推理進行解題。

(三) 生成程序與控制條件

本研究使用 Gemini 進行題目生成，由於語言模型的輸出在相同 prompt 指令下仍可能產生變異，又單次結果不足以反映模型的整體表現，故多次生成有助於觀察生成題目在結構與特徵上的一致程度。為確保題目生成過程的一致性，本研究對各類題型皆進行五次獨立生成，過程遵循以下控制原則：

1. 兩類題型皆使用固定之標準化 prompt。
2. 每次生成皆於新分頁獨立對話環境中進行，以避免先前生成內容干擾結果。
3. 生成過程中不進行額外提示或修正。
4. 各題型連續生成五次，共計十題機率題目。
5. 保留原始生成題目內容作為研究資料。

上述控制條件旨在確保各次生成結果之間具有可比較性。

(四) 分析指標

本研究依據文獻探討中對機率題型設計要素與 AI 生成品質的相關討論，整合建立以下六項分析指標。「推理步驟數」與「人工修正幅度」參考 Kasneci 等人(2023)對 LLMs 輸出品質不穩定的警示，作為評估生成題目教學可用性的操作性指標；「條件機率轉換」與「邏輯一致性」則源自 Kahneman 與 Tversky(1972)及 Fischbein(1975)對機率直覺與推理結構的討論；「推理解釋要求」和「情境敘事完整性」則參考 Batanero 等人(2016)對機率題型情境設計的主張。

1. 推理步驟數：記錄題目主要步驟數，以反映解題複雜度。
2. 條件機率轉換：判斷題目是否涉及條件更新後機率轉換情境。
3. 推理解釋要求：判斷題目是否要求學生說明推理過程。
4. 情境敘事完整性：判斷題目是否具有合理且完整之情境描述。
5. 邏輯一致性：檢視題目是否出現條件矛盾、資訊不足或樣本空間不明確之情形。
6. 人工修正幅度：依題目後續修正需求分為低(僅需語句潤飾修正)、中(需調整數值、條件或題目敘述)、高(無法使用，需直接重寫)三類。

(五) 資料結果計算方式

本研究以內容分析法整理生成題目之特徵，並透過描述性統計呈現不同題型的生成情形。首先將反直覺題目編號為 A1-A5 與直覺型題目編號為 B1–B5，並依上述分析指標逐題進行記錄。接著統計各指標在五題中的出現情形，以觀察不同題型在生成過程中的一致程度。

本研究亦以一致率(consistency ratio)作為描述性指標，旨在呈現多次生成結果在同一分析指標上的集中程度，而非進行推論性統計。由於各題型僅生成五題，解讀時應參考樣本數有限的前提，且結論不宜推論至其他生成條件與工具。其計算方式如下：

$$\text{一致率} = \text{該指標最常出現類別次數} \div 5$$

一致率愈接近 1，代表該指標在五次生成結果中的表現越穩定；反之則顯

示生成題目具有較高程度的變異。

第肆章 研究結果與分析

本章節依序呈現反直覺型題目(A1-A5)與直覺型題目(B1-B5)的分析結果，並於第三節進行兩類題型之比較。礙於篇幅，本文僅呈現部分題目範例，其餘題目以編號方式進行分析。

一、生成題目之結構特徵分析

表 4-1 反直覺型機率題(A1-A5)的分析結果。

題目	步驟數	條件機率	解釋要求	情境完整	邏輯一致性	人工修正幅度
A1	3	Y	Y	Y	Y	低
A2	3	Y	Y	Y	Y	低
A3	3	Y	Y	Y	Y	低
A4	3	Y	Y	Y	Y	中
A5	3	Y	Y	Y	Y	低
一致率	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8

從表 4-1 可觀察到，反直覺型機率題在結構上呈現高度一致性。五題題目的前五項指標一致率均為 1.0，僅人工修正幅度的一致率為 0.8，其中在推理步驟上，五題一致為三步驟，顯示 Gemini 在生成此類題型時，傾向採用「初始機率設定、資訊揭露、條件更新後重新評估」的固定推理框架。在修正幅度方面，多數題目僅需進行語句調整即可使用。值得注意的是，A4 使用醫學檢測情境，屬於基率判斷相關的反直覺推理，與其餘四題以三門問題為參考方向的情境設計有所不同，顯示 Gemini 在反直覺題型上仍具有情境多樣性。整體而言，反直覺型題目在生成過程中呈現較高的一致性。為使讀者了解生成題目的形式，下列呈現其中一題範例，且為方便閱讀，範例題目已在不改變原始題意之前提下進行語句整理。

範例題目 A1

某校校慶活動設計了一個尋寶遊戲。桌上放有三頂完全相同的帽子 A、B、C，其中只有一頂帽子下藏有金牌。參賽者先選擇其中 A 帽子，但尚未翻開。此時主持人(已知金牌位置)翻開另一頂 B 帽子確定沒有金牌。接著主持人詢問參賽者是否要改選剩下的帽子 C。

請分析在主持人翻開 B 號帽子之前與之後，各帽子下藏有金牌的機率如何變化，並說明參賽者是否應該改變原先的選擇。

表 4-2 呈現直覺型機率題(B1-B5)的分析結果。

題目	步驟數	條件機率	解釋要求	情境完整	邏輯一致性	人工修正

						幅度
B1	2	N	Y	Y	Y	低
B2	3	N	Y	Y	Y	低
B3	2	N	Y	Y	Y	低
B4	3	N	Y	N	Y	高
B5	3	Y	Y	Y	Y	低
一致率	0.6	0.8	1.0	0.8	1.0	0.8

由表 4-2 可觀察到，直覺型機率題在結構上呈現較大的變異，步驟數一致率僅 0.6，介在兩步驟與三步驟之間；條件機率與情境完整性的一致率均為 0.8，解釋要求與邏輯一致性皆為 1.0，僅人工修正幅度的一致率為 0.8，多數題目具備完整情境敘述，但仍有個別題目出現資訊不足的情形。例如 B4 在題幹中提及利用圖示解題，但實際生成內容並無提供相關圖片，使得題目資訊不完整，成為五題中唯一需高度人工修正的題目。值得注意的是，B5 意外涉及條件機率轉換結構，與其餘四題有所不同，顯示並非所有直覺型題目均能保持一般情境題的預設特徵。此現象可能與 prompt 設計的開放程度有關，直覺型的 prompt 並未明確限制排除條件機率類型，使 Gemini 在生成過程中自行引入條件設定，此一結果顯示，prompt 的明確程度對生成題型的邊界控制具有影響性，教師在使用 AI 出題時，應使用明確指定或排除特定推理結構的用詞。以下為其中一題範例，已在不改變原始題意之前提下進行語句整理。

範例題目 B3

某高中校慶園遊會設置了一個抽獎遊戲。抽獎盒中共有 3 顆紅球與 2 顆綠球。參加者需一次隨機取出兩顆球。若兩顆球顏色相同，則獲得小獎；若兩顆球顏色不同，則獲得大獎。請計算參加者獲得大獎與小獎的機率並說明推理過程。

二、不同題型在一致性上的比較

對照表 4-1 與 4-2 類型在推理與邏輯一致性、情境多樣性上呈現明顯差異。

在題目結構穩定性方面，反直覺型機率題的一致性優於直覺型。反直覺型在推理步驟數與條件機率轉換等結構均達 1.0，顯示 Gemini 在生成此類題型時，傾向固定採用以「條件更新」為核心的三步驟推理框架，與 Fischbein(1975)所描述的機率直覺突破結構相吻合。直覺型題目的步驟數一致率僅 0.6，步驟數介於 2 至 3 之間，且出現一題 B5 意外涉及條件機率結構，顯示直覺型題型在 Gemini 的生成機制下較難維持穩定的推理設計。

在題材多樣性方面，直覺型題目的情境來源較為廣泛，涵蓋抽球問題、抽獎活動或日常生活情境等。反直覺型題目雖絕大多數以三門問題為框架，但 A4 的醫學檢測情境說明 Gemini 並非完全複製同一模板。不過值得注意的是，直覺型的題材多樣性雖提供較多元的情境，卻也使題目結構產生較大的變異。不同的情境框架對應不同的解題邏輯，使步驟數與條件設定難以保持一致。

在邏輯一致性方面，兩類題型的一致率均為 1.0，顯示 Gemini 在邏輯條件

的基本完整性上表現穩定。然而此結果需謹慎詮釋：邏輯一致性指標僅檢視題目是否出現明顯矛盾或資訊嚴重缺漏，並不評估條件設計的精確度或數值合理性，故不宜將此結果解讀為 AI 生成題目在邏輯品質上已達教學應用標準。

在人工修正需求方面，若聚焦在題目品質，反直覺型題目在情境敘述與問題設定上較為完整，而直覺型題目較常出現情境描述不完整或題幹條件缺漏的問題，需補充相關資訊後方可使用，反直覺型題目則多僅需語句潤飾即可。

綜上所述，兩類題型在生成品質上呈現明顯差異：反直覺型題目的結構相對穩定但情境過於單一；而直覺型的情境相對多元，不過也造成其品質變異較高，容易出現資訊不完整的情形，仍需教師投入更多篩選與修正的時間。

表 4-3 兩類題型各指標一致率比較

分析指標	反直覺型(A1-A5)	直覺型(B1-B5)
推理步驟數	1.0	0.6
條件機率轉換	1.0	0.8
推理解釋要求	1.0	1.0
情境敘事完整性	1.0	0.8
邏輯一致性	1.0	1.0
人工修正幅度	0.8	0.8

三、修正需求與 AI 輔助出題之可行性

在人工修正幅度方面，反直覺型與直覺型的一致率同為 0.8，表面看似相當，但兩者的修正原因有所不同。反直覺型中需要中度修正的 A4，主因是情境框架（醫學檢測）與其餘四題（三門問題）的推理脈絡差距較大，需要調整題目敘述以使推理引導更清晰；直覺型中需要高度修正的 B4，則是因為題幹敘述預設了圖示輔助，但 Gemini 並未生成對應圖片，造成題目資訊根本性缺漏，需大幅重寫。兩者性質不同，前者屬於微調性修正，後者則代表生成失敗的情形。

綜合修正需求與生成穩定性，本研究就兩類題型的可行性評估如下：反直覺型題目在結構穩定性、情境完整性與修正幅度上均有較佳表現，顯示在適當的提示語設計下，Gemini 具備生成可直接或略加修潤後使用之反直覺機率題的能力；直覺型題目雖提供較多元的情境素材，但結構變異與情境缺漏的問題，使教師在使用前需投入更多篩選與修正時間，可行性屬於條件式——即需搭配系統性的人工審查流程，方能穩定應用於教學現場。

整體而言，AI 輔助機率素養題設計並非「零門檻」的取代方案，而是一種需要教師介入的協作模式。Gemini 可在短時間內提供多樣化的題目原型，降低素材搜集的初始成本，但題目品質的最終把關仍有賴教師的專業判斷。此一「AI 生成，教師審查」的協作框架，或許才是現階段 AI 輔助出題較具可行性的操作模式。

第伍章 結論與建議

一、研究結論

本研究以生成式人工智慧工具 Gemini 生成機率情境題目，透過內容分析法分析生成題目的特徵、穩定性與修正需求，歸納以下結論。

在結構特徵方面，反直覺型題目普遍具備條件機率轉換結構，情境描述完整，均要求學生說明推理；直覺型題目情境較多元，但步驟數與條件設定的一致性較低，且出現個別題目因預設圖示而資訊不完整的問題。此差異顯示，題型的推理邏輯明確程度直接影響 Gemini 的生成穩定性。

在穩定性比較方面，反直覺型題目六項指標中有五項一致率達 1.0，直覺型在推理步驟數與情境完整性上的一致率則明顯較低。此差異說明，當提示語所對應的推理框架愈明確，Gemini 的生成結果愈趨收斂；開放性情境設計反而使生成結果難以預測，對教師的篩選成本形成挑戰。

在修正需求方面，多數題目僅需低度至中度的人工修正即可使用，顯示 AI 輔助出題具備條件式的可行性。值得注意的是，B4 因提示語預設圖示輔助而造成資訊根本性缺漏，此案例提示教師在設計提示語時應避免涉及非文字素材，否則生成結果可能直接失效。整體而言，AI 輔助機率題設計較適合定位為「初稿生成」工具，而非取代教師專業判斷的完整方案。

二、研究限制

本研究在範圍上有幾點值得說明。題目生成工具僅限於 Gemini，未能與其他 AI 工具進行比較；分析樣本僅十題，結果反映的是初步觀察而非通則；分析過程由單一研究者進行，未進行編碼者間信度檢驗；此外研究未涉及學生實測，生成題目在教學現場的實際效果仍有待驗證。

三、未來研究建議

後續研究可從三個方向延伸：一，擴大生成題目樣本數，並納入 ChatGPT 等其他生成式人工智慧工具進行比較；二，針對不同 prompt 設計進行系統性測試，以探討其對生成品質的影響，以建立更有效的 AI 出題操作準則；三，結合學生實測資料，評估 AI 生成題目在實際教學中的學習效果，以補足本研究未能涉及的教學現場面向。

參考文獻

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability.* Springer.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Reidel.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology, 3*(3), 430–454. https://doi.org/10.1016/0010-0285(72)90016-3

Kasneci, E., Sessler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günnemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeffer, J., Poquet, O., Sailer, M., Schmidt, A., Seidel, T., … Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, *103*, 102274. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274

OECD. (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science and financial literacy*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

OECD. (2023). *PISA 2022 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science and financial literacy*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en

Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education: Where are the educators? *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16(1), 39. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0

Generative AI as a Tool for High School Probability Problem Design: A Feasibility Analysis

Yu-Hsuan Yang[1]Ju-Fen Yao[2]
1 Master Program in Mathematics and Science Education, Department of Education, National Chiayi University
2 Department of Education, National Chiayi University

Abstract

With the widespread adoption of generative AI tools, some teachers have begun exploring their use in designing mathematics problems. However, the structural quality of AI-generated problems remains insufficiently examined. In probability education, students frequently rely on intuitive reasoning when interpreting random events or conditional probability, making contextual design and reasoning structure particularly critical in problem development.

This study used Google Gemini to generate two types of probability context problems under fixed prompt conditions: counterintuitive probability problems and general contextual probability problems. Five problems were generated for each type, yielding ten problems for analysis. Content analysis was applied using six indicators: contextual design, reasoning steps, completeness of conditions, logical consistency, reasoning explanation requirements, and extent of manual revision required.

Results showed that counterintuitive problems demonstrated higher consistency in reasoning structure, while general contextual problems showed greater variation in content and were more prone to incomplete information. Gemini was capable of generating problems with basic probability concepts and contextual settings, though some problems required manual revision before classroom use. These findings suggest that AI-assisted problem design holds conditional feasibility for high school probability education.

Key words: generative artificial intelligence, probability literacy, contextual probability problems

2026年
台灣數學教育學會年會暨
第十八屆
科技與數學教育學術研討會

(9) 其他

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系
台灣數學教育學會
國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心
國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

大基隆地區高中職數學學習動機

林鈺傑[1]　謝豐瑞[2]

[1]臺北市立明湖國中 81440002s@ntnu.edu.tw

[2]國立臺灣師範大學 hsiehfj@math.ntnu.edu.tw

摘要

本研究目的在從學生觀點了解高中職學生的數學學習動機。基隆地區是北臺灣具備城鄉共融特性的都市，不同學校間學生的異質性很大，透過問卷了解大基隆區(包括基隆、瑞芳)高中職學生的數學學習動機。本研究透過前導研究蒐集 3 間不同類型的高中(包括普通科、專業群科)的開放式問卷了解從學生觀點影響數學學習動機的因素，融合動機理論整理成 11 個類別的題目後做成正式問卷。正式問卷蒐集 6 所學校共 915 人的回饋得到在不同情況影響學生數學學習動機的程度。依據分析結果發現：

1. 「師生關係」是影響課堂上數學學習幅度最大的類別；「不喜歡數學老師」的情況下學生有低程度動機不配合課堂活動；「老師和我們互動很好」、「老師會在意上課內容是否讓人理解」的情況下學生有最高的動機配合課堂活動。其他有高程度動機情況包括「數學單元有趣吸引人」、「上課時可以和同學討論」。
2. 放學後沒有高程度動機會在放學後學數學。只有透過「考試」及「同儕互動」的情況下有中程度動機，具體的情況為「明天要考數學」及「朋友間會互相討論數學」。
3. 在課堂中及放學後有中高程度數學學習動機的因素在不同學校型態有所不同。

關鍵字：數學學習動機、高級中等學校

壹、 緒論

一、 研究動機與背景

在 108 年實行的十二年國民基本教育數學領綱的課程目標提到「數學教育應能啟迪學習動機，培養好奇心、探索力、思考力、判斷力與行動力，願意以積極的態度、持續的動力進行探索與學習；」由此可見學習動機在學生的學習中扮演的重要角色。

但在國際研究中，臺灣的學生呈現出的是對數學學習的不感興趣與沒有自信。TIMSS(2011)的報告中臺灣 8 年級的學生有超過一半學生不喜歡數學

(53%)，對數學是沒有自信(67%)，比起國際平均 31%及 41%高出不少；在 PISA(2022)的資料中臺灣學生在積極主動的數學學習行為指標，在「我很專心聽數學老師講話」的比率只有 50.1%，「我會安排時間學習數學課的內容」27.2%，都低於 OECD 平均的 72.9%及 48.9%。搭配在這些測驗中的好表現，顯示出臺灣學生對數學學習上的高表現低積極的特性。

那麼應該要做些什麼才能提升臺灣學生的數學學習動機呢？在哪些情況中學生會更願意去學習呢？張春興(2008)提出透過用課室目標結構多樣化、提升學生的自我效能、了解學生的學習動機等方式提升學生的學習動機；而Paul(民102)「一個數學家的嘆息」中提出「你不需要讓數學有趣—它本來就遠超過你了解的有趣！而它的驕傲在與我們的生活完全無關。這就是為什麼它是如此有趣！」。這些對心理學家對動機的理論或是數學家對數學學習的看法，都不是現場學生自己提出想不想學數學的觀點。從學生的觀點來理解「為什麼要學數學？」對於增進學生的數學學習動機是很重要，這些觀點和我們認知的真的是一樣的嗎？

在十二年國民基本教育中，高中是更強調自主學習的階段也更需要較高的學習動機來進行學習。依「高級中等教育法」第二條第 2 款「高級中等教育，依本法規定，採免試入學為主，由學生依其性向、興趣及能力自願入學，並依一定條件採免學費方式辦理。由此可知對於高中來說主動性會來得更重要。高中的類科依教育部 113 學年度教育統計資料高級中等學校共 506 間，開設普通科校數 375 間約 74.1%，開設專業群科校數 250 間約 49.4%。為了能了解不同類型高中的情況，本研究樣本調查 2 間國立高中、2 間市立完全中學、2 間公立高職進行抽樣。

二、 研究目的

本研究旨在從學生觀點探討大基隆地區不同因素影響自己學習數學動機情形。

貳、 文獻探討

學習使人類擁有更多技能，而動機則是促使人類主動積極學習的心理趨動力。由學習理論了解與學習相關的步驟及影響因素，在這些學習的步驟中再更進更進一步說明了解其中對動機的影響。

一、 學習理論

模仿是 Bandura(1977)在 Social Learning 中提出很重要的一種學習方式，透過觀察其他人的行為並重現來達到間接強化的學習，其學習歷程包括了注意階段、保留階段、再生階段及動機階段。而在社會認知理論中(Bandura,1989)更進一步說明模仿指的是廣義的抽象模仿，在這學習的過程中三項因素是會相互影響的，分別是 1.行為(behavior)2.認知及其他個人的因素(cognition and other personal factor).3.環境的影響(environmental influences)。而大多數的人類學習都是藉由這種在認知上的模仿而習得。

二、動機理論

張春興(2008)提出「動機是引發、引導和維持行為的一種內在狀態，它常和特質產生交互作用後影響一個人的行為。動機不僅是一種認知系統的現象，也是一個統整的心理現象。」。林鈺傑(2015)進一步對學習動機闡述：「學習動機是指教師在教學的過程中，使學生能參與學習活動到達教師所設定目標的心理性動機。故學習動機與教學之間有著十分緊密的關係，沒有學習動機的學生並不能說學生沒有動機，可能有做其他事情的動機。」而由不同的角度來思考能理解到在學習相關的不同學習動機。

在心理的趨動力上，Deci and Ricard Ryan(1985)在自我決定論中提到當人們引起動機，他們將會完成某件事並從事目標導向的活動。動機活動是由自己意識所產生的，而這樣的動機活動可以是自我內在需求決定或是外在強制控制產生的。

在內在需求方面，需求理論認為動機的起源於人，而對於人本身的關注建構出 Maslow(1970)的需求理論，只有在較低層次的需求滿足的情況下，人才會出現更高層次的需求。Maslow(1970)的需求理論中提到人從低到高的需求層次分別為：生理需求、安全需求、隸屬與愛的需求、自尊需求、自我實現需求。以及有關認知的知的需求及美的需求。

在外在相關的動機上，目標理論則認為動機是建立在更主動的趨力之下，透過不同的目標去推或拉不同的行為，而些目標包括了情感目標、認知目標、主觀組織目標、自我肯定目標、社會整合目標、工作目標來使人進行一系列的活動。而目標的達成與否，更進一步將動機分成：努力成功表現自己、避免自己表現失敗、努力達成能力精通及避免自己能力上的失敗。

延續目標的達成與否 Weiner 以歸因的解度來說明動機，人會因為對於結果成功或失敗的歸因而有不同的動機，其原因包括了能力、努力、工作難度、運氣、身心狀況、其他。而這些歸因可以拆成三個項度：因素是內控或是外控、是不是可以控制的、是不是穩定且一致的。

參、 研究架構與研究設計

一、前導研究與研究架構

為了理解學生對數學學習動機的看法，基於社會學習理論的脈絡中「個人」、「行為」、「環境的影響」的因素，本研究先進行一個前導研究，以開放式問卷蒐集 3 所學校共 96 位高中職學生對於影響其數學學習動機的因素之看法，問卷探討項目包括學生學習數學的動機，以及重要他人與環境、過去經驗、教學實務等對其數學學習的影響。問題舉例如下：「哪些事會影響你或班上同學想不想學數學？」、「你家人中哪些人對你想不想學數學有影響？他們做了或說了什麼」、「你朋友中哪些人對你想不想學數學有影響？他們做了或說了什麼」。前導研究中將本篇報導有關的學生回答歸納出 11 項因素：學習狀況、教材難度、課程作業、身心狀況、班級環境、興趣、師生關係、同儕互動、教學方式、考試、應用。正式研究則將這些在地因素融入動機理論，如圖 3-2 所示，形成本研究的

理論架構。

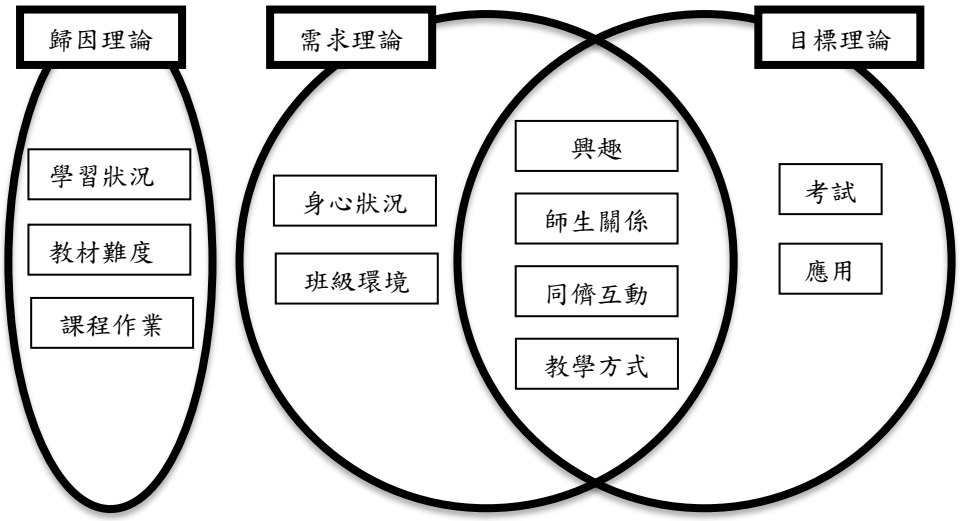


圖 3-2 學生觀點影響動機之因素與動機理論之相關架構

二、研究設計

本研究根據研究架構中的因素發展問卷題目，此篇報導將針對第五大題、第六大題報導，這兩題分別為「五、在以下的這些情況之下[1]，你認為會不會做到**上數學課時認真聽講並配合老師要求**？」以及「六、在以下這些情況之下，你認為你自己在**放學後**會不會**學數學**[2]？」每個情況採用 Likert 六點量表回答，選項為「總是會」、「常常會」、「有時會」、「很少會」、「幾乎不會」、「完全不會」。

為考慮研究樣本的多樣性，本研究樣本包含普通科及專業群科等不同學校型態學生，2 所完全中學共 375 人、2 所國立高中共 284 人、2 所公立高職共 256 人。

本研究資料先透過 Cronbach’s alpha 信度分析確認有一致性後進行後續分析。首先由球形檢定(BTS)及取樣性係數(KMO)確認達顯著水準，再由因素分析法確認各問題是否能再分類成不同的分項。接著透過 cohen’s d 與 3.5 做比較當做本研究的效果值(effect size)，找出有較高的數學學習動機的情形。後續再透過項目的合併討論了解不同動機理論的差異。

肆、 研究結果

一、 前導研究

在前導研究當中透過開放式問題「哪些事會影響你或班上同學想不想學數

[1] 這一題「以下的這些情況」參見圖 4-1 的項目。問卷上另舉例說明何謂認真聽講及配合老師要求，如上課聽講，練習課堂題目，配合課堂的討論與活動等等。

[2] 這一題「以下的這些情況」參見圖 4-2 的項目。問卷上另舉例說明何謂放學後學數學，如寫回家作業，準備考試，背公式、補習等等。

學？請盡量寫出 3 件。」將學生的問題整理成研究架構中的 11 類，其中與師生關係發展的正式問卷問題為所有因素中唯二效果量超過 1 的因素以及效果量小於-0.2 的問題。檢附部分學生回應如下：

甲校 A2：當老師上的內容無法跟上，但課程仍持續進行，這時就會使人不想學數學。

甲校 B3：1.如果每算必錯會覺得沒成就感，會排斥學數學。2.在挫折時會喜歡老師用鼓勵的方式，這樣我會更有動力繼續算下去。

乙校 B2：1.學數學不開心；不想學數學。 2.學數學聽不懂又不敢發問，最好有時一對一交談 。3.學數學太無聊，不想學數學 4.教數學的老師太嚴格，不想學數學。

丙校 A10：老師上課聽不懂，練習很多題目了還是考很差。

從上面的回答中可以發現到教師對於數學學習動機的影響除了教學方法之外，教師的情感支持、與學生間的互動都會很直接的影響學生的數學學習動機。特別在乙校 B2 的回答中可以發現學生雖然覺得學數學有很多負面的體驗，但仍會希望透過一對一交談的方式學習。從中也能發現學生希望能透過某些方式真的學會數學。

二、 影響課堂上數學學習動機的狀況

影響課堂上數學學習動機的狀況利用因素分析可以分成「正向的數學學習動機」、「負向的數學學習動機」；其中正向的因素負荷量最大的三個情況為「老師和我們互動很好」、「受到老師的鼓勵」、「上課時可以和同學討論」；負向的因素負荷量最大的三個情況為「上課方式沉悶嚴肅」、「上課進度太快太複雜」、「不適應老師的上課方式」。此外「平常的情況下」正向的因素負荷量為 0.595、負向的因素負荷量為 0.327 是偏向正向的數學學習動機。將影響課堂上數學學習動機的統計結果依研究架構分別由左至右排別如圖 4-1。

圖表中由左至右的類別分別是基準點，接著是歸因理論中的學習狀況；需求理論中的生理狀況、班級環境；同時屬於需求及目標理論的師生關係、同儕互動、教學方式；屬於目標理論的考試與應用。

在「師生互動」的項目中同時包含了最高的數學學習動機「老師和我們互動很好」以及最低的數學學習動機「不喜歡數學老師」，這顯示出課堂中教師的態度對數學學習動機的影響。

透過計算 cohen’d 顯示高程度動機的因素有**「老師和我們互動很好」**、**「老師會在意上課內容是否讓人理解」**、**「數學單元有趣吸引人」**、**「上課時可以和同學討論」**、**「平常的情況下」**。其中「明天要考數學」的平均數雖高，但是因標準差較大效果量的數值只有 0.787；而**「平常的情況下」**的平均數雖較低，但標準差是全部項目中第 3 低的(只小於「老師和我們互動很好」、「老師會在意上課內容是否讓人理解」)，效果量的值有 0.858。由此可以得知對於不同學生除了「老師和我們互動很好」、「老師會在意上課內容是否讓人理解」之外，有些引起動機的方式反而讓部分學生有較低的意願配合課堂活動。而效果量小於-0.2 的因素**「不喜歡數學老師」**顯示在該情況下有低程度動機**不配合**老師課堂活動。

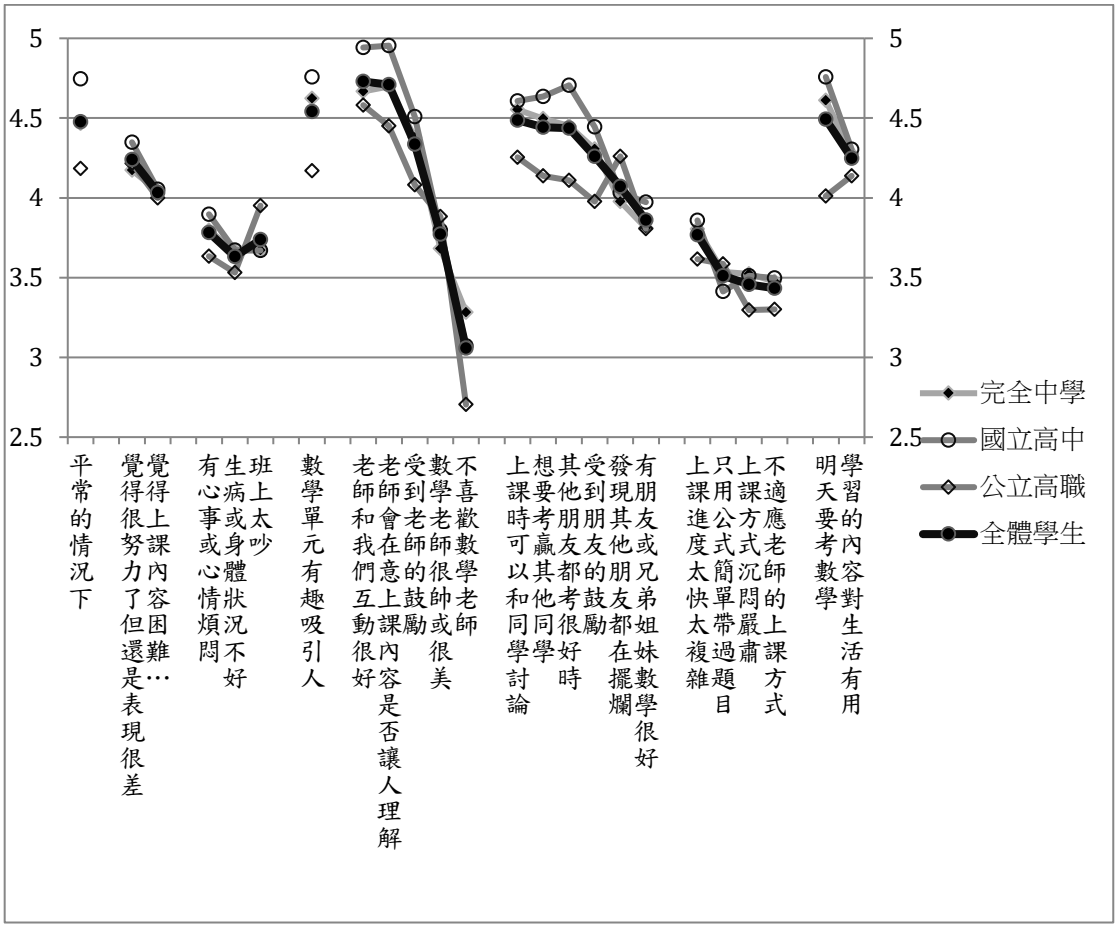


圖 4-1 不同因素影響上課時認真聽講並配合老師要求

正向因素	高程度動機	中程度動機	低程度動機	缺乏顯著性
興趣相關	1			
師生關係相關	2	1	1	
同儕互動相關	1	3	1	
考試相關		1		
應用相關		1		
平常的情況下	1			

將問題對回問卷的架構類別後可以發現在不同面向上都有引起學生高程度動機的因素，在負向因素的影響下學生也可維持低程度的動機配合課堂活動，甚至在「覺得很努力了但還是表現很差」的情況下還維持有中程度的動機。

負向因素	高程度動機	中程度動機	低程度動機	缺乏顯著性	負向動機
生理狀況相關			1	1	
教學方式相關			1	3	
師生關係相關					1
學習狀況相關		1	1		
同儕互動相關			1		
班級環境相關				1	

由圖 4-1 可以知道讓學生有高程度的動機配合老師課堂活動的因素有**良好的師生關係、良好的同儕互動、吸引人的教材**。有低程度的動機**不**配合老師課堂活動的因素有**不喜歡數學老師**。

比較不同學校有高度效果值的情形，公立高職只有在**良好的師生關係**時有高度數學學習動機；完全中學及國立高中則在有**良好的師生關係、良好的同儕互動、吸引人的教材**及平常的情況下都有高度數學學習動機。另外完全中學的學生沒有效果值低於-0.2 的項目，國立高中及公立高職的**不喜歡數學老師**的效果值都低於-0.2。

三、 影響放學後數學學習動機的因素

影響放學後數學學習動機的狀況由因素分析可以分成「正向的數學學習動機」、「負向的數學學習動機」；其中正向的因素負荷量最大的三個情況為「朋友間會互相討論數學」、「受到老師的鼓勵」、「受到朋友的鼓勵」；負向的因素負荷量最大的三個情況為「有其他心事或心情煩悶」、「生病或身體狀況不好」、「覺得上課內容困難無法理解」。此外「數學作業太多」正向的因素負荷量為 0.456、負向的因素負荷量為 0.4440 是偏向正向的數學學習動機。將影響放學後數學學習動機的統計結果依研究架構分別由左至右排別如圖 4-2。

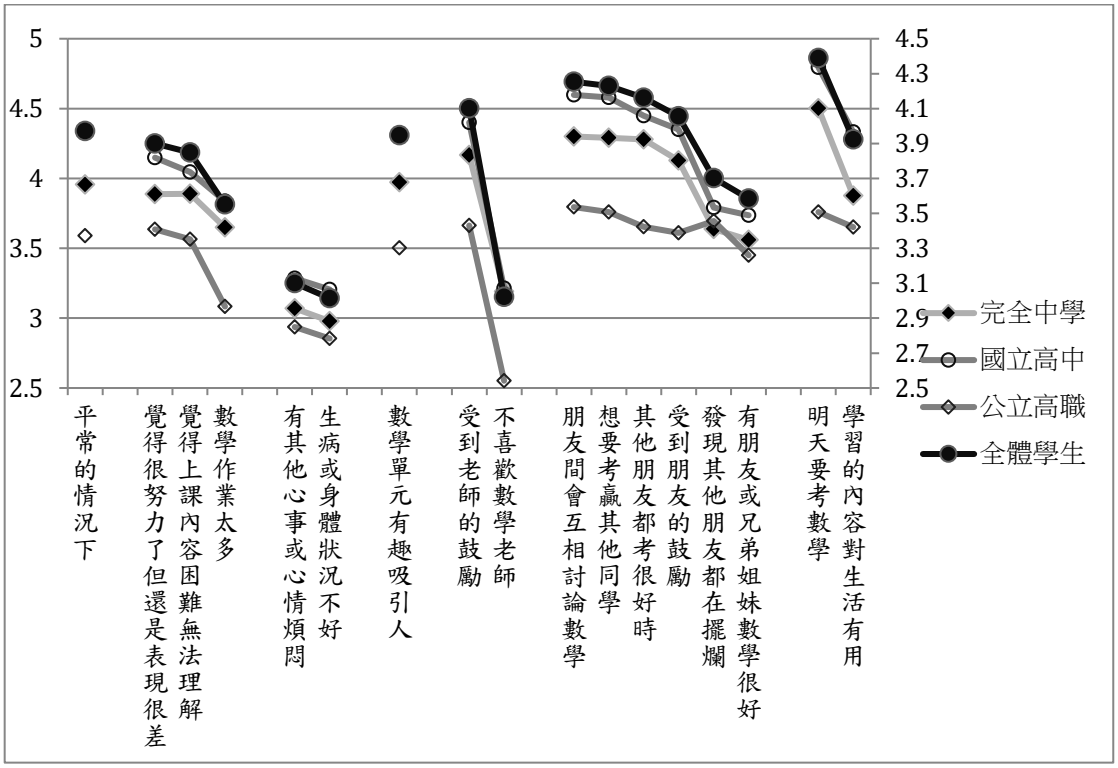


圖 4-2 不同因素影響放學後學數學

圖表中由左至右的類別分別是基準點，接著是歸因理論中的學習狀況、課程作業安排；需求理論中的生理狀況；同時屬於需求及目標理論的興趣、師生關係、同儕互動；屬於目標理論的考試與應用。

圖 4-2 放學後的數學學習動機中與 3.5 比較沒有 cohen’ｓ d 超過 0.8 的項目；而「**明天要考數學**」及「**朋友間會互相討論數學**」的效果值超過 0.5 代表有中程度的動機。而效果值小於-0.2 的因素顯示有負向動機的有「**生病或身體狀況不好**」、「**不喜歡數學老師**」、「**有其他心事或心情煩悶**」。

正向因素	高程度動機	中程度動機	低程度動機	缺乏顯著性
教材相關			2	
師生關係相關			1	
考試相關		1		
同儕互動相關		1	3	
課程作業太多				1
平常的情況下			1	

將問題對回問卷的架構後可以發現除了考試及同儕互動外沒有中程度以上的動機在放學後學數學，與課堂中的動機相比較動機下降很多。

負向因素	高程度動機	中程度動機	低程度動機	缺乏顯著性	負向動機
生理狀況相關					2
教學方式相關					
師生關係相關					1
學習狀況相關				2	
同儕互動相關				2	
班級環境相關					

由上述結果可以發現學生只在**即將面對的考試，良好的同儕互動**有中程度動機在放學後學數學；在平常的情況下只有低程度的動機在放學後學數學；而在**身心狀況不好，不喜歡數學老師情況下**有低程度動機不在放學後學數學。

比較不同學校有中度效果值的情形，公立高職沒有具顯著性的因素在放學後學數學，反而在**數學作業太多、身心狀況不佳、不喜歡數學老師**的情況下都有低度到中度動機不在放學後學數學；國立高中則在**即將面對的考試，良好的同儕互動**及**良好的師生關係中**都有中程度動機在放學學數學，且只有在「生病或身體狀況不好」情況下會有低程度動機不在放學後學數學，不喜歡數學老師的因素沒有顯著性。完全中學的學生在**即將面對的考試，良好的同儕互動**有中程度動機在放學後學數學，在**身心狀況不好，不喜歡數學老師情況下**有低程度動機不在放學後學數學。

伍、 結論與討論

學生在有**良好的師生關係、良好的同儕互動、吸引人的教材**的因素下有高程度的動機配合老師課堂活動。在**不喜歡數學老師**的因素下有低程度的動機**不**配合老師課堂活動的因素。其中**良好的師生關係**包括「老師和我們互動很好」、「老師會在意上課內容是否讓人理解」；**良好的同儕互動**包括「上課時可以和同學討」；**吸引人的教材**包括「數學單元有趣吸引人。

學生只在**即將面對的考試，良好的同儕互動**有中程度動機在放學後學數學；在平常的情況下只有低程度的動機在放學後學數學；而在**身心狀況不好，不喜歡數學老師情況下**有低程度動機不在放學後學數學。其中**即將面對的考試**包括「明天要考數學」；**良好的同儕互動**包括「朋友間會互相討論數學」。

透過前面的結果與研究架構能了解到在課堂上影響學生動機最多的是需求理論中隸屬與愛的需求或是目標理論的社會整合目標，透過與教師、同儕有良好的互動更能提升學習動機；其次則是需求理論的知的需求或是目標理論中的認知目標，透過吸引人的教材滿足好奇心。

陸、 參考文獻

一、 中文部分

1. 李國瑋（2012）。TIMSS 2011 耐人尋味的問題。**科學人，132**。
2. 教育部（**2018**）。**十二年國民基本教育課程綱要：國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域。國家教育研究院。**
3. 林鈺傑（2015）。**基隆市及附近地區高級中等學校學生數學學習動機**〔碩士論文，國立臺灣師範大學〕。臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/ggw649
4. 張春興（2008）。**教育心理學**。臺灣東華。
5. 王婷瑩、吳嵐婷、呂靜沅、李文瑜、林素微、屠馨瑩、張銘秋、許嫕茹、連啟舜、陳佳欣、曾茹、曾芬蘭、楊芳瑩、蔡今中、蔡逸凡、謝佳叡、謝豐瑞（2025）。**PISA 臺灣學生的表現：2022**。國立臺灣師範大學。

二、 英文部分

1. Bandura, A. (1977). Social learning theory. General Learning Corporation. Retrieved 25 December 2013.
2. Bandura, A. (1989). Social cognitive theory. *Annals of child development. Vol.6. Six theories of child development* (pp. 1-60). Greenwich, CT: JAI Press.
3. Brophy, J. E. (2010). Motivating *students to learn*. Routledge.
4. Coe, R. (2002). It's the effect size, stupid: what effect size is and why it is important. *British* Educational *Research Association annual conference*, Exeter, 1214 September, 2002
5. Cohen,J.(1988).*Statistical power analysis for the begavioral sciences(2nd ed.)*. Hillsdale,NJ:Eribaum
6. Deci,E.,&Ryan,R.(1985).*Intrinsic* motivation *and self-determination in human begavior*. New York:Plenum
7. Deci,E,&Ryan,R.(Eds).(2002). *Handbook of self-determination research*. Rochester, NY:University of Rochester Press.
8. Elliot,A.,&McGregor,H.(2001).A 2x2 achievement goal framework. *Journal of Personality and Social Psychology*,80,501-509
9. Maehr,M.,&Meyer,H.(1997).Understanding motivation and schooling:Where we've been,where we are, and where we need to go. *Educational psychology Review,*9,371-409.
10. Mayer R.E.(1987).*Educational Psychology: A Cognitive Approach*. Boston. Little,Brown and Copany
11. Maslow, A. H., Frager, R., & Cox, R. (1970). *Motivation and personality (Vol.*

2). J. Fadiman, & C. McReynolds (Eds.). New York: Harper & Row.
12. Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.
13. Thrash,T.,&Elliot,A.(2001). Delimiting and integrating achievement motive and goal constructs. In A. Efklides, J. Kuhl, & R. Sorrentino (Eds.), *Trends and prospects in motivation research*(pp. 3-21). Boston: Kluwer
14. Weiner, B. (1992). *Human motivation: Metaphors, theories, and research*. Sage.

Motivation for Learning Mathematics:The Case of High School Students in the Keelung Region

Yu-Chieh Lin[1] Feng-Jui Hsieh[2]
[1]Taipei Minghu Junior High School
[2]Department of Mathematics, National Taiwan Normal University

Abstract

This research investigates mathematical learning motivation among high school students in Keelung, a region uniquely characterized by urban-rural integration and high student diversity. In the pilot phase, open-ended questionnaires were collected from three types of high schools to identify perceived motivational factors. Based on motivation theory, these qualitative data were categorized into 11 themes to develop the formal survey instrument.

The study sampled 915 students from six high schools in Keelung. The primary findings are as follows:

1. Regarding the situation of learning mathematics in class, students exhibit motivation not to learn when “I don’t like the math teacher”; students show high motivation to learn when: ”Teachers have good interaction with us”, “Teachers care whether the course is understandable”. ”Mathematical units are interesting”, ”There is a math test tomorrow” and “Students can discuss with classmates in class”.
2. Regarding the situation of learning mathematics after class, students generally donot show high motivation to learn; students exhibit moderate motivation to learn because “There is a math test tomorrow” and “My friends will discuss math”.
3. Factors driving math motivation during and after school vary across different school types.

Key words: motivation for learning mathematics, high school

臺灣社會情緒學習相關研究之系統性回顧（2015 至 2025）

魏士軒 [1]　李元楨 [2]

[1] 臺中教育大學數學教育學系 scottiewei@mail,ntcu.edu.tw

[2] 彰化縣埔鹽鄉永樂國民小學 liyuanchen8888@gmail.com

摘要

本研究旨在系統性回顧 2015 至 2025 年間臺灣社會情緒學習（Social and Emotional Learning, SEL）相關研究之發展脈絡、研究主題、方法取向與實證發現。研究採系統性回顧法，聚焦臺灣教育場域中與 SEL 相關之期刊論文、學位論文及具完整研究設計之文獻，並依研究主題、教育階段、研究方法與主要結果進行分類與比較。研究結果顯示，近十年臺灣 SEL 研究呈現逐步增長趨勢，且於 2023 至 2025 年間更趨明顯，反映 SEL 已由國際教育議題轉化為本土政策與教育實踐的重要方向。研究主題已由早期兒童情緒教育與社會適應，逐漸擴展至幼兒園課程介入、國小雙語融入、大學生社會情緒素養，以及特殊教育領域之應用。研究方法以準實驗研究、行動研究、問卷調查與文獻分析為主。整體而言，臺灣 SEL 研究多指出其對幼兒親社會行為、問題行為改善、國小學生情緒覺察與社會適應，以及大學生情緒調節與人際理解具有正向效果。然而，現有研究仍存在場域分散、樣本規模有限、長期追蹤不足、本土評量工具仍待累積，以及教師專業支持系統尚未完全建立等限制。基於上述結果，本文建議未來應強化本土化課程發展、跨教育階段銜接、縱貫性研究設計，以及教師培力與學校系統支持，以提升 SEL 研究對臺灣教育政策與教學實務之貢獻。

關鍵詞： 社會情緒學習、系統性回顧、臺灣研究、教育實踐、社會情緒能力

壹、緒論

社會情緒學習（Social and Emotional Learning, SEL）近年已成為教育研究與教育政策領域的重要議題。其核心內涵不僅在於協助學生辨識、理解與調節情緒，更在於促進其建立正向人際關係、發展負責任的決策能力，並培養有助於學習、生活適應與全人發展之整體素養（CASEL, 2013, 2020；Zins et al., 2007）。

隨著全球教育逐漸重視學生之非認知能力、心理健康與社會適應，SEL 已由過去偏重情意教育或輔導活動之概念，逐步發展為兼具課程設計、教學實踐

與教育治理意涵的重要架構。於此脈絡下，教育部於 2025 年正式公布「社會情緒學習中長程計畫第一期五年計畫」，明確指出 SEL 將結合十二年國民基本教育之理念加以推動，並以「研發與開展在地經驗」、「人才培力」、「學校文化與環境」、「跨系統連結」及「推廣傳播與國際連結」作為五大推動面向。此一政策方向顯示，SEL 已由國際教育論述逐步轉化為我國教育政策與學校實踐的重要發展方向 （教育部，2025）。

就臺灣教育脈絡而言，SEL 並非近年才出現之新興概念，而是透過地方教育行政、校本課程發展及相關研究方案之逐步累積而形成。以幼兒教育場域為例，相關研究指出，臺北市教育局自 2018 年起推動「情緒智能觀察紀錄」計畫，2019 年進一步推動「社會智能觀察紀錄」，並於 2020 年發展為「社會情緒學習推廣計畫」，邀請學校試辦 SEL 課程並據以修正實施內容。由此可見，臺灣教育現場對於 SEL 之關注與實踐已有一定基礎，且其推動脈絡呈現由地方試辦逐步走向制度化發展之趨勢。

然而，相較於國際上已累積大量系統性回顧、後設分析及大型方案研究，臺灣近十年 SEL 相關研究整體而言仍處於逐步建構與發展之階段。一方面，現有研究成果已散見於幼兒教育、國小課程、大學生輔導及特殊教育等不同教育場域，顯示 SEL 研究議題已逐漸擴展；另一方面，各研究在理論架構、課程模式、研究設計、評量工具及成效指標等面向仍存在相當差異，使得目前研究成果雖具發展潛力，卻尚缺乏系統性整理與整體性分析。尤其在我國教育政策已明確啟動 SEL 推動之背景下，若能系統梳理近十年臺灣相關研究成果，將有助於掌握本土 SEL 研究之發展脈絡、建構在地知識圖像，並作為未來課程設計、師資培育、政策推動及後續研究深化之重要基礎。

基於上述背景，本文以 2015 至 2025 年間臺灣地區發表之 SEL 相關研究為分析範圍，採系統性回顧方式，統整其研究主題、研究對象、方法取向與主要發現，以期更全面掌握臺灣 SEL 研究之發展現況與未來方向。本文之研究目的如下：

一、分析 2015 至 2025 年間臺灣 SEL 研究之發展脈絡與主題分布。
二、整理臺灣 SEL 研究主要聚焦之教育階段、研究方法與實施模式。
三、歸納臺灣 SEL 研究之主要成效、研究限制與未來發展方向。

貳、文獻探討

一、SEL 的教育內涵

社會情緒學習（Social and Emotional Learning, SEL）係指個體在成長與學習歷程中，透過持續性的教育支持，發展並運用理解自我、調節情緒、展現同理、建立關係與做出負責任決定等能力的歷程。依據CASEL所提出之架構，SEL主要包括自我覺察、自我管理、社會覺察、人際關係技巧與負責任決定等五項核心能力，且此五項能力並非彼此孤立，而是在學生的學習、生活與社會互動中相互交織，形成支持其整體發展的重要基礎。CASEL 進一步指出，SEL

不應被理解為附屬性的情意活動，而應被視為促進學生學習與發展的系統性框架，並須在課堂、學校、家庭與社區等場域中協同實踐（CASEL, 2013, 2020）。

從教育意涵觀之，SEL 的重要性在於其兼具發展性、預防性與支持性功能。一方面，SEL 有助於提升學生的情緒辨識、情緒調節、人際互動與社會適應，協助其在學習情境中建立較穩定的自我管理與合作能力；另一方面，SEL 亦與學業表現、學校功能及校園氣氛具有密切關聯（Benson et al., 2007; Durlak et al., 2015; Durlak, 2022）。

多項實證研究指出，學校本位之普遍性 SEL 方案對學生的學業成就、社會情緒技能、態度與行為，以及對校園安全與氣氛的知覺，皆具有整體性的正向影響 (Mahoney et al., 2021; McCormick et al., 2015; Schonfeld et al., 2015）。由此可見，SEL 的教育價值已不再侷限於情緒教育或輔導活動，而是逐步被視為連結學習成效、心理健康與全人教育的重要基礎。

此外，SEL 之有效推動亦不宜僅停留於學生個人能力的培養，而應進一步納入學校制度、教師專業與支持關係的思考。換言之，SEL 的落實不只是「教學生管理情緒」，而是透過課程設計、班級互動、教師回應方式與校園文化營造，共同形塑有利於學生學習與發展的環境。此一觀點使 SEL 由單一能力訓練，提升為一種兼具課程、教學與學校治理意涵的教育架構。

二、臺灣本土推動意義

就臺灣教育脈絡而言，SEL 之重要性不僅來自國際教育趨勢的延伸，更與我國近年對學生心理健康、幸福校園、全人教育及教育公平之重視密切相關。教育部於 2025 年正式公布「社會情緒學習中長程計畫第一期五年計畫」，明確指出SEL將結合十二年國民基本教育理念推動，並以「研發與開展在地經驗」、「人才培力」、「學校文化與環境」、「跨系統連結」及「推廣傳播與國際連結」作為五大推動面向 （教育部，2025）。該計畫亦強調，學校可結合學校願景、各領域課程及校內活動進行整全式規劃，並連結家庭教育、社區教育與非營利組織等資源，共同建立教學實踐與學校推動的支持平臺。此一政策方向顯示，SEL已由國際教育論述逐步轉化為臺灣教育治理與學校實踐的重要政策議題。

臺灣推動SEL的本土意義，首先在於其有助於補足傳統教育實踐中偏重學科成就、較少系統性關注學生情緒調節、人際互動與心理韌性的發展落差。其次，SEL與十二年國教所強調之核心素養導向具有高度相容性，特別在人際關係、溝通合作、自我精進、社會參與與多元理解等面向上，可形成彼此呼應與深化之效果。再者，SEL若能結合本土教育文化與學校實務需求進行轉化，亦可回應臺灣教育現場在班級經營、學生輔導、融合教育、雙語教學與家庭合作等多元需求。換言之，SEL在臺灣的推動，不只是引介一套新名詞或新方案，而是提供一種重新理解學生發展、教師角色與學校功能的整合性框架。

值得注意的是，臺灣之 SEL 推動並非完全始於中央政策發布之後。地方教育行政系統其實已累積一定的先行經驗。例如，臺北市相關實務資料顯示，109學年度即已推動「社會情緒學習（SEL）推動計畫」，透過分區研習、試辦學校經驗分享及融入各領域教學的方式，提升教師社會情緒學習之專業知能；後續亦持續推動 SEL 融入課程與教學之申請計畫。另有研究回顧指出，臺北市教育局自 2018 年起自「情緒智能觀察紀錄」開始，2019 年進一步推動「社會智能觀察紀錄」，並於 2020 年發展為「社會情緒學習推廣計畫」。由此可見，臺灣 SEL 的本土發展具有由地方試辦、教師增能、課程融入到政策制度化的演進特徵。

三、臺灣近十年 SEL 研究的初步發展脈絡

從近十年文獻觀之，臺灣 SEL 研究雖仍處於逐步建構階段，但已開始形成若干較清晰的研究輪廓。首先，在研究範圍上，相關研究已由幼兒與國小學生逐步擴展至大學生與特殊教育場域，顯示 SEL 在臺灣已由兒童情意教育範疇，延伸為跨教育階段與跨支持需求的研究主題。其次，在研究主題上，除了課程介入成效之外，亦開始涵蓋雙語融入、情緒調節策略、同儕互動知覺、特殊教育支持以及本土推動模式等議題。再者，在研究方法上，現階段以準實驗研究、行動研究、量化問卷分析與文獻分析為主，顯示本土研究已逐步由概念倡議走向初步實證。

在幼兒教育領域，吳怡萱等人 (2025) 之研究以臺北市某幼兒園學齡前幼兒為對象，採不等組前後測準實驗設計，實施為期六週、每週兩次之 SEL 活動。研究結果顯示，接受「社會情緒學習方案」介入之實驗組幼兒，其親社會行為顯著提升，問題行為顯著下降，且教師回饋亦肯定課程對幼兒行為表現具有意義。此一結果顯示，SEL 可透過情緒探索、繪本導讀、團體討論與生活經驗分享等活動形式，於幼兒教育現場具體落實，並對行為適應產生正向影響。

在國小教育場域，楊馥榮（2023）以臺灣 2030 雙語國家政策為背景，運用CLIL 之 4Cs 教學框架發展 CLIL 雙語社會情緒學習課程，並探究其實施效果。研究指出，課程實施後，學生較能覺察自己的情緒狀態，人際關係有所進步，且能以簡單英文與教師互動；量化分析亦顯示學生之社會適應行為具有顯著性進步，且介入效果不因性別而異。此研究具有雙重意義：一方面反映 SEL 可與雙語與跨領域教學結合，另一方面也說明本土 SEL 研究已逐漸從單一情意課程走向與教育政策、課程創新並行的發展模式。

在高等教育領域，黃絢質（2023）以臺灣各地公私立大學 1,207 名學生為對象，探討大學生之社會情緒學習素養、情緒調節策略與對嘲弄之正向感知之關係。研究結果顯示，情緒調節策略的使用，完全中介大學生 SEL 素養與其對嘲弄正向感知之關係；就個別策略而言，「正向看待」具有完全中介效果，而「問題解決」、「逃避」與「壓抑」則具有部分中介效果。此一發現顯示，

SEL 在高等教育階段並不僅是一般能力培養議題，更涉及學生如何理解同儕互動、調節情緒並建構人際關係。

至於特殊教育領域，陳倩雲與劉惠美（2025）透過文獻分析與論述指出，SEL 方案對不同特教需求學生皆具重要性與正面影響。然而，在臺灣現況中，特教領域雖已有少數符合 SEL 實施策略的介入與研究，仍面臨系統性實踐不足、教師訓練有限，以及研究規模與深度不足等問題。研究者並指出，目前尚難明確辨識特教學生不同面向的改變，究竟來自 SEL 方案中的哪些成分，因此也較難依學生表現與需求彈性調整課程設計。此一分析說明，臺灣 SEL 研究的下一階段，已不僅是證明 SEL 是否有效，更在於建立能支持不同學生需求的分層服務與持續性系統。

SEL 作為一種強調學生全人發展的教育框架，已從國際理論逐步轉化為臺灣教育政策與學校實踐的重要方向。從概念層次來看，SEL 強調五項核心能力及其在課堂、學校、家庭與社區中的整體實施；從本土推動脈絡而言，臺灣已由地方試辦逐步走向中央政策化；從研究發展來看，近十年本土研究已涵蓋幼兒、國小、大學生與特殊教育等不同場域，並初步呈現 SEL 對行為適應、情緒調節、社會適應與人際理解的正向作用。然而，現有研究在研究設計、評量工具與知識整合上仍有不足，因此有必要進一步透過系統性回顧方式，整理臺灣近十年 SEL 研究之主題分布、研究方法、主要發現與研究缺口，以建構較完整的本土知識圖像，並作為後續研究方法與分析架構之基礎。

參、研究方法

一、研究設計

本文採系統性回顧法，針對 2015 至 2025 年間臺灣地區與社會情緒學習（Social and Emotional Learning, SEL）相關之研究文獻進行蒐集、篩選、整理與分析。研究場域限於臺灣教育情境，文獻來源以期刊論文、學位論文及具完整研究設計之研究報告為主。考量本研究旨在掌握臺灣近十年 SEL 研究之發展脈絡、主題分布、研究方法與主要發現，且納入文獻在研究設計、介入內容與成效指標上具有相當異質性，故本文採質性統整方式進行分析，而未進一步進行後設分析。本文之研究流程與報告架構參考 PRISMA 2020 聲明進行規劃，以提升文獻蒐集與報告之透明性與一致性。

二、文獻蒐集與檢索策略

本文以關鍵詞檢索方式進行文獻蒐集，檢索詞包括「社會情緒學習」、「SEL」、「社會情緒能力」、「情緒教育」、「情緒調節」、「社會適應」等，並搭配「臺灣」、「幼兒」、「國小」、「國中」、「高中」、「大學生」、「教師」及「特殊教育」等條件進行交叉搜尋，以提高文獻蒐集之完整性與相關性。檢索資料庫包括臺灣博碩士論文知識加值系統、臺灣期刊論文索引系統、華藝線上圖書館及 Google Scholar。檢索時間範圍設定為 2015 年 1 月1 日至 2025 年 12 月 31 日。

為確保文獻範圍與研究目的相符，本文設定下列納入標準：

(一)出版時間介於 2015 至 2025 年間；

(二)研究主題與社會情緒學習或其核心概念具有直接關聯；

(三)研究場域明確位於臺灣；

(四)文獻內容提供清楚之研究目的、研究方法與研究結果；

(五)研究對象涵蓋幼兒、國小學生、國中學生、高中學生、大學生、教師或特殊教育學生等教育相關族群。

排除標準如下：

(一)非屬臺灣教育情境之研究；

(二)僅新聞報導、書評、短篇評論、會議摘要或缺乏完整研究設計之文獻；

(三)主題涉及情緒、輔導或品格教育，但與 SEL 核心概念缺乏直接連結者；

(四)重複刊載或無法取得全文之文獻。

三、文獻篩選流程

本文之文獻篩選程序分為三個階段。第一階段為資料庫檢索，依設定之關鍵詞與條件蒐集相關文獻，共辨識文獻 **203 篇**。第二階段為題名與摘要初篩，依納入與排除標準檢視文獻主題是否符合本研究目的，初步排除不相關文獻 **47篇**。第三階段為文獻分類與進一步判定，其中初步判定可納入者為 **115篇**，待進一步複審者為 **41 篇**。

四、資料編碼方式

為系統性呈現臺灣近十年 SEL 研究之整體樣貌，本文針對納入文獻建立資料編碼表，並依下列面向進行整理與分析：

(一)基本資料：作者、出版年份、文獻類型。

(二)研究對象：教育階段、研究樣本、人數與場域。

(三)研究主題：如課程介入、能力現況、情緒調節、特殊教育支持等。

(四)研究方法：研究設計類型、資料蒐集方式與分析方法。

(五)介入或方案特徵：課程名稱、實施週期、教學內容與實施者。

(六)評量方式：量表工具、觀察紀錄、訪談、學習單或其他資料來源。

(七)研究結果：主要成效、限制與研究建議。

在分析程序上，本文先依教育階段與研究主題進行初步分類，其後再就研究設計、介入內容、評量方式及主要發現進行比較分析。最終將納入文獻歸納為四個主要分析面向：

(一)研究發展趨勢；

(二)研究對象與主題分布；

(三)研究方法與實施模式；

(四)研究成效與研究缺口。

五、研究信度處理

為提升文獻篩選與資料編碼之信度，本文採兩位研究者分階段進行審查與比對。於文獻篩選階段，兩位研究者先依相同納入與排除標準，分別進行題名與摘要初篩，以及全文複審；若出現判定不一致之情形，則透過討論取得共識，必要時再回到原文重新檢核。於資料編碼階段，兩位研究者先共同討論並確立編碼類目與定義，再各自抽取部分文獻進行試編碼，修正編碼表後始進行正式編碼，以降低類目界定不清所造成之偏差。

此外，為提高分析一致性，正式編碼完成後，研究者再針對關鍵欄位進行交叉核對，包括研究對象、研究主題、研究方法、介入內容與主要結果等。對於分類界線較模糊或具跨主題性質之文獻，則透過反覆比對與討論，確認其最適歸類。此一程序有助於提升文獻整理之穩定性與分析結果之可信度。

六、研究倫理與方法限制

本文以公開發表之文獻作為分析材料，不涉及個人可識別資料蒐集，故無涉直接人類研究參與之倫理風險。然而，本文仍有若干方法限制。首先，受限於檢索資料庫與關鍵詞設定，仍可能遺漏部分未明確以 SEL 命名、但實質涉及社會情緒能力之研究。其次，臺灣現有 SEL 研究在研究設計、介入形式與結果指標上差異較大，故本文採質性統整方式，尚無法進一步提供整合性效果量。再者，部分研究雖與 SEL 內涵相關，但若概念界定與操作化不足，亦可能影響文獻歸類與比較分析之精確性。

綜上，本文透過明確之檢索策略、分階段文獻篩選、系統化資料編碼與研究者交叉檢核等程序，力求較為完整地呈現 2015 至 2025 年間臺灣 SEL 研究之整體樣貌，並作為後續結果分析與討論之基礎。

肆、結果與討論

一、文獻整體分布與初步篩選結果

依據文獻檢索結果進行整理，共辨識文獻 203 篇。本文進一步依題名、年份、刊載來源與文獻摘要內容進行初步篩選與編碼。結果顯示，在 203 篇文獻中，初步判定可納入者為 115 篇，占 56.7%；待進一步複審者為 41 篇，占20.2%；初步排除者為 47 篇，占 23.2%。

此一結果顯示，臺灣近十年與社會情緒學習相關之研究已具一定數量，但真正與本研究主題高度一致、且符合研究範圍之文獻，仍集中於特定研究類型與教育場域。整體而言，相關研究已逐步形成可供分析的本土文獻基礎，惟其主題分布與研究取向仍呈現不均衡現象。

二、主題分布分析

依據研究主題進行編碼後可知，115 篇初步納入文獻中，以**課程或方案介入研究**為最大宗，共72篇，占62.6%。此類研究多聚焦於社會情緒學習課程、

教學方案、班級活動設計及其介入效果，常見結果變項包括社會情緒能力、學習動機、主觀幸福感、問題行為、親社會行為與人際互動等。此一分布顯示，臺灣 SEL 研究最主要的發展方向，仍在於將 SEL 作為一種可透過課程與教學實施的教育介入模式。

與**社會情緒能力、情緒調節、人際理解及心理適應**相關之研究共 33 篇，占28.7%。此類研究較著重學生之 SEL 素養、情緒調節策略、社會知覺及同儕互動歷程，反映出臺灣本土研究除課程介入外，亦已逐步關注 SEL 的能力結構與作用機制。

在**教師專業發展、師資培育與教師實施困境**方面，共 24 篇，占 20.9%。相關研究顯示，教師作為 SEL 實施之關鍵角色，其教育信念、教學知能與專業支持需求已逐漸成為本土研究的重要議題。此一趨勢亦反映 SEL 在臺灣的發展，已由學生層面的能力培養，逐步延伸至教師專業成長與學校支持系統建構。 此外，與**特殊教育、融合教育或多元需求學生支持**相關之文獻共 15 篇，占13.0%；與**政策、推動現況、學校轉型、整體實施與發展展望**相關之文獻共12篇，占 10.4%。此一結果說明，臺灣 SEL 研究除課堂實踐外，亦開始觸及制度設計、學校文化及教育治理等較高層次議題，顯示本土 SEL 研究已逐步朝向系統化與多面向應用發展。

三、教育階段分布分析

依據研究對象與教育階段進行分類後可知，臺灣 SEL 研究仍以基礎教育階段為主。其中，**國小階段相關文獻共 67 篇，占 42.9%**，為所有教育階段中篇數最多者。此類研究多聚焦於國小學生之社會情緒學習課程、班級經營、學習動機、幸福感、情緒覺察與社會適應等議題，顯示國小教育場域為目前臺灣SEL研究最主要的實踐基地。

其次，**幼兒／學前教育相關文獻共 26 篇，占 16.7%**。此類研究多關注幼兒之情緒辨識、親社會行為、問題行為、合作互動與生活情境中的社會情緒發展，顯示 SEL 在學前階段已逐步被視為支持幼兒早期社會化與情緒發展的重要教育取向。

在中等教育方面，**國中與高中階段相關文獻共 24 篇，占 15.4%**。相較於幼兒與國小階段，國中與高中研究篇數相對較少，反映出臺灣在青少年階段之SEL 研究仍有進一步拓展空間。尤其在情緒調節、壓力適應、人際衝突、生涯探索與校園歸屬感等重要議題上，仍需更多本土研究支持。

至於**大專校院、師資生與大學生相關文獻共 21 篇，占 13.5%**。此類研究多圍繞大學生之 SEL 素養、情緒調節、人際知覺與師資培育課程應用，顯示SEL已逐步進入高等教育與教師教育領域。另有**教師、行政與跨階段推動相關文獻共 11 篇，占 7.1%**，以及**特殊教育或融合教育相關文獻共 7 篇，占 4.5%**。整體而言，臺灣 SEL 研究雖已呈現跨教育階段發展的趨勢，但仍以幼兒與國小階段為主體。

四、排除文獻類型分析

在 47 篇初步排除文獻中，可歸納出數項主要類型。首先，部分文獻雖涉及「情緒」、「社會」、「心理」等關鍵詞，但研究主題實際上偏向一般情緒教育、品德教育、幸福感、學校心理學、班級經營或教材分析，與 SEL 核心概念並不完全一致，因此未納入本研究。其次，部分文獻主要聚焦於國際趨勢、政策倡議、理論評論、發展展望或概念反思，雖具有文獻參考價值，但不屬於本研究所設定之核心分析樣本。

此外，尚有部分研究涉及人工智慧、正向心理、復原力、校長領導、學校永續或健康教育等廣義教育議題，其與 SEL 之關聯較為間接，故亦予以排除。此一結果顯示，臺灣近年與 SEL 相關的研究雖日益增加，但概念邊界仍存在一定程度的延伸與交疊，研究者必須透過明確的納入與排除標準，方能維持系統性回顧之分析一致性。

五、文獻發展趨勢與整體討論

綜合文獻分布結果可知，臺灣近十年 SEL 研究已呈現明顯增長與主題擴展趨勢。從研究主題來看，課程與方案介入研究占比最高，顯示 SEL 在本土教育場域中的主要實踐方式，仍是透過課程設計與教學活動促進學生之情緒覺察、社會適應與人際互動能力。從教育階段分布來看，國小與幼兒階段研究占有較高比例，反映臺灣目前 SEL 研究主要集中於早期介入與基礎教育場域。

然而，從整體分布亦可看出數項值得關注的現象。第一，中等教育、高等教育及教師專業支持相關研究篇數相對有限，顯示 SEL 在不同教育階段與專業層面的推動仍有擴展空間。第二，政策、學校轉型、特殊教育與跨領域融入等新興主題已逐漸出現，說明臺灣 SEL 研究已由單一課程介入逐步邁向制度化與多元應用。第三，部分與 SEL 概念相鄰的研究類型仍大量存在，顯示本土研究在概念界定與操作化上仍需進一步釐清與整合。

整體而言，臺灣近十年 SEL 研究已由概念引介與零星實踐，逐步發展為具備本土實證基礎與多元主題取向的研究領域。其發展脈絡顯示，SEL 不僅是學生個別能力培養的課題，更是連結課程實踐、教師專業、學校文化與政策推動的重要教育議題。此一結果亦說明，臺灣 SEL 研究正處於由課程試作走向系統建構與本土知識體系深化的關鍵階段。

伍、參考文獻

吳怡萱、簡嘉怡、黃詩媛、陳學志、黃上睿（2025）。社會情緒學習方案對幼兒親社會行為與問題行為之影響。**教育心理學報，56**（4），773－802。

教育部（2025）。社會情緒學習中長程計畫。

黃絢質（2023）。大學生的社會情緒學習素養與其對嘲弄的正向感知之關係-以情緒調節策略為中介變項。**教育心理學報，55**（2），241－268。

楊馥榮（2023）。CLIL 雙語社會情緒學習教學行動研究。**課程與教學季刊，26**（4），121－156。

陳倩雲、劉惠美（2025）。特殊教育學生的社會情緒學習探究。**教育科學研究期刊，70**（3），63－97。

Benson, P. L., Scales, P. C., Hamilton, S. F., & Sesma, A., Jr. (2007). Positive youth development: theory, research, and applications. In W. Damon & R. M. Lerner (Eds.), *Handbook of child psychology* (6th ed., Vol. 1, pp. 894-941). Wiley.

Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning. (2013). *Effective social and emotional learning programs: Preschool and elementary school edition*.

Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning. (2020). *CASEL's SEL framework: What are the core competence areas and where are they promoted*?

Durlak, J. A., Domitrovich, C. E., Weissberg, R. P., & Gullotta, T. P. (Eds.). (2015). Handbook of social and emotional learning: *Research and practice.* The Guilford Press.

Durlak, J. A., Mahoney, J. L., & Boyle, A. E. (2022). What we know, and what we need to find out about universal, school-based social and emotional learning programs for children and adolescents: A review of meta-analyses and directions for future research. *Psychological Bulletin, 148*(11-12), 765-782.

Mahoney, J. L., Weissberg, R. P., Greenberg, M. T., Dusenbury, L., Jagers, R. J., Niemi, K., Schlinger, M., Schlund, J., Shriver, T. P., VanAusdal, K., & Yoder, N. (2021). Systemic social and emotional learning: Promoting educational success for all preschool to high school students. *American psychologist, 76*(7), 1128-1142.

McCormick, M. P., Cappella, E., O'Connor, E. E., & McClowry, S. (2015). Social-emotional learning and academic achievement: Using causal methods to explore classroom-level mechanisms. *AERA Open, 1*(3), 2332858415603959.

Schonfeld, D. J., Adams, R., Fredstrom, B. K., Weissberg, R. P., Gilman, R., Voyce, C., Tomlin, R., & Speese-Linehan, D. (2015). Cluster-randomized trial demonstrating impact on academic achievement of elementary social-emotional learning. *School Psychology Quarterly, 30*(3), 406-420.

Zins, J. E., Bloodworth, M. R., Weissberg, R. P., & Walberg, H. J. (2007). The scientific base linking social and emotional learning to school Success. *Journal of Educational and Psychological Consultation, 17*(2-3), 191-210.

國小高年級教師自我效能感與學生數學自我效能感之相關研究

林偉翔[1]　袁媛[2]
[1]臺中市北屯區仁美國民小學 **a25150531@gmail.com**
[2]國立臺中教育大學數學教育學系 **yuanyuan@mail.ntcu.edu.tw**

摘要

本研究旨在調查臺中市國小高年級教師自我效能感與學生數學自我效能感之現況，並探討不同背景變項產生的差異，接著分析教師與學生自我效能感的相關性及預測力，最後分析不同程度自我效能感之教師其教導學生之數學自我效能感差異性。本研究採問卷調查法，以臺中市 114 學年度公立國民小學高年級師生為母群體，採便利抽樣方式抽取 20 位導師及其任教學生填答基本資料、自我效能感量表，再根據研究問題進行統計分析。研究結果顯示：

1. 臺中市國小高年級教師的整體自我效能感呈中高程度，其中以「班級經營」向度最高。
2. 學生數學自我效能感呈中高程度，且「一般性自我效能感」優於「數學學習自我效能感」。
3. 教師自我效能感在不同性別、任教年級、婚姻狀況或教學年資上未有差異。
4. 學生數學自我效能感在不同性別與年級上未有差異。
5. 整體教師自我效能感與整體學生數學自我效能感間未有相關。
6. 教師「教學策略」面向之自我效能感，對學生數學自我效能感具有正向預測力。
7. 教師「班級經營」面向之自我效能感，對學生數學自我效能感呈現負向預測力。
8. 不同程度自我效能感的教師，其所教導學生的數學自我效能感並無差異。

關鍵字：教師自我效能感、數學自我效能感、國小高年級學生、相關性研究

壹、緒論

一、研究動機與背景

自我效能感（Self-efficacy）之構念，係奠基於 Bandura(1986)所主張之社會認知理論（Social Cognitive Theory）架構，其認為個體的行為並非全然由環境形塑，而是環境、認知與行為三者交互作用的結果，其中自我效能感是影響個人行為動機的最主要因素。自我效能感係指個人對於自身是否有能力執行特定任務、達成預期目標的主觀信念，此信念亦被視為預測個人行為動機與思考歷程的核心指標(Bandura, 1977)。

在數學教育範疇中，教師自我效能感不僅涵蓋對自身專業能力的評估（個人教學效能感），亦包含對教育功能能否協助學生克服外在影響的評估（一般教學效能感）。Tschannen-Moran 與 Hoy(2001)指出，高自我效能感的教師對教學具備更強烈的挑戰性與熱情，能靈活運用多元的教學策略與資源，以協助學生克服學習障礙，並營造正向的班級經營成效與學習氣氛。因此，提升教師效能感被視為改善教學品質與促進學生全面發展的重要前提。

Bandura(1977)指出，學生的數學自我效能感深受精熟經驗與替代經驗等四項外部因素影響。而高數學自我效能感之學生，其數學學業成績會越好(張宇樑，2011)。同時，相關研究指出，國小教師自我效能感可顯著預測五年級學生的數學成就(Chang, 2015)。亦即教師自我效能感以及學生數學自我效能感皆能有效預測學生學業成就，但兩者之間是否具有相關性便有待研究。故研究兩者之間的相關性對於提升學生數學自我效能感具有研究意義。

綜觀當前臺灣教育研究，針對國小高年級教師自我效能感的探討多聚焦於工作壓力、組織承諾或現況調查；而對國小高年級學生數學自我效能感之研究，則多探討背景差異與學業成就之關係。針對「師生效能感關聯性」的探討，在國內學術領域尚屬稀缺。此外，現存相關文獻資料距今已逾十年(Chang, 2015)，或研究對象多為國外樣本（如土耳其五年級學生）(Küçükalioğlu & Tuluk, 2021)，其結論是否能推論至臺灣現行教育場景，仍需更多本土化實證研究之支持。

二、研究目的

綜合研究背景與動機說明，本研究目的旨在了解當前國小高年級教師自我效能感和學生數學自我效能感之現況，並進一步探討兩者之間的相關情形。本研究欲具體探討的研究問題如下：

(一)臺中市國小高年級教師自我效能感之現況為何？

(二)不同背景變項(性別、任教年級、婚姻狀況、教學年資)之臺中市國小高年級教師，其自我效能感是否有顯著差異？

(三)臺中市國小高年級學生數學自我效能感之現況為何？

(四)了解不同背景變項(性別、年級)之臺中市國小高年級學生，其數學自我效能感是否有顯著差異？

(五)臺中市國小高年級教師自我效能感與學生數學自我效能感的相關情形為何？

(六)不同自我效能感的教師，其所教學學生的數學自我效能感是否有顯著差異？

貳、文獻探討

一、自我效能感之理論基礎

自我效能感（Self-efficacy）之構念由 Bandura（1977）首次提出，係指個人在特定情境中，對於自身是否有能力組織並執行一系列行動，以達成特定目標的主觀信念。隨後在其(1986)建構之社會認知理論（Social Cognitive Theory）架構下，進一步發展為解釋環境、個體認知與行為三者交互作用（三元學習論）的核心變項。Bandura（1977）指出自我效能感主要源於四大面向：精熟經驗（親身成就）、替代經驗（觀察他人）、言語說服（他人鼓勵）及生理激勵（情緒反應）。因此，可作為評估自我效能感之理論基礎。

二、教師自我效能感之內涵

教師自我效能感係指「教師對自己具有多少影響力的信念程度。」(Tschannen-Moran & Hoy, 2001)。由於它是一種主觀判斷，因此並不一定可以代表教師實際的教學能力，但是這種能力判斷的高低卻會影響教師的教學行為(陳俊瑋，2022)。根據陳俊瑋與吳璧如(2011)之架構，其核心面向分為「教學策略」、「班級經營」及「學生投入」之自我效能感。

三、學生數學自我效能感之內涵

學生數學自我效能感係指「在一般學習情境中，學生對自身是否能順利達成學習目標或完成任務所持有的信心與能力的主觀判斷。」(Bandura, 1986)。張宇樑（2011）提到，擁有較高數學自我效能感的學生在數學學習中通常會付出更多努力、堅持更久，且在遇到困難時態度較為樂觀，傾向將學業成就歸因於自身努力，而非外在因素。根據張宇樑與吳榕椒(2010)之架構，其核心面向分為「一般性自我效能感」與「數學學習自我效能感」，前者著重於自律與學習資源獲得，後者則聚焦於數學認知運用與學習策略。

三、師生自我效能感之相關研究

針對臺灣五年級師生之研究證實，數學教師自我效能感能顯著預測學生的數學自我效能感，且其中「個人教學效能」之影響力最為顯著(Chang, 2015)。此外，也有研究指出，教師的自我效能感對學生的數學態度具有顯著影響(Küçükalioğlu & Tuluk, 2021)。然綜觀國內文獻，目前針對國小師生雙方自我效能感相關性之實證研究仍屬稀缺，故本研究擬進一步釐清兩者關係。

參、研究設計

一、研究架構與假設

本研究採問卷調查法，旨在探討臺中市國小高年級教師自我效能感現況與背景變項、學生數學自我效能感現況與背景變項、教師與學生數學自我效能感之關係。研究架構如下圖 1 所示：

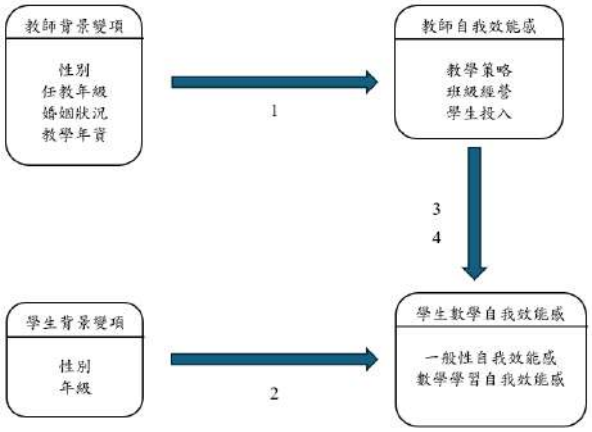


圖 1 研究架構圖

根據上述研究架構，本研究所要探討之假設為：

(一)不同背景變項之國小高年級教師在其自我效能感上有顯著差異。

(二)不同背景變項之國小高年級學生在其數學自我效能感上有顯著差異。

(三)教師自我效能感與學生數學自我效能感間具有顯著相關。

(四)不同程度自我效能感的教師其所教學學生的數學自我效能感具有顯著差異。

二、研究對象

本研究以 114 學年度臺中市公立國小高年級師生為母群體，採便利抽樣法進行調查。最終回收有效樣本為教師 20 份、學生 462 份，回收率 100%。五年級教師佔 55%，六年級教師 45%；五年級學生佔 57.8 %，六年級學生佔 42.2% 。

三、研究工具

本研究採用之量表及其信度指標如下表 1 所示：

表 1 研究量表與信度分析表

量表名稱	向度	題數	Cronbach's α
中文版俄亥俄州教師效能感量表(C-OSTES)	教學策略	4	.90
	班級經營	4	.93
	學生投入	4	.90
	總量表	12	.94
國小學生數學自我效能感量表(ESMSEI)	一般性自我效能感	24	.93
	數學學習自我效能感	23	.95
	總量表	47	.96

四、資料處理與分析

本研究運用 SPSS 進行統計分析，進行之統計方法分述如下：

(一)描述性統計

以平均數、標準差說明臺中市國小高年級教師及學生基本資料分布情形，以及自我效能感現況。

(二)統計考驗

1. 多變量變異數分析以及獨立樣本 *t* 檢定

分別檢驗不同背景變項之教師與學生自我效能感之差異。

2. 多變量變異數分析以及單因子變異數分析

檢驗不同程度自我效能感之教師其所教學生之數學自我效能感之差異。

3. 皮爾森積差相關

分析師生自我效能感之相關性，如有顯著相關，進一步以多元迴歸分析探討教師自我效能感對學生數學自我效能感之預測力 。

肆、研究結果

一、師生自我效能感之現況分析

教師自我效能感之現況統計結果呈現如表 2，學生數學自我效能感之現況統計結果呈現如表 3。教師自我效能感問卷為九點量表，20 位教師的整體平均數為 6.79，標準差為 1.17，顯示教師自我效能感程度為中高程度，其中以「班級經營」向度得分最高；學生數學自我效能感量表為百分量表，462 位學生的整體平均數為 65.97，標準差為 20.30，顯示學生數學自我效能感程度為中高程度，且其「一般性自我效能感」高於「數學學習自我效能感」。

表 2 教師自我效能感各向度之現況

向度	題數	題號	平均數	標準差	峰度	偏態
教學策略	4	1~4	6.94	0.97	1.391	-.805
班級經營	4	5~8	7.20	1.14	5.571	-1.544
學生投入	4	9~12	6.24	1.18	.018	-.526
整體教師自我效能感	12	1~12	6.79	1.17	3.885	-1.704

表 3 學生數學自我效能感各向度之現況

向度	題數	題號	平均數	標準差	峰度	偏態
一般性自我效能感	24	1~24	67.09	18.96	.044	-.567
數學學習自我效能感	23	25~47	64.80	22.90	-.413	-.518
整體數學自我效能感	47	1~47	65.97	20.30	-.195	-.533

二、師生背景變項之差異分析

經獨立樣本 t 檢定與單因子變異數分析檢驗發現，教師之自我效能感不因性別(t=−. 710, p=. 487)、任教年級(t=. 173, p=. 865)、婚姻狀況(t=−1. 076, p=. 296)、教學年資(F=. 941, p=. 444)不同而有顯著差異；而學生之數學自我效能感不因性別(t=. 616, p=. 538)、年級(t=. 922, p=. 357)不同而有顯著差異，顯示不同背景因素並不會對師生的自我效能感產生明顯影響。

三、師生自我效能感之相關性與多元迴歸分析

經皮爾森積差相關分析發現（見表 4），整體教師自我效能感與整體學生數學自我效能感間呈現不顯著相關(r=−.032, p=.491)。進一步分析各向度之間的相關性，發現教學策略自我效能感與整體學生數學自我效能感呈顯著正相關(r=.116, p=.012)，然而，班級經營自我效能感與整體學生數學自我效能感呈顯著負相關(r=−.115, p=.013)，學生投入與整體學生數學自我效能感未達顯著相關(r=−.051, p=.277)。此結果顯示，師生自我效能感之相關性並非單一向度，整體不顯著原因可能是兩向度(教學策略、班級經營)與學生數學自我效能感的相關性一正一負互相抵消，且「學生投入」向度與學生數學自我效能感無顯著相關，可能為抑制變項所導致，凸顯出探討教師自我效能感須由不同面向探討之必要性。

接著，進一步分析「教學策略」與「班級經營」對學生數學自我效能感之預測力(見表 5)，教師自我效能感對整體學生數學自我效能感的解釋變異量為 3.7%，且發現「教學策略」向度對整體學生數學自我效能感呈現顯著之正向預測力(β=.168, p=.001)；然而，「班級經營」向度則呈現顯著之負向預測力(β=−.119, p=.021)。 顯示教師自我效能感對學生心理之影響並非完全同步，而是

隨不同效能面向而有所異同。教師的教學策略效能越高，學生的自我效能感會顯著提升，而「高壓或過於嚴謹的班級經營」可能對學生心理產生負面壓力。

表 4 教師自我效能感與學生數學自我效能感間的相關情形

向度	整體學生數學自我效能感	一般性自我效能感	數學學習自我效能感
教學策略	.116*	.117*	.110*
班級經營	-.115*	-.106*	-.116*
學生投入	-.051	-.043	-.055
整體教師自我效能感	-.032	-.025	-.037

*p<.05

表 5 教師自我效能感各向度對整體學生數學自我效能感之多元迴歸分析表

投入變項	未標準化係數 (B)	標準誤 (SE)	標準化係數 (β)	t 值	p 值	VIF
常數	63.873	12.703		5.028***	<0.001	
教學策略	5.442	1.631	.168	3.337***	.001	1.204
班級經營	-3.039	1.308	-.119	-2.324*	.021	1.251
學生投入	-2.221	1.840	-.066	-1.207	.228	1.444

*p<.05 **p<.01 ***p<.001

四、高低分組教師對學生效能之影響

研究進一步將教師依自我效能感之高低分為三組(高、中、低)，探討其對學生數學自我效能感之差異(見表 6)，結果顯示不同自我效能感程度之教師組別，其所教導學生之數學自我效能感亦無顯著差異。顯示教師的「主觀專業信心」並不等同於學生的「學習信心來源」，即便教師對自身能力高度肯定，學生的數學自信仍深受過往的考試成績（精熟經驗）以及數學難度等影響(Bandura, 1997)。

表 6 低中高教師自我效能感在學生數學自我效能感之變異數分析摘要表

依變項	變異來源	平方和 (SS)	自由度 (df)	均方 (MS)	F 值	p 值
學生向度一：一般性自我效能感	組間	423.993	2	211.997	.589	.555
	組內	165217.710	459	359.951		
	全體	165641.704	461			
學生向度二：數學學習自我效能感	組間	130.187	2	65.093	.124	.884
	組內	241586.894	459	526.333		
	全體	241717.080	461			

伍、結論與建議

一、研究結論

(一)臺中市國小高年級教師及學生自我效能感現況呈中高水準

臺中市國小高年級教師之整體自我效能感屬中高程度(M=6.79)，並以「班級經營」向度信心最強。學生數學自我效能感亦呈中高水準(M=65.97)，且一般性學習信心優於數學學習信心。

(二)不同背景變項不具明顯影響力

不論教師背景（性別、授教年級、年資、婚姻）或學生背景（性別、年級)，在自我效能感的知覺上皆無顯著差異，顯示本研究對象之自我效能感不因背景因素的不同而產生明顯影響。

(三)教師自我效能感對學生具備顯著預測力

教師的「教學策略」自我效能感越高，越能顯著帶動學生的一般性與數學學習自我效能感。而教師的「班級經營」自我效能感對學生數學自我效能感呈現顯著負向預測力，也就是當教師班級經營自我效能感越高，其學生數學自我效能感越低。反映出過度嚴謹的班級秩序管理可能無意間營造了高壓的學習氛圍，進而抑制了學生大膽嘗試數學解題的信心。

(四)教師的主觀信心與學生學習信心之落差

教師整體自我效能感不論是高、中、低分組，其所教導學生的數學自我效能感之間並無顯著差異。此結果反映即使教師自覺具備專業能力，並不保證能直接轉化為學生的學習信心，學生的自我效能感仍受限於過往成就與學科難度等因素。

二、研究建議

(一)提升教學信心，建立學生成功經驗

教師教學策略的信心是提升學生學習數學信心的核心因子。教師應致力於提升自我教學能力，具備多元教學策略，增加教學信心，能將抽象數學轉化為具體操作，引導學生體驗成功的機會，以此直接強化學生的精熟經驗，提升學生數學自我效能感。

(二)審視管理風格，營造「容錯」的學習環境

鑑於高班級經營效能可能產生學生負向學習信心，建議教師在數學課堂中應從「控制者」轉為「導引者」。避免因追求極致秩序而犧牲了探究空間，應建立一個鼓勵提問、容許錯誤且低威脅感的課室氛圍，以降低學生的數學焦慮。

(三)強化教師「數學教育情感領域」之培訓

學校在辦理研習時，除了傳統的學科知識與管理技巧，應增加「情感領域」的專業發展。協助教師理解學生的心理機制，學習如何透過有效的課堂回饋，將教師的教學信心轉化為學生的學習信心。

三、研究限制與未來方向

本研究採便利抽樣且樣本數較少（20班)，研究結果之推論性受限。未來研究可擴大抽樣範圍至不同地區，並考慮加入「數學焦慮」或「教學回饋」等中介變項，或輔以質性訪談深入剖析師生互動細節，以建構更完整的數學教育心理機制。

參考文獻

一、中文文獻

張宇樑（2011）。國小五年級學生數學自我效能感之調查研究。**科學教育學刊，19**(6)，507-530。https://doi.org/10.6173/CJSE.2011.1906.02

張宇樑、吳榕椒(2010)。**國小數學教師效能感與高年級學生自我效能感之研究**（計畫編號：NSC 98-2511-S-415-014-M）。行政院國家科學委員會。https://www.grb.gov.tw/search/planDetail?id=1894767

陳俊瑋(2022)。「中文版俄亥俄州教師效能感量表」於國小教師之驗證性研究。**教育心理學報，53**(4)，853-878。https://doi.org/10.6251/BEP.202206_53(4).0004

陳俊瑋、吳璧如（2011）。運用「俄亥俄州教師效能感量表」於國中教師之試探性與驗證性研究。**教育學刊，36**，1-34。

二、英文文獻

Bandura, A. (1977). *Social learning theory.* N. J.: Prentice Hall.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory. Englewood Cliffs,* NJ: Prentice-Hall.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control.* New York : W. H. Freeman and Company.

Chang, Y. L. (2015). Examining relationships among elementary mathematics teacher efficacy and their students' mathematics self-efficacy and achievement. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(6), 1307-1320. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1387a

Küçükalioğlu, T., & Tuluk, G. (2021). The Effect of Mathematics Teachers' Self-Efficacy and Leadership Styles on Students' Mathematical Achievement and Attitudes. *Athens Journal of Education, 8*(3), 221-237. https://doi.org/10.30958/aje.8-3-1

Tschannen-Moran, M., & Hoy, A. W. (2001). Teacher efficacy: Capturing an elusive construct. *Teaching and teacher education, 17*(7), 783-805. https://doi.org/10.1016/S0742051X(01)00036-1

A Study on the Relationship between Teacher Self-Efficacy and Student Mathematics Self-Efficacy in Upper Elementary Grades

Wei-Xiang Lin[1] Yuan Yuan [2]
[1]Taichung Municipal Ren Mei Elementary School
[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University

Abstract

This study aims to investigate the current status of teacher self-efficacy and student mathematics self-efficacy in the senior grades of elementary schools in Taichung City. It explores the differences across various background variables, analyzes the correlation and predictive power between teacher and student self-efficacy, and examines the differences in the mathematics self-efficacy of students taught by teachers with varying levels of self-efficacy.The research adopted a questionnaire survey method, targeting senior-grade teachers and students from public elementary schools in Taichung City during the 114th academic year. Through convenience sampling, 20 homeroom teachers and their respective students were selected to complete basic information surveys and self-efficacy scales. Statistical analysis was then conducted based on the research questions. The results indicate：

1. **Teacher Self-Efficacy:** Senior-grade elementary school teachers in Taichung City exhibit a medium-to-high level of overall self-efficacy, with the "Classroom Management" dimension scoring the highest.
2. **Student Mathematics Self-Efficacy:** Students demonstrate a medium-to-high level of mathematics self-efficacy, with "General Self-Efficacy" outperforming "Mathematics Learning Self-Efficacy."
3. **Teacher Variables:** There are no differences in teacher self-efficacy based on gender, grade level taught, marital status, or years of teaching experience.
4. **Student Variables:** There are no differences in students' mathematics self-efficacy based on gender or grade level.
5. **Correlation:** There is no correlation between overall teacher self-efficacy and overall student mathematics self-efficacy.
6. **Positive Predictor:** Teacher self-efficacy in the dimension of "Instructional Strategies" has positive predictive power for students' mathematics self-efficacy.
7. **Negative Predictor:** Teacher self-efficacy in the dimension of "Classroom Management" presents a negative predictive effect on students' mathematics self-efficacy.
8. **Comparative Analysis:** There is no difference in the mathematics self-efficacy of students taught by teachers with different levels of self-efficacy.

Key words: Teacher Self-Efficacy, Mathematics Self-Efficacy, Upper Elementary Grades, Correlation Study

國小三年級學童分數概念之迷思概念與試題分析

張佳惠[1] 胡豐榮[2]
[1]國立臺中教育大學數學教育學系 summuslovecyndi@gmail.com
[2]國立臺中教育大學數學教育學系 fengrung@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在提出改進試題特徵曲線的分析方案，以解決傳統評量模型在處理學生能力兩極化分佈時的局限性。研究指出，真實班級的學習表現常呈現「厚尾分佈」，而現行研究多基於常態分佈假設，可能導致對兩端能力學童之估計產生偏差。為解決此問題，本研究採用「柯西分佈」作為試題選項特徵曲線分析的先驗模型，並編製國小三年級分數概念測驗進行分析，探討學童的學習狀況與迷思概念。研究結果發現，柯西分佈相較於傳統的常態分佈，確實展現了更卓越的診斷敏感度，能有效鑑別出常態分佈易被忽略處理的關鍵訊息。此外，研究亦歸納出國小三年級學童在分數學習上，存在著一個始於以「整數的思維偏誤」與「分子與分母的角色混淆」為核心的「分數概念的理解不清」，進而發展為「審題不仔細的失誤」，最終演化至「解題策略的靈活性不足」的迷思概念層次。本研究期望能更準確反映學童的真實能力分佈，提供教師一份更具鑑別力的診斷回饋，以作為實踐「因材施教」之實證依據。

關鍵字：迷思概念、分數概念、試題選項特徵曲線、試題編製

壹、 緒論

一、研究動機

「師欲善其教，必先知其惑」，唯有深入了解學童的學習疑惑，教學才能真正有效。在國小數學教育中，分數概念是學童由整數思維過渡至有理數思維的關鍵基礎，其學習成效深刻影響後續代數與比例等抽象概念的發展。

過往文獻已針對分數概念的語意理解(林佳璇，2023)、解題策略(謝貽琳，2017)、及教學法設計(楊富安，2013)等面向進行了深入探討。這些研究指出學童分數概念存在許多迷思概念，且有關試題分析之研究多採用選項特徵曲線(Option Characteristic Curve, OCC)來分析，惟母群以常態分佈(Normal distribution)來進行假設，此與教育現場真實情況存在潛在的侷限性。實務上，班級內學童的學習表現時常並非中間多、兩端少的完美鐘形曲線，反而呈現高分組與低分組兩端人數較多的「厚尾分佈」(fat-tailed distribution)現象。

為彌補此方法論上的缺口，本研究改進劉湘川教授(2000)所提之高低鑑別指數，母群分佈將採用柯西分佈(Cauchy distribution)，能更忠實描述這種兩端存在較多極端值的群體現象，並以自編之國小三年級分數單元測驗進行實證分析，探討學童的學習狀況與迷思概念。

二、研究目的

基於上述研究動機，本研究旨在達成以下兩項目的：

(一) 探討國小三年級學童於分數概念之理解情形。

(二) 比較柯西分佈與常態分佈其試題選項特徵曲線之差異情形。

三、名詞釋義

(一)分數概念

本研究中所指之「分數概念」，係指國小三年級學童在數學課程中所應具備的基礎分數知識。其定義不僅包含符號的讀寫與計算，更著重於對分數背後意義的理解。其範疇包含：「部分與全體關係」、「單位分數」、「分數的讀寫與表

示」、「分數與 1 的關係」、「同分母分數比較」、「同分子分數比較」。

(二)試題選項特徵曲線

本研究所稱試題選項特徵曲線，係指以柯西分佈為母群分佈，進而改良劉湘川教授之高低鑑別指數作為核平滑函數之權重，所繪製的各選項依不同族群能力值，其選答情形之曲線圖形。

貳、文獻探討

一、國小三年級分數概念教材分析

依據教育部於民國一百零七年頒布的「十二年國民基本教育課程綱要數學領域」之學習重點，國小三年級上學期分數單元的教學重點為能認識簡單同分母分數、理解分數和 1 的關係與轉換、將分數分解為數個相同的單位分數、進行同分母分數之大小比較，如表 2-1-1。

表 2-1-1 國小三年級分數概念教材分析表

學習表現	**n-II-6** 理解同分母分數的加、減、整數倍的意義、計算與應用。認識等值分數的意義，並應用於認識簡單異分母分數之比較與加減的意義。
學習內容	**N-3-9** 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。

本研究著眼於國小三年級學童在分數單元的學習成效，並對應十二年國民基本教育課程綱要所設定的學習重點，探討學童的學習狀況與迷思概念。

二、選項試題特徵曲線理論

有關選擇題之試題編製過程中，在預試後進行編修時，除了參考難度與鑑別度的數值來修改試題以外，目前專業性的編修技術之一，大都採取加拿大心理計量學者拉姆齊(Ramsay)，在 1991 年開發的選項試題特徵曲線技術，來發展選擇題之試題編製分析，以達到理想的測驗信效度。

拉姆齊所提之選項試題特徵曲線技術，背後假設母群是服從常態分佈，是以，利用常態分佈之機率分布，作為核函數，來定義核平滑(kernel smoothing)估算式，以繪製各題之選項特徵曲線的圖形。而隨著時代變遷，到了西元 2000 時，統計學者劉湘川教授，針對拉姆齊的核平滑理論，指出洛吉斯(logit)轉換中，加權指數之問題點。因此，提出以鑑別度計算時之高低分組的平均，作為改良方案。亦即以 P_{ij}^{75} 減去 P_{ij}^{25} 之值，來取代拉姆齊理論中之加權指數，其具體公式如下所示：

$$\text{logit } P_{ij}^{75}\text{-logit } P_{ij}^{25} = \frac{\ln P_{ij}^{75}}{\ln\left(1-P_{ij}^{75}\right)} - \frac{\ln P_{ij}^{25}}{\ln\left(1-P_{ij}^{25}\right)} \text{ ，}$$

上式中，P_{ij}^{75} 表示原始總分排序後，前 25%的高分組受試者在第 i 題第 j 選項的答對率。P_{ij}^{25} 表示原始總分排序後，後 25%的低分組受試者在第 i 題第 j 選項的答對率。

然而，劉湘川教授的高低鑑別指數之改良措施，並未使用到中間 50%的學童答題資料，故本研究嘗試改良劉教授的高低鑑別指數，採取前 50%與後 50%的平均，來精進拉姆齊的加權指數。另外，隨著各領域實證性研究的衝擊，紛紛指出母群體以常態分佈作為假設的不適切性，而提出母群分佈，應以比常態分

佈的尾端還要厚的機率分布之厚尾理論。故本研究採用歌西機率分布，其兩尾端分佈比常態分佈厚，來作為母群分佈之假設，進行選項試題特徵曲線分析。

本研究所提出之選項試題特徵曲線，假設一份選擇題試卷，共有 n 題，每題有 m 個選項，參加測驗的學童總人數為 N 人，本研究改良後之分析，第 s 位的加權總分 T_s 變成

$$T_s=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}D_{ij}Y_{ij}^{s}\ ,$$

其中

$$Y_{ij}^{s}=\begin{cases}1 & \text{第 } s \text{ 位受試者有選第 } i \text{ 題第 } j \text{ 個選項，}\\ 0 & \text{第 } s \text{ 位受試者沒選第 } i \text{ 題第 } j \text{ 個選項。}\end{cases}$$

接著，根據加權分數 $T_1,T_2,T_3,\cdots,T_N$ 之值，由低分到高分，從左到右重新排序，令排序後為 $T_{r_N},T_{r_{N-1}},T_{r_{N-2}},\cdots,T_{r_1}$。取歌西分布密度函數 $k(x)$ 如下：

$$k(x)=\frac{2}{\pi\left(1+x^2\right)}\ 。$$

又令 q_s 滿足下式：

$$\int_{-\infty}^{q_s}k(x)dx=P(X\le q_s)\ ,$$

此時能力值 θ 的人，在第 i 題第 j 個選項之機率推估值 $P_{ij}(\theta)$ 定義如下：

$$P_{ij}(\theta)=\frac{\sum_{s=1}^{N}k\left(\frac{q_s-\theta}{h}\right)Y_{ij}^{r_s}}{\sum_{s=1}^{N}k\left(\frac{q_s-\theta}{h}\right)}\ ,$$

其中，h 表示帶寬參數(bandwidth parameter)，且能力值 θ 標準化成取值 –2 至 2。據此，在直角坐標繪製選項試題特徵曲線時，X 分量取 θ 值，Y 分量取 $P_{ij}(\theta)$ 值，這樣即可得到選項試題特徵曲線之圖形。

三、相關實證性研究

(一)分數概念

謝貽琳(2017)以國小三年級學童為對象，探討其分數概念的等分、單位分數、簡單分數、分數大小比較、同分母加法、等值分數等子概念解題策略及後設認知表現。研究結果顯示學童在分數概念文字題的表現優於圖形題；離散量的答對率高於連續量，學童的先備知識完整與否、多重表徵間能否自由轉譯皆直接影響學習成效，而數學後設認知能力影響學童的解題策略以及學童因分數的迷思概念導致解題錯誤。

(二)選項特徵曲線

林耕生(2019) 以報考台南市某國中之能力指標評量的六年級學童為對象，以國小五六年級能力指標為架構，進行試題選項之特徵曲線分析。研究結果發現，以開口向下遞增型曲線最多，此種題型對於高能力者無法判別其能力高低，但對中、低能力者能正確區別。不過他發現 t 分佈的核平滑函數與常態分佈核平滑函數所繪製的試題選項特徵曲線，沒有發現明顯差異。

參、研究方法

一、研究對象

本研究之研究對象為臺中市某國民小學三年級的學童。為確保研究對象具

備測驗所需之先備知識，所有參與學童在施測前均已完成該學期之分數單元課程。預試樣本為甲班學童共 23 名，其施測結果用以檢驗並修訂之測驗工具。正式施測樣本為乙班學童共 23 名，其施測結果作為主要數據分析之來源。

二、研究工具

(一)編製預試試卷

1. 列出學習目標(List learning objectives)：研究者根據國小三年級上學期翰林出版社(翰林出版事業，2025)的教師手冊第八單元「分數」單元的學習目標，列出如表 3-2-1。

表 3-2-1 三年級數學分數試題學習目標表

學習目標	1. 認識簡單同分母分數(分母不大於 12)。
	2. 理解分數和 1 的關係與轉換。
	3. 將分數分解為數個相同的單位分數。
	4. 進行同分母分數之大小比較。

2. 試題形式與設計(Exam format and design)：選擇題具備高信度與客觀性之優點，為目前國內外大型標準化測驗所採用之主流題型，且利於大規模施測與後續的量化數據分析。透過精心設計的誘答選項，能有效探測學生在解題歷程中可能存在的特定迷思概念。本測驗採單一選擇題進行分析，共計 25 題，每題包含 1 個正確選項與 4 個誘答選項，每個誘答選項均反應 1 種分數概念之迷思類型。
3. 擬定雙向細目表(Draft a two-way specification table)：本測驗之雙向細目表，橫軸為「學習內容」，依據十二年國民基本教育課程綱要之數學領域，將國小三年級數學分數單元之教材內容，劃分為「幾分之幾」、「分數與 1」、「分數的大小比較」等核心主題。縱軸則為「認知層次」，採用布魯姆(Bloom)認知領域教育目標分類學為理論依據。考量研究對象之認知發展階段與分數概念的基礎性，本研究將原分類的六個層次(記憶、理解、應用、分析、評鑑、創造)加以調整，聚焦於「記憶、理解、應用、分析」前四個層次，以符合其認知發展階段。詳細的試題分佈與權重規劃如表 3-2-2。

表 3-2-2 三年級分數概念預試試題之雙向細目表

	幾分之幾	分數與 1	分數的大小比較	合計(題)	比例(%)
記憶	(3)(6)			2	8%
理解	(1)(2)(4)(8)	(9)(10)(13)(14)	(15)(16)(17)(18)(19)(21)(22)(23)	16	64%
應用	(5)(7)	(11)		3	12%
分析		(12)	(20)(24)(25)	4	16%
合計(題)	8	6	11	25	100%
比例(%)	32%	24%	44%	100%	

4. 編製預試試題(Developing pre-test questions)：本研究根據已擬定之雙向細目表、課程學習目標，編製完成預試試題初稿。此份初稿共包含 25 道單一選擇題，每題皆有 5 個選項。
5. 建立內容效度與專家效度(Establishing content validity and expert validity)：

本研究之試題是根據表 3-2-1 之「三年級數學分數試題學習目標表」，並且以布魯姆(Bloom)認知領域的教育目標為依據，發展出來的表 3-2-2 之「三年級分數概念預試試題之雙向細目表」，作為檢驗內容效度之依據。

在試題初稿完成後，研究者邀請兩位專家進行審查。專家背景分別為：本研究之指導教授，以及一位具備十年以上國小數學教學經驗之資深教師。研究者依據兩位專家提供之回饋意見，逐題修訂試題內容，直至所有試題均達成專家共識，以確保本測驗之專家效度。

(二)進行預試

完成專家審查與試題修訂後，即進行預試。預試於民國 114 年 12 月 30 日，在受試者原班級教室內舉行。施測前，主試者向學童統一說明，內容包含：本次測驗的目的在於瞭解其分數單元的學習狀況，並強調測驗結果僅供研究分析，不會列入學期成績。告知測驗形式為 25 題單一選擇題，作答時間為 40 分鐘。確認所有學童皆已了解作答說明後，開始正式計時施測。

(三)挑選與修正預試試卷

1. 預試試卷信度分析(Reliability analysis of the preliminary test)：

本研究是以 Cronbachα 信度檢視測驗結果一致性的程度，經 SPSS 統計軟體分析此預試試卷的 Cronbachα 係數為.802，為一份信度良好的試卷。

2. 預試試題的難度(Difficulty of the preliminary test questions)：

本研究將預試樣本的測驗總分由高至低排列，選取前 35%的高分者與後 35%的低分者，表示為高分組與低分組的難度。

難度數值的計算方式是算出高分組與低分組之受試者在每道試題上的答對率，分別以P_H與P_L表示，再取其平均數，如下式：

$$P=(P_H + P_L)／2$$

3. 預試試題的鑑別度(Discrimination of the pre-test questions)：

本研究鑑別度數值的計算方式為$D=P_H-P_L$。

(四)編製正式試卷

預試結束後，本研究隨即進行試題分析，主要依據各題的「難度」與「鑑別度」兩項指標進行篩選。汰選原則為保留鑑別度在.20 以上、難度介於.40 至.90 之間的試題(王文中等人，1999；鄒慧英，2003；余民寧，2011；Ebel 與 Frisbie, 1991)。

分析結果顯示，第 4、6、10、14、15 等五題因鑑別度低且試題過於容易(答對率均高於.90)，缺乏鑑別力，故予以刪除。另有七題(第 2、3、8、13、20、23、25 題)雖鑑別度未達理想，但考量其評量價值，故透過修改題幹與誘答選項的方式，以提升其難度。

經過此番刪題與修訂，最終編擬出一份 20 題的正式測驗，以供後續研究使用，預試試題各題之難度和鑑別度數值與試題挑選表，如表 3-2-3。

表 3-2-3 預試試題各題之難度和鑑別度數值與試題挑選表

題號	難度	鑑別度	試題挑選
1	.78	.57	保留
2	.52	.32	修改
3	.83	.29	修改
4	.00	.00	刪除
5	.70	.59	保留
6	.96	.14	刪除
7	.83	.57	保留
8	.78	.16	修改
9	.74	.86	保留

10	.00	.00	刪除
11	.74	.57	保留
12	.70	.71	保留
13	.83	.29	修改
14	.91	.14	刪除
15	.91	.14	刪除
16	.39	.48	保留
17	.48	.86	保留
18	.65	.86	保留
19	.52	.73	保留
20	.57	-.34	修改
21	.52	.45	保留
22	.70	.45	保留
23	.52	.18	修改
24	.74	.45	保留
25	.43	.20	修改

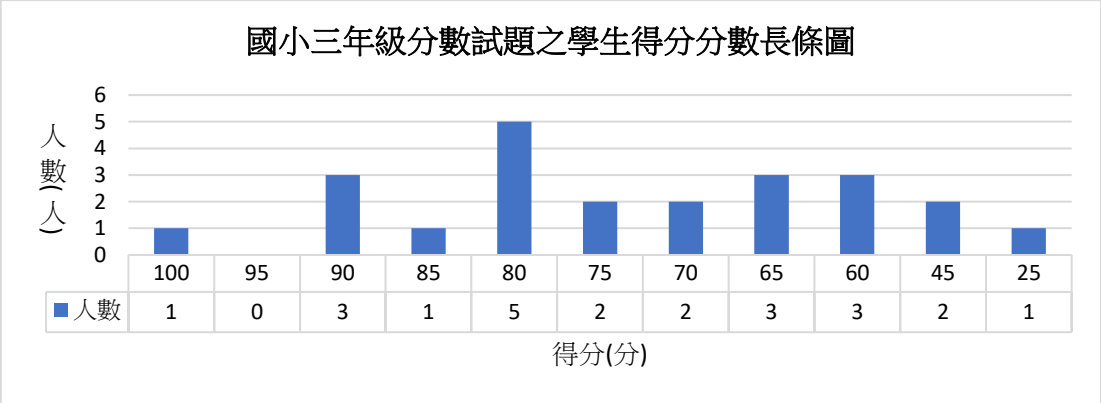
(五)進行個案訪談

正式施測結束後，為深入了解學童選擇錯誤選項的原因，研究者即進行個案訪談。訪談在學校的空教室擁有安靜獨立的空間進行。主要針對該學童在試卷上答錯的題項，由研究者逐題提問，引導學童回憶並口語表達其解題思路，以確認其迷思概念。

肆、研究過程與結果

一、國小三年級學童於分數概念之理解情形。

圖 4-1-1 國小三年級分數試題之學生得分分數長條圖



本次正式施測共 23 位學童參與，測驗總分為 1635 分，全體平均得分為 71.09 分。依據測驗總分進行排序，將前 35%(8 名)劃分為高分組，後 35%(8 名)劃分為低分組，其餘 30%(7 名)為中分組。

根據正式施測結果，本研究發現國小三年級學童存在著以下之迷思概念：

1. 整數的思維偏誤：學童會將整數的比較規則(數字越大，值越大)錯誤應用於分數情境，特別是在比較分母時，從而導致「分母越大，分數的值越大」之錯誤判斷，如：第 11、12、14、16、20 題。
2. 分數概念的理解不清：學童對於分數的構成要素(分子、分母)以及其所代表的數學定義在概念上仍不穩固，如：第 3、8、9、13 題。
3. 分子與分母的角色混淆：學童在解讀情境時，會顛倒分子與分母的角色，未

能正確對應「部分」與「全體」的關係，如：第 1、2、8 題。

4. 審體不仔細的失誤：部分學童並非是數學概念不清，而是未能仔細審題，導致答非所問的情況，選擇了與題目要求相反或不符的選項，如：第 3、4、6、8、16、17 題。
5. 解題策略的靈活性不足：學童在面對可使用更簡單的解題技巧的題目時，仍傾向於啟動繁瑣的計算程序，未能根據題目特性，靈活選用更簡潔的概念性解題，如：第 17、19 題。

綜上所述，本研究發現國小三年級學童之分數迷思概念主要有「整數的思維偏誤」、「分數概念的理解不清」、「分子與分母的角色混淆」、「審體不仔細的失誤」、「解題策略的靈活性不足」。

二、柯西分佈與常態分佈其試題選項特徵曲線之差異情形。

本研究選取其中三題試題(第 7、9、14 題)進行分析探討，研究發現如下：

試題 7：下列哪一個分數和「1」一樣大？(A)$\frac{1}{3}$ (B)$\frac{3}{1}$ (C)$\frac{3}{3}$ (D)$\frac{1}{2}$ (E)$\frac{9}{10}$

圖 4-2-1 題 7 柯西分佈選項特徵曲線

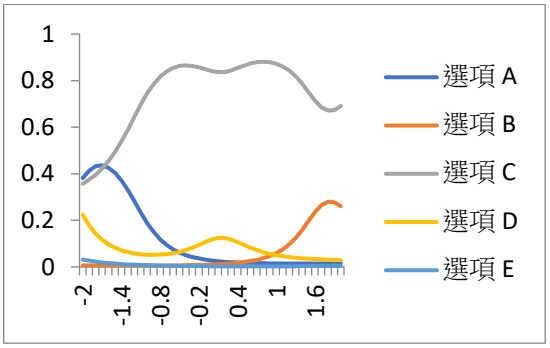
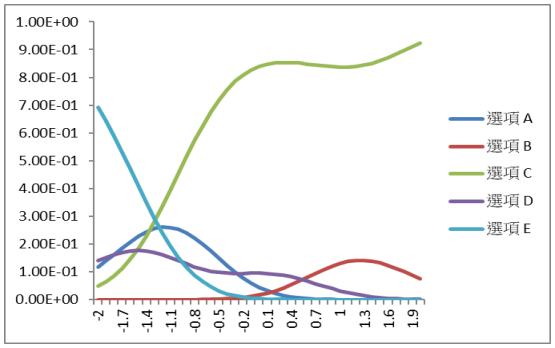


圖 4-2-2 題 7 常態分佈選項特徵曲線



試題 7 的柯西分佈選項特徵曲線中(圖 4-2-1)，錯誤選項(B)的曲線清晰揭示了部分高分組學童的非典型作答行為；相較之下，常態分佈選項特徵曲線中(圖 4-2-2)，則未能有效反映此一現象。

試題 9：下面哪個分數跟$\frac{10}{10}$ 一樣大？(A)$\frac{1}{10}$ (B)$\frac{9}{10}$ (C)$\frac{10}{1}$ (D)$\frac{8}{8}$ (E)$\frac{11}{10}$

圖 4-2-3 題 9 柯西分佈選項特徵曲線

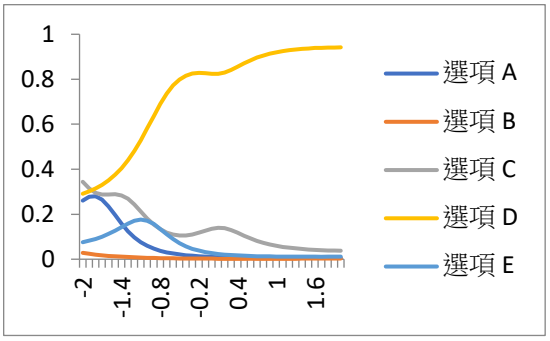
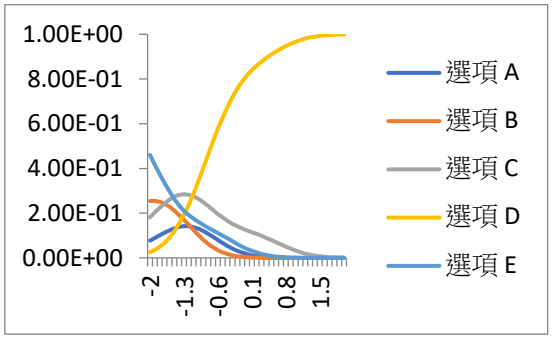


圖 4-2-4 題 9 常態分佈選項特徵曲線



此差異，同樣體現在對中分組學童的分析上。試題 9 的柯西分佈選項特徵曲線(圖 4-2-3)，捕捉到中分組學童在錯誤選項(C)與(E)上的迷思；然而在常態分佈選項特徵曲線中(圖 4-2-4)的選項(C)與選項(E) 其特徵並不明顯。

試題 14：下面哪一個選項的說法是正確的？

(A)在$\frac{1}{2}$ 和$\frac{1}{3}$ 之中，$\frac{1}{2}$ 比$\frac{1}{3}$ 大　　(B)因為 8>2，所以 $\frac{1}{8}$ > $\frac{1}{2}$

(C)分母一樣的時候，分子小的分數比較大

(D)分子一樣的時候，分母大的分數比較大　　(E)$\frac{2}{5}$ 比 $\frac{5}{2}$ 大

圖 4-2-5 題 14 柯西分佈選項特徵曲線

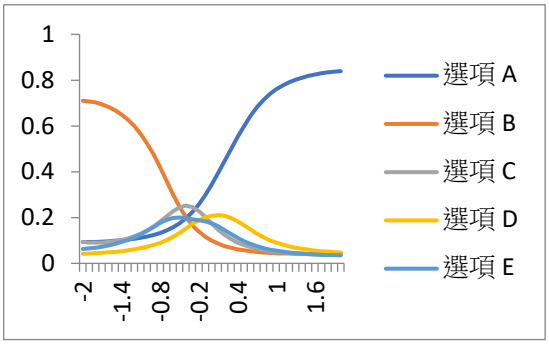
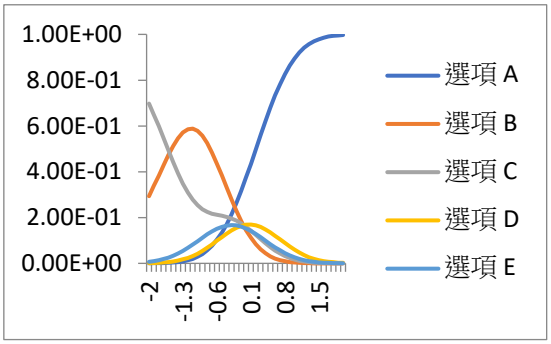


圖 4-2-6 題 14 常態分佈選項特徵曲線



另外在試題 14 的柯西分佈選項特徵曲線中(圖 4-2-5)呈現低分組學童對錯誤選項(B)的高度傾向，以及中分組學童在錯誤選項(C)上的迷思；然而在常態分布選項特徵曲線中(圖 4-2-6)，前者對低分組學童的描繪強度有所減弱，後者對中分組學童的診斷信號則幾乎完全消失。

綜上所述，本研究的比較分析發現，柯西分佈選項特徵曲線圖展現出卓越的診斷敏感度，能捕捉到在常態假設下容易偏離常規的異常反應，從而為教師進行差異化的教學診斷與指導，提供了更具實證價值的依據。

伍、結論與建議

一、結論

(一)分數概念之理解情形

本次正式施測共 23 位學童參與，測驗總分為 1635 分，全體平均得分為 71.09 分。本研究發現國小三年級學童在分數學習上存在著以下五個迷思概念：

1. 整數的思維偏誤：將整數的比較規則錯誤應用於分數情境。
2. 分數概念的理解不清：對於分數的構成要素(分子、分母)以及其所代表的數學定義在概念上仍不穩固。
3. 分子與分母的角色混淆：顛倒分子與分母的角色，未能正確對應「部分」與「全體」的關係。
4. 審體不仔細的失誤：因未能仔細審題，導致答非所問的情況。
5. 解題策略的靈活性不足：未能根據題目特性，靈活選用更簡潔的概念性解題。

(二) 柯西分佈與常態分佈其試題選項特徵曲線之差異情形

本研究比較分析發現，相較於傳統的常態分佈傾向弱化甚至遺漏關鍵的診斷訊息，例如：低分組學童迷思的真實強度、中分組學童的特定概念混淆，以及高分組學童的非典型作答行為，柯西分佈更能捕捉其異常反應，是實踐差異化教學時，一個更具洞察力的診斷分析依據。與林耕生(2019)研究之相異處，本研究發現柯西分佈與常態分佈其試題選項特徵曲線是有明顯差異的。

二、建議

(一)基於迷思概念實施差異化教學

1. 破除「整數的思維偏誤」：透過大量教具、學具的具體操作與圖像視覺化，強化概念理解。
2. 釐清「分數概念的定義」：實施語言與符號的強化連結練習，明確區分分子

與分母的語意角色，鞏固分數的結構性定義。

3. 建立「分子與分母的角色」關係：建立標準化的解題提問程序，先辨識「整體」(決定分母)，再確認「部分」(決定分子)，強化其角色區辨能力。
4. 培養「審體仔細」的習慣：引入解題步驟檢核，訓練學童在計算後重讀題目、核對所求，以減少答非所問的失誤。
5. 提升「解題策略的靈活性」：推動一題多解的課堂討論，鼓勵學童尋求更簡潔的解題策略。

(二)採用柯西分佈以深化診斷分析

本研究發現，柯西分佈相較於傳統的常態分佈，能更精準揭示學童的非典型反應與迷思強度。建議未來教學評量上，可優先採納柯西分佈具厚尾特性的診斷模型，以發掘在常態假設下易被忽略處理的關鍵訊息。

參考文獻

壹、 中文部分

王文中、呂金燮、吳毓瑩、張郁雯、張淑慧(1999)。**教育測驗與評量—教室學習觀點**。臺北市：五南。

余民寧(2011)。**教育測驗與評量：成就測驗與教學評量**(第三版)。臺北市：心理。

林耕生(2019)。**國小高年級數學能力指標評量試題分析**。〔碩士論文。國立臺中教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/vk928z。

林佳璇(2023)。**國小兒童的「分數詞」理解之研究－五個三年級的個案**。〔碩士論文。國立臺中教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/x8rwr5。

鄒慧英(譯)(2003)。**測驗與評量：在教學上的應用**。臺北市：洪葉文化。(Robert, L. L., & Norman, E. G., 1995)。

楊富安(2014)。**「部份、全體」的概念之分數教學法---以三年級為例**。〔碩士論文。國立臺南大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/3j26bx。

劉湘川(2000)。點二系列相關試題鑑別指數之值譜分析及其在 IRT 上之應用。**測驗統計年刊**，(8)，1-20。https://doi.org/10.6773/JRMS.200012.0001

翰林出版事業(2025)。**國民小學數學備課用書第五冊**。臺南：翰林出版事業。

謝貽琳(2017)。**國小三年級學童分數解題策略及後設認知表現之探討**。〔碩士論文。國立臺中教育大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/9cawd7。

貳、 英文部分

Ebel, R. L. & Frisbie, D. A. (1991). Essentials of educational measurement(5th ed.).Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

An Analysis of Third-Grade Students' Misconceptions in Fraction Concepts and Test Items

Chia-Hui Chang [1] Feng-Rung Hu [2]
[1] Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education
[2] Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

Abstract

This study aims to propose an improved analytical framework for item option characteristic curves (OCC) to address the limitations of traditional assessment models in handling the heavy-tailed distributions often found in polarized student ability data. The study posits that learning performance in authentic classroom settings frequently exhibits such heavy-tailed characteristics. Consequently, the prevalent assumption of normality in current research may lead to biased estimations for students at the extremes of the ability spectrum. To address this issue, this research adopts the Cauchy distribution as a prior model for OCC analysis. A fraction concept test was developed and administered to third-grade elementary students to investigate their learning progress and misconceptions.The findings confirm that, compared to the traditional normal distribution, the Cauchy distribution demonstrates markedly superior diagnostic sensitivity, effectively identifying critical diagnostic signals that the normal model tends to overlook. Furthermore, the study identifies a developmental hierarchy of misconceptions in third graders' fraction learning. This hierarchy begins with a foundational "unclear conceptual understanding of fractions," rooted in "whole number bias" and "confusion of the roles of numerator and denominator"; it then develops into "errors due to inattentive problem comprehension," and ultimately evolves into a "lack of flexibility in problem-solving strategies."This research aims to provide a more accurate reflection of students' true ability distributions, offering teachers highly discriminative diagnostic feedback that serves as an empirical basis for implementing adaptive instruction.

Key words: Misconception, conceptual of fractions, item option characteristic curve, test development

數學教育中的社會情緒學習

黃馨瑩
[1]國家教育研究院測驗及評量研究中心 yingh@mail.naer.edu.tw

摘要

本文探討社會情緒學習在數學教育中的角色、教學應用與推動挑戰。隨著教育部推動 SEL 中長程計畫，SEL 逐漸成為培養學生全人發展的重要核心能力。過去數學學習多被視為純學科概念的學習，然而研究指出，學生在數學學習歷程中同時經歷成就情緒、認知情緒與社交情緒，並影響其學習動機、參與程度與解題表現，因此有必要將 SEL 融入數學課堂。在本文中，說明 SEL 的內涵與課程形式，並比較獨立課程與融入式課程的特性。其次，透過 CASEL 核心能力架構與加拿大安大略省課程案例，分析 SEL 如何在數學問題解決歷程中運作，指出數學學習本質上為情意與認知整合的自我調節歷程。也進一步提供將 SEL 融入數學的可能教學策略或流程。最後，本文分析 SEL 融入數學教育的實務挑戰，並提出強化教師專業發展的建議。

關鍵字：社會情緒學習、數學教育

一、前言

教育部在民國 114 年公布「教育部社會情緒學習中長程計畫第一期五年計畫」(114 年至 118 年)，希望涵養師生的社會情緒學習能力(social emotional learning, 以下簡稱 SEL)，以提升學生的心理健康，也有更多教師投入 SEL 的教學，而在數學教育中，SEL 扮演什麼角色?目前推動上又遇到什麼問題呢?為什麼綜合活動課教授SEL之後，還要把SEL融入到其他課程中呢? 以下就來看看，SEL 在數學教育的重要性和挑戰。

二、SEL 是什麼

CASEL(2021)認為社會情緒學習，是教育與人類發展中不可或缺的一部分，此機構定義 SEL 為「培養個人自我覺察、自我管理、社會覺察、人際技巧、做出負責任決定的教育過程」，其五大核心能力包含自我覺察、自我管理、社會覺察、人際技巧、負責任的決定。SEL 除了包含情緒覺察，也包含情緒調節、目標管理、自我實現、傾聽表達、同理他人、抵抗壓力、尋求或提供幫助，是從自己到他人(自我覺察、自我管理 → 社會覺察、人際技巧)，接著考量自己和他人後，做出一個共好的決定。SEL 不是發生問題後再培養的能力，SEL 是一種預防性、支持性的措施，在學校環境中織起一張安全網，支持學童的心理健康、行為規範、人際關係與學業表現(Durlak et al., 2011; Yang et al., 2020)。

而要培養學生具備 SEL 的能力，最理想的狀況是班級、學校、家庭和社區都要營造具有 SEL 的氛圍，在這些場域裡也讓學生有練習 SEL 的機會，研究者認為以臺灣的國小結構來說，在班級中推動 SEL 是比較可行的也是最重要的，因為國小是包班制，導師和學生相處的時間最多，對孩子的身心發展和學習具相當大的影響，若教師能將班級打造成具有 SEL 氛圍的學習環境，對孩子的學

業和情緒都有正向的影響。Durlak 等(2011)對 213 個研究進行後設分析，也同樣支持以上觀點，得到 SEL 可以增進社交與情緒技能(效果量 ES = 0.57)、學業表現(ES = 0.27)，也能減少問題行為(ES = 0.22)、情緒困擾(ES = 0.24)。

三、SEL 的課程形式

SEL 課程有不同形式，一種是獨立課程，另一種課程形式是將 SEL 課程融入到其他學科中，聯合國教科文組織（UNESCO, 2022）提到：

(1) 獨立課程：獨立課程是指將 SEL 課程作為單獨教學的課程設計，專門教授 SEL 的技能，大家可以想成在臺灣的綜合活動領域課程中，會教授情緒、人際、生涯…等相關的課程，這種課程設計的優點是課程目標明確且有序，學生可以有系統地學習 SEL 技能，教師也能專門設計活動來強化某些技能，例如情緒調節或人際關係，但這樣的課程，缺點是學生可能無法將 SEL 技能自然應用到學術課程或日常生活中。

(2) 將 SEL 課程融入到其他學科中：這種課程是將 SEL 嵌入到現有的學術課程中，例如在數學、科學或語文課中，加入培養情感管理或合作能力的活動。這種方式的優點是用全腦學習方法，強調認知學習與社會情感能力的結合，讓學生在學習學科內容的同時，提升社會與情感能力，但這樣的挑戰是，教師需要具備學科和 SEL 的知識，且需要額外設計課堂活動，設計運用學科和 SEL 技能的活動，但這種類型的缺點是，由於 SEL 技能嵌入學科教學中，在評估學生的進步時可能較為複雜。

綜合以上兩種課程，獨立課程更適合需要專注發展 SEL 技能的學生，例如處於心理健康挑戰中的學生，因為其提供清晰的學習框架。但 SEL 融入學科的課程，更適合全校推廣，讓所有學生在日常學習中自然習得 SEL 技能。所以理想情境是兩種方法結合，提供全面的 SEL 教學模式，例如在課堂上將 SEL 融入到學科中，也同時開設專門進行 SEL 的課程，讓學生更深入學習。

四、為什麼數學教育需要 SEL

我們常把數學學習視為認知活動，但在學習數學的過程，也會歷經大量的情緒和社會互動。Schoenherr 等(2025) 以後設分析從 112 篇的研究中歸納出學習數學時有成就情緒、認知情緒、社交情緒等三類情緒，這三類情緒跟 SEL 息息相關：

(1) 成就情緒(如：享受、無聊、自豪)：與學習活動或結果相關。像享受、自豪、無聊、焦慮、羞恥這些情緒，可能是學生在解題、考試、或是公布成績時出現的感受。SEL 中的自我覺察，強調學生要能辨識自己的情緒、想法與自我信念；自我管理則強調調節情緒、壓力與行為，以支持目標達成。放在數學課裡，就是學生能不能察覺「我現在是緊張、挫折，還是其實只是怕丟臉」，以及能不能在遇到困難時沉著冷靜，提醒自記繼續嘗試而不是直接放棄。

(2) 認知情緒(如：好奇、驚訝、困惑)：知識獲取過程中由認知衝突引發的情緒。這類情緒不一定是壞事，像困惑可能是深度思考的起點，好奇則可能推動探索。從 SEL 角度看，這牽涉到學生是否能容忍不確定感、不要立即放棄、把「看不懂」轉成「我還在理解中」。這部分連結到 SEL 中的自我管理，也和負責任的決定有關，因為學生需要選擇是否繼續嘗試、換策略、尋求協助。

(3) 社交情緒(如：同理心、羨慕、羞恥)：涉及學習環境中人際互動下的情緒。像同理心、羨慕、羞恥這些情緒，往往不是單純因為題目本身，而是因為在班級互動中和他人比較、被評價、被看見或被忽略。SEL 的社會覺察強調理解他人的觀點與感受，人際關係技巧則強調清楚溝通、傾聽、合作與求助。在數學課裡包含小組討論、公開發言、教師回饋等社會情境，是學生練習社會覺察和人際關係技巧的好時機。

基於上述，學生在數學學習中經歷的情緒並不限於成敗帶來的成就情緒，也包含因認知衝突而生的認知情緒，以及來自課室互動的社交情緒。這意味著，數學學習是一個同時涉及自我情緒調節、認知投入與人際互動的歷程，而這三者正是 SEL 所關注的核心範圍。而 SEL 之所以重要，不只是因為它能減少負向情緒，更因為它能幫助學生把成就情緒、認知情緒與社交情緒轉化為有利於數學學習的資源

五、SEL 融入數學的相關指引

CASEL 和加拿大安大略省已經公布 SEL 融入數學的指引，CASEL(2017)[1]指出當教學設計和教學實踐能促進社會情緒學習的五大核心能力時，可以提升數學教學成效、提高學業成績，改善學生的態度與行為，減少負面行為，並降低情緒困擾，有效的數學教學也是以 SEL 的核心能力為基礎，驅動學生的學習與參與，表 1 即為 CASEL(2017)提出的 SEL 融入數學的教學指引。再者，加拿大安大略省[2]不是把 SEL 和數學分開教，而是把 SEL 直接放進數學學習歷程裡(如表 2)。也就是說，學生在學習數學時，不只是學習計算、推理、解題，也同時在學習如何管理情緒、面對壓力、保持毅力、與人合作、建立自我認同，以及做出判斷。兩者共同指出，數學學習本質上是一種結合認知運算與情意調節的自我調節歷程，亦即 SEL 構成數學素養發展中不可或缺的情意向度。

表 1 CASEL 提出的 SEL 融入數學的教學指引

核心能力	核心能力融入數學教學的指引
自我覺察 自我管理	所有教育都隱含假設學生具備自我認知與自我管理的能力，能夠辨識自己的情緒、使自己冷靜並專注，從而有效參與學習，包括數學。此外，所有學習（包括數學）都假設學生具備基本的目標設定能力，以完成數學作業。
社會覺察	在所有教育活動（包括數學）中的有效參與，取決於學生是否具備理解並遵守課堂重要社會規範，學生要能辨識解決問題的多樣化方法，並理解他人的方法可以幫助我們識別出新的、更好的策略。此外，同理心和換位思考是將數學推理應用於現實問題時的關鍵能力。
人際技巧	在數學和其他學科中取得成功需要良好的溝通能力，包括如何傾聽和提問、在不理解學業內容時如何有效尋求幫助。另外，合作學習和小組問題解決，也需要以人際關係技能為基礎。
負責任的決定	學生要有能力評估各個決定，並做出有效決策以完成作業。

[1] 取自: https://casel.s3.us-east-2.amazonaws.com/CASEL-Resources-Elementary-Math.pdf

[2] 加拿大安大略省資料取自 https://www.dcp.edu.gov.on.ca/en/curriculum/elementary-mathematics

表 2 加拿大安大略省結合 SEL 和數學歷程

學生學習什麼	演算數學的歷程	學生運用 SEL 做什麼
1.辨識及管理情緒	● **問題解決**：發展、選擇並應用解決問題的策略。 ● **推理與證明**：培養和運用推理能力來證明思考的合理性，並使用多種表徵形式來解決問題。 ● **反思**：在解決問題的過程中，停下來回顧與監控自己的思考過程 ● **連結**：在數學概念、程序與表述演算歷程之間建立聯繫，並將數學觀念連結其他的情境。 ● **溝通**：使用日常語言表達與理解數學思維。 ● **表徵**：從多樣的算式及表述形式中進行選擇，並創建數學概念的多種表徵並應用這些來解決數學問題。 ● **選擇工具與策略**：選擇並使用各類具體、視覺化及電子學習工具，以及適合的策略來探討數學概念並解決問題；建構並捍衛論點。	1.在參與數學課程活動時，可以表達和管理自己的情緒，並能體察理解他人的感覺，積極參與互動。
2.確認壓力的來源以及接受挑戰		2.面對具有挑戰性的數學問題時，可以使用各種策略來因應壓力，並有助於培養個人韌性與復原力。
3.維持積極學習的動機與毅力		3.嘗試不同的解題方法並從錯誤中，並以樂觀和希望的心態促進學習成效。
4.建立人際關係與有效溝通		4.在數學問題中進行合作，可以表達自己的想法、傾聽他人的思考並實踐包容性，進而促進人際關係。
5.培養對自我的覺察與身份認同感		5.將自己視為有能力的數學學習者，並在此過程中強化其對身份認同與歸屬感的意識。
6.擁有批判性思考與創造性思維		6.將數學與日常情境建立聯繫，幫助他們做出明智的判斷和決策。

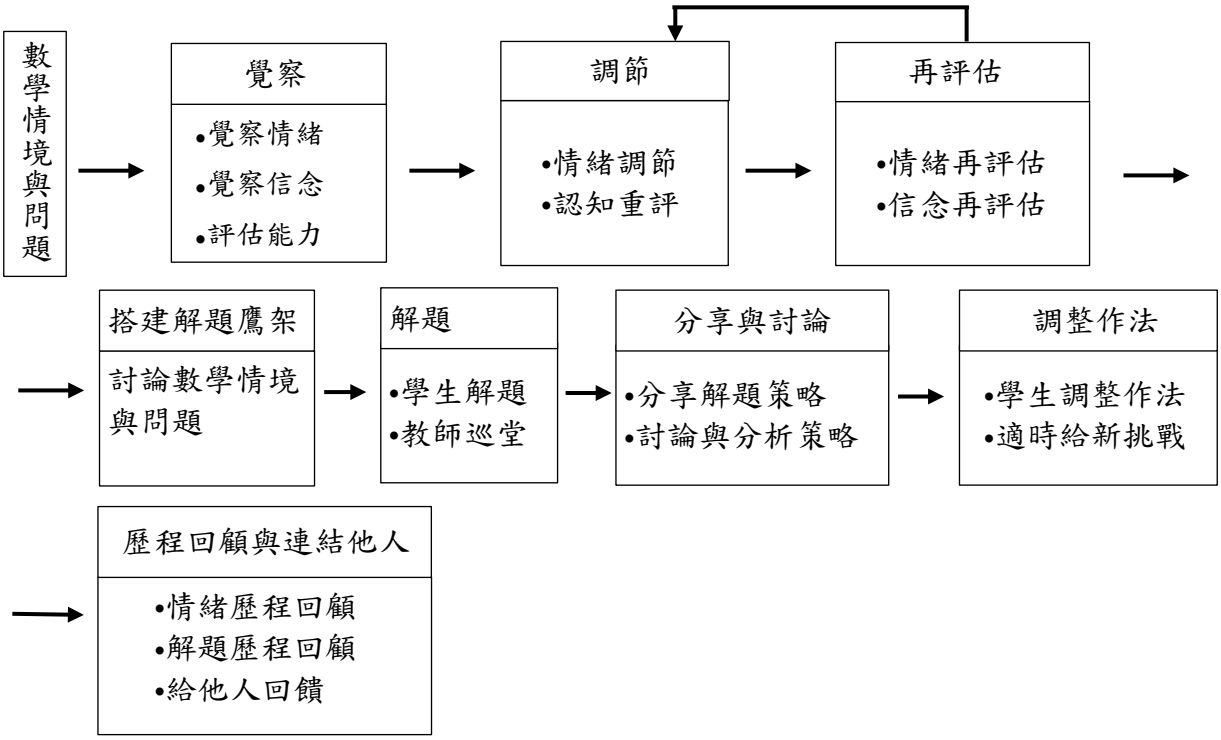
六、SEL 融入數學的可能教學流程

Anino 和 Ubalde(2025)針對 15 篇文章進行討論，發現有些教學模式或教學工具適合用於 SEL 融入數學的課堂中，例如：5E 教學模式、費米問題（Fermi problems）教學工具 [3]，這些都被證實能促進數學課堂中情意與認知發展。而課堂中的反思活動、探究式學習，以及具情緒支持性的學習環境，也被發現能強化學生在數學推理歷程中的社會情緒學習。而研究者也提出一個可以嘗試的流程如圖 1 所示，據 Ellis（1995）的理念，數學問題就是一個會引發情緒的事件，因此在上課時，當學生看到數學情境與問題後，會請學生先察覺自己的情緒和思維，察覺自己是感到興奮、想挑戰，還是害怕、抗拒、無奈、焦慮？會認為自己非要做對不可、或覺得自己大概又不會了？由於情緒沒有對錯，教師會引導學生接納各種情緒，並請學生回憶調節情緒思維的方式，請學生根據自己的狀況調整情緒，例如若學生感到很興奮，可以要用上課學過的立即救助策略先放慢呼吸，讓自己情緒回穩以避免解題時太急躁就粗心了；而若學生覺得

[3] 在臺灣的數學課室中較少運用費米問題

沮喪，認為自己一定不會，可以藉由回想過去的成功經驗來駁斥非理性思維進行認知重評；調整完情緒後，再次評估情緒，確認情緒有比較緩和後，老師便會利用提問搭建學習鷹架並和學生一起討論，討論後會請學生試著解題，老師也在此時巡堂給予學生支持；接著，會請學生分享解題策略，並討論和分析策略，然後再讓學生去調整作法，老師也會視情況給新的挑戰，最後，再讓學生回顧整個情緒歷程、解題歷程，並給予他人回饋。

圖 1 SEL 融入數學的上課流程



七、SEL 融入數學的現況和挑戰

在培養學生的 SEL 能力時，除了在班級經營中營造，也需要有帶狀的課程，目前比較容易操作的方式是在綜合活動課施行，或是融入到國語文領域中，融入在數學課的相對較少，有部分原因可能是臺灣非常重視數學的熟練度，花很多時間訓練程序性步驟和解題速度，再者，在師資培育的過程，並沒有特別訓練教師要花時間識別學生學習時的情緒反應，也不會特別強調要培養學生的數學自信， 加上數學是考科，家長和學校很重視學生的數學成績，這些都加深了老師在數學課的進度壓力， 故在推行時，有幾點建議：

(1) SEL 和學業表現是互相成就：許多教師擔心，如果在課堂上融入培養學生的 SEL 的元素，可能會壓縮到學科內容的學習，甚至導致學業成績下降，但從許多研究都知道，SEL 有利學生的學習，SEL 是學業成績的助力而非阻力。
(2) 參加培訓工作坊或課程共備：目前的數學教科並未教導學生參與數學活動時，需要發展哪些 SEL 技能，數學領綱中雖然強調也在乎培養學生的情意態度，卻沒有提供具體指引告訴教師如何在數學課堂中協助學生管理這些情緒。建議教師可以參加相關的培訓工作坊，藉由別人成功的教學案例，將

SEL 融入在數學課中，或是藉由相關課程的共備會議，逐步將課程融入 SEL 的元素。

(3) 善用以學生為中心的教學方式：若今天是傳統的講述教學，學生比較少有表達想法的機會，教師也就更難察覺學生的反應，若多一些素養導向教學、以學生為中心的教學方式在裡頭，再搭配提問引導學生進行自我覺察、社會覺察，並提點學生聆聽和說話的技巧，能激發學生的學習熱情，也讓數學課堂成為練習 SEL 能力的殿堂。

參考文獻

Anino, M. P., & Ubalde, M. V. (2025). Socio-Emotional Learning skills in mathematics: A systematic literature review. *Journal of Innovations in Teaching and Learning*, *5*(1), 44-48.

Durlak, J. A., Weissberg, R. P., Dymnicki, A. B., Taylor, R. D., & Schellinger, K. B. (2011). The impact of enhancing students' social and emotional learning: A meta-analysis of school-based universal interventions. *Child development*, *82*(1), 405-432.

Durlak, J. A., Domitrovich, C. E., & Mahoney, J. L. (Eds.). (2015). *Handbook of social and emotional learning: Research and practice*. Guilford Publications.

Ellis, A. (1995). Changing rational-emotive therapy (RET) to rational emotive behavior therapy (REBT). *Journal of Rational-Emotive & Cognitive-Behavior Therapy*.

Schoenherr, J., Schukajlow, S., & Pekrun, R. (2025). Emotions in mathematics learning: A systematic review and meta-analysis. *ZDM–Mathematics Education*, *57*(4), 603-620.

Raudenbush, S. W., & Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods* (2nd Edition). Thousand Oaks, CA: Sage.

UNESCO MGIEP (2022). *Guidelines for Implementing SEL in Schools*. New Delhi: UNESCO MGIEP. https://doi.org/10.56383/JAKO488

Yang, C., Chan, M. K., & Ma, T. L. (2020). School-wide social emotional learning (SEL) and bullying victimization: Moderating role of school climate in elementary, middle, and high schools. *Journal of school psychology*, *82*, 49-69.

Socio-Emotional Learning in Mathematics Education

Hsin-Ying Huang
Research Center for Testing and Assessment, National Academy for Educational Research

Abstract

This paper explores the role, instructional applications, and implementation challenges of social-emotional learning (SEL) in mathematics education. With the Ministry of Education promoting a long-term SEL development plan, SEL has become a key component in fostering students' holistic development. Traditionally, mathematics learning has been viewed as primarily cognitive; however, research indicates that students experience achievement-related, cognitive, and social emotions throughout the learning process, which significantly influence their motivation, engagement, and problem-solving performance. Therefore, integrating SEL into mathematics classrooms is essential. This study first introduces the concept of SEL and its instructional formats, comparing standalone SEL programs with integrated approaches. It then examines how SEL operates within mathematical problem-solving processes by drawing on the CASEL framework and curriculum practices from Ontario, Canada, highlighting that mathematics learning is fundamentally a self-regulated process integrating affective and cognitive dimensions. In addition, the paper proposes potential instructional strategies and teaching processes for embedding SEL into mathematics classrooms. Finally, it discusses practical challenges in implementation and offers suggestions for strengthening teacher professional development.

Key words: mathematics education, social emotional learning

2026年

台灣數學教育學會年會暨第十八屆科技與數學教育學術研討會



海報發表

人工智慧與數學教育的融合：共創未來新圖像

辦理單位

國立臺中教育大學 數學教育學系

台灣數學教育學會

國立臺中教育大學師培處暨數學教學領域研究中心

國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系

KWL 閱讀策略融入國小理財閱讀教學之探討：文獻分析

林筑音 [1]
[1] 臺北市五常國民小學 ariellee1016@gmail.com

摘要

隨著金融環境日益複雜，培養學生的財務素養逐漸成為全球教育的重要議題。理財教育不僅涉及金錢管理知識，也包含理財態度與理財行為的培養。然而，在我國基礎教育中，理財教育多以融入式方式進行，缺乏系統性的課程設計。另一方面，108 課綱強調閱讀素養與跨領域學習能力，使閱讀策略逐漸被應用於不同學科教學。本研究採文獻分析法，蒐集國內外有關理財教育、國小理財教育發展以及 KWL 閱讀策略之相關研究，分析其理論基礎與教學應用。研究結果顯示，理財教育應從小培養，透過理財閱讀能降低抽象概念的理解難度，而 KWL 閱讀策略能促進學生連結先備知識、提出問題並整理學習成果，有助於提升學習參與與理解能力。研究進一步指出，將 KWL 閱讀策略應用於理財閱讀教學，具有促進學生閱讀素養與理財素養整合發展的潛力。最後，本研究提出理財教育課程設計與未來研究方向之建議。。

關鍵字：理財教育、理財素養、KWL 閱讀策略、閱讀素養、國小教育

壹、緒論

一、研究動機與背景

在全球化與金融市場快速發展的背景下，個人財務管理能力逐漸成為現代公民的重要能力之一。經濟合作暨發展組織（OECD）指出，財務素養（financial literacy）是指個人理解金融概念與金融產品，並能夠做出適當財務決策的能力。透過金融教育，可以提升個人對金融風險與機會的理解，進而做出更理性的經濟決策。

近年來，各國逐漸將金融教育納入學校課程，希望透過教育體系培養學生正確的金錢觀念與理財能力。然而，在臺灣的基礎教育體系中，理財教育多以融入式方式進行，並未設立獨立課程，因此教師在教學上需自行整合相關教材。

另一方面，108 課綱強調培養學生的閱讀素養，使閱讀能力不僅限於語文學習，而是成為理解各學科知識的重要工具。在此背景下，透過閱讀活動進行理財教育，逐漸成為一種可行的教學方式。理財科普讀物通常透過生活情境與故事呈現理財概念，有助於學生理解抽象的金融知識。

此外，KWL 閱讀策略（Know－Want to know－Learned）是一種強調學生先備知識與主動學習的閱讀策略，透過回顧既有知識、提出問題與整理學習成果三個階段，促進學生的閱讀理解與知識建構。因此，將 KWL 閱讀策略應用於理財閱讀教學，可能有助於提升學生對理財概念的理解。

二、研究目的

本研究以文獻分析為主要研究方法，探討 KWL 閱讀策略應用於國小理財閱讀教學之可行性。探討理財教育的內涵與重要性、分析國小階段理財教育的

發展與課程內容、整理 KWL 閱讀策略之理論基礎與教學應用並探討 KWL 閱讀策略融入理財閱讀教學之教育意義。

貳、文獻探討

一、理財教育的內涵與重要性

隨著金融市場與經濟環境的快速變化，個人財務管理能力逐漸被視為現代公民的重要基本能力之一。經濟合作暨發展組織（OECD）指出，財務素養（financial literacy）是指個人理解金融概念與金融產品，並能夠做出適當財務決策的能力。透過金融教育的推動，個人能夠提升對金融風險與機會的理解，進而做出更理性的財務決策。

理財教育的核心不僅是金融知識的學習，也包含理財態度與理財行為的培養。鍾乙豪與賴曉如（2018）指出，理財教育是一種多面向的教育，涵蓋金錢使用的知識、技能與價值觀，其目標在於培養個人正確的理財觀念與金錢使用態度。游翰霖（2019）亦認為，理財教育能幫助學生建立責任感與理性消費觀念，使其在面對消費與投資決策時能做出更理性的判斷。

綜合相關研究，理財教育通常包含三個主要構面：理財知識、理財態度與理財行為。理財知識指個人對金融概念與理財工具的理解，例如收入、支出、儲蓄與投資等基本概念；理財態度則是指個人對金錢管理的價值觀與看法，例如是否重視儲蓄或是否具備理性消費觀念；而理財行為則是指個人在日常生活中實際進行的財務管理行為，例如規劃零用錢或進行儲蓄。

此外，許多研究指出，理財教育應從小開始推動。李光苹（2019）指出，若能在兒童階段培養正確的金錢觀念，有助於學生建立良好的儲蓄習慣與消費態度。沈秋霜（2011）亦發現，學生的理財態度與其消費行為之間具有顯著關係，因此透過教育引導學生建立正確的理財態度，對其未來財務行為具有重要影響。

二、國小階段理財教育的發展

國際上許多國家已逐漸重視金融教育在學校課程中的角色。例如，美國透過金融教育政策推動金融素養課程，並發展理財教育相關教材與教學資源。Jump$tart Coalition（2015）提出 K－12 個人理財教育標準，將金融教育分為消費、儲蓄、投資與風險管理等不同面向，以培養學生的金融素養。

英國則採取將金融教育融入既有課程的方式進行推動。英國教育與職業部門（Department for Education and Employment）提出金融教育應包含三個主要面向：理財知識與理解、理財技能與能力以及理財責任。透過將金融教育融入不同學科課程，使學生能在不同學習情境中理解與應用理財概念。

在臺灣方面，金融監督管理委員會於 2012 年提出金融基礎教育架構，將理財教育分為國小、國中與高中三個階段。其中國小階段的主要教學內容包括儲蓄與消費、借貸與信用、保險與風險管理以及投資等基本概念。

然而，目前我國理財教育多採融入式教學方式，並未設立獨立課程。因此，教師在教學現場往往需自行整合理財相關教材與教學活動。翁琬婷（2023）指出，若能將理財教育融入數學或社會領域課程，將有助於學生在真實情境中理解理財概念。此外，透過生活化的情境活動，例如零用錢規劃或購

物決策，能幫助學生將理財知識應用於日常生活中。

三、KWL 閱讀策略的理論基礎

閱讀理解是學生學習各學科知識的重要基礎。Snow（2002）指出，閱讀理解能力不僅影響學生在語文學習中的表現，也會影響其在其他學科的學習成效。因此，在教學過程中運用適當的閱讀策略，有助於提升學生的閱讀理解能力。

KWL 閱讀策略由 Ogle（1986）提出，其主要目的在於促進學生在閱讀過程中的主動參與。KWL 策略包含三個主要階段：K（What I know）、W（What I want to know）與 L（What I learned）。在 K 階段，學生需回顧自己已知的知識；在 W 階段，學生提出想要了解的問題；在 L 階段，學生整理閱讀後所學到的內容。

透過這三個階段的學習過程，學生能將既有知識與新知識進行連結，進而促進知識建構。Pressley 與 Afflerbach（1995）指出，閱讀策略能幫助學生在閱讀過程中進行思考與反思，使其更能理解文本內容。因此，KWL 策略常被應用於閱讀理解教學與探究式學習活動中。

四、KWL 閱讀策略與理財閱讀教學

理財概念對國小學生而言往往較為抽象，例如儲蓄、投資與風險管理等概念，若僅透過傳統講述式教學，學生可能難以理解。因此，透過閱讀活動進行理財教育，可以將抽象概念轉化為生活情境，使學生更容易理解。

理財科普閱讀通常以故事或情境方式呈現理財概念，例如零用錢管理、購物選擇或儲蓄目標等主題。透過閱讀活動，學生能將理財概念與生活經驗連結，進而提升理解能力與學習動機。此外，閱讀活動亦有助於培養學生的閱讀素養，使其在理解文本的同時學習理財知識。

若將 KWL 閱讀策略融入理財閱讀教學，學生可先回顧自身對金錢與消費的既有經驗，再提出與理財相關的問題，最後透過閱讀與討論整理新的知識。這樣的學習歷程能促進學生對理財概念的理解與反思，使理財教育不僅停留在知識學習層面，也能逐步培養學生的理財態度與理財行為。

表 1 理財教育與閱讀策略相關研究整理

研究者	研究主題	研究對象	研究方法	研究結果
Mandell & Klein (2009)	金融教育對學生理財行為的影響	高中生	量化研究	接受金融教育的學生在理財知識上表現較佳，但長期行為改變有限
鍾乙豪、賴曉如(2018)	理財素養教育之理論與實務	教育理論	文獻分析	理財教育包含知識、態度與行為三個構面
游翰霖(2019)	學校金融教育發展	教育政策	文獻分析	金融教育應從基礎教育階段開始推動

李光苹（2019）	國小理財素養培養研究	國小學生	調查研究	早期理財教育有助於建立儲蓄習慣
黃韋慈（2018）	理財態度與投資決策研究	大學生	問卷調查	理財態度會影響個人財務決策
沈秋霜（2011）	學生理財態度與消費行為	國小學生	量化研究	理財教育能改善學生消費態度
Ogle (1986)	KWL 閱讀策略教學模式	學生閱讀教學	教學研究	KWL 策略可促進閱讀理解與學習動機
Pressley & Afflerbach (1995)	閱讀理解策略研究	學生閱讀歷程	質性研究	閱讀策略有助於知識建構
Snow (2002)	閱讀理解發展研究	閱讀教育	文獻分析	閱讀理解是學習各學科的重要能力
Jump$tart Coalition (2015)	K-12 理財教育標準	K-12 學生	政策研究	金融教育應包含消費、儲蓄、投資等面向

綜合表 2-1 相關研究可發現，理財教育研究多聚焦於學生理財知識、理財態度與理財行為之培養。其中，多數研究指出理財教育應從基礎教育階段開始推動，以建立學生正確的金錢觀念與理財習慣。此外，閱讀策略研究亦顯示，透過適當的閱讀教學策略能促進學生理解與知識建構。KWL 閱讀策略強調學生先備知識的連結與主動提問，能有效提升閱讀理解與學習動機。

然而，目前將閱讀策略與理財教育整合的研究仍相對有限。因此，本研究透過文獻分析探討 KWL 閱讀策略融入理財閱讀教學的可能性，期望為國小理財教育提供新的教學方向。

參、綜合討論

綜合前述文獻探討，本研究從理財教育的內涵、國小理財教育的發展以及 KWL 閱讀策略的教學應用三個面向進行分析，並進一步探討將閱讀策略融入理財教育的可能性。整體而言，相關研究顯示理財教育在現代社會具有重要性，而閱讀策略在促進學生理解與學習參與方面亦具有顯著成效。因此，將 KWL 閱讀策略融入理財閱讀教學，具有一定的理論基礎與實務發展潛力。

首先，就理財教育的重要性而言，許多研究指出財務素養已成為現代公民必備的重要能力。OECD 指出，理財教育不僅能提升個人對金融概念與金融產品的理解，也能幫助個人在面對複雜金融環境時做出更適當的決策。隨著金融商品日益多元化，若缺乏基本金融知識，個人可能面臨財務風險。因此，各國教育政策逐漸重視金融教育在學校課程中的角色，希望透過教育培養學生的理財能力。然而，相關研究也指出，若理財教育過於偏重理論知識，學生往往

難以將知識轉化為實際行為。因此，在理財教育的設計上，應強調生活情境與實際應用，使學生能在日常生活中實踐理財概念。

其次，在國小階段推動理財教育具有重要意義。許多學者認為，學生在兒童階段即開始接觸金錢與消費活動，例如零用錢管理、購物選擇與儲蓄行為等，因此國小階段是建立金錢觀念的重要時期。若能在此階段培養學生正確的金錢觀念與理財態度，將有助於其未來財務行為的發展。然而，目前我國理財教育多以融入式課程為主，缺乏系統化的課程設計。教師在教學現場往往需自行整合理財相關教材，因此在教學策略與教材選擇上仍有進一步發展的空間。透過設計適合學生理解的理財教學活動，有助於提升理財教育的教學成效。

再者，在閱讀教學方面，閱讀策略被認為是提升學生理解能力的重要工具。閱讀理解不僅是語文學習的核心能力，也是學生理解不同學科知識的重要基礎。相關研究指出，若能在閱讀教學中運用適當的閱讀策略，可以促進學生主動思考與知識建構。KWL　閱讀策略即是一種廣泛應用於閱讀教學的策略，其透過引導學生回顧既有知識、提出問題與整理閱讀成果，使學生在閱讀過程中能更積極參與學習。透過這樣的學習歷程，學生不僅能提升閱讀理解能力，也能發展批判思考與問題解決能力。

此外，將閱讀策略融入理財教育具有跨領域學習的潛力。理財概念往往涉及多種知識，例如金錢管理、消費行為與經濟概念等，對學生而言可能較為抽象。若透過理財科普閱讀教材，以故事或生活情境呈現理財概念，可以降低學生理解的難度。同時，透過 KWL 閱讀策略引導學生進行閱讀與討論，學生可以在閱讀過程中思考與金錢相關的問題，並將閱讀內容與自身生活經驗連結。這樣的學習方式不僅能促進學生理解理財概念，也能提升其學習興趣與參與度。

綜合而言，閱讀策略與理財教育的整合具有一定的教育價值。透過 KWL閱讀策略，學生可以在閱讀過程中整理既有經驗、提出問題並反思所學內容，使理財概念的學習不再只是知識的記憶，而是透過理解與思考逐步建構。這樣的學習歷程有助於學生發展理財知識、理財態度與理財行為，進而提升其整體理財素養。因此，在未來理財教育課程設計中，若能結合理財閱讀教材與閱讀策略，不僅能促進學生閱讀素養的發展，也能提升理財教育的教學成效。

肆、結論與建議

一、研究結論

本研究透過文獻分析探討 KWL 閱讀策略在國小理財閱讀教學中的應用。研究結果顯示，理財教育在現代社會具有重要性，而國小階段是培養基本金錢觀念與財務責任感的重要時期。KWL　閱讀策略強調學生先備知識的連結與主動提問，有助於提升學生對理財概念的理解。因此，將 KWL 閱讀策略融入理財閱讀教學，具有促進學生理財素養與閱讀素養發展的潛力。

二、教學建議

根據本研究對理財教育與 KWL 閱讀策略相關文獻之整理與分析，提出以下教學建議，供未來國小理財教育課程設計與教學實務參考。

(一) 結合理財閱讀教材，提升學生理財概念理解

理財概念對國小學生而言往往較為抽象，例如儲蓄、投資、風險與消費決策等概念，若僅透過講述式教學，學生較難理解與內化。因此，教師可透過理財科普讀物或故事型教材，引導學生在閱讀過程中理解理財概念。

例如，教師可選擇與學生生活經驗相關的理財故事書或情境文章，如零用錢管理、購物選擇或存錢目標等主題，透過閱讀活動讓學生在情境中理解理財概念。透過故事與生活化情境，學生較容易將抽象的金融概念與自身生活經驗連結，進而提升學習動機與理解程度。

此外，理財閱讀活動亦可與國語文閱讀教學結合，使學生在閱讀理解過程中，同時學習理財知識，達到跨領域學習的效果。

(二) 運用 KWL 閱讀策略促進學生主動學習

KWL 閱讀策略強調學生在閱讀過程中的主動參與，透過「已知（K）」、「想知道（W）」與「學到（L）」三個階段，引導學生進行有意義的閱讀學習。在理財閱讀教學中，教師可透過 KWL 策略幫助學生整理既有經驗並建立新的知識。

在閱讀前，教師可引導學生思考自己對金錢或理財的既有想法，例如「你平常如何使用零用錢？」或「你知道什麼是儲蓄嗎？」透過 K 階段的討論，學生可以整理自身的先備知識。

在 W 階段，教師可以鼓勵學生提出與理財相關的問題，例如「為什麼要存錢？」或「如何做出理性的購物決定？」透過提問過程，學生能建立閱讀目的。

在閱讀後的 L 階段，學生則可整理閱讀中所學到的新概念，並反思自身原本的想法是否有所改變。透過這樣的學習歷程，學生能更主動地參與學習並深化理解。

(三) 設計生活化理財情境活動

為了提升學生對理財概念的理解與應用能力，教師可設計與學生生活相關的情境活動。例如，可透過模擬購物活動、零用錢規劃或簡單的理財遊戲，讓學生在情境中思考如何分配金錢。

例如，在課堂中設計「園遊會商品選擇」或「旅遊預算規劃」等情境，讓學生思考在有限的金錢資源下如何做出最佳選擇。透過討論與決策過程，學生可以理解金錢分配、需求與欲望的差異，以及理性消費的重要性。

透過這類生活化活動，學生不僅能理解理財概念，也能將所學知識應用於實際情境，進而培養理財能力。

(四) 推動跨領域理財教育課程

理財教育本身具有跨領域特性，因此教師可將理財教育融入不同學科課程中。例如，在數學課程中，可透過百分率、利息或預算計算等內容，引導學生理解理財概念；在社會領域課程中，可討論消費行為與經濟活動；在語文課程中，則可透過閱讀理財相關文本提升閱讀理解能力。

透過跨領域課程整合，不僅能增加理財教育的學習機會，也能讓學生從不同角度理解理財概念。此外，教師亦可透過專題學習或探究式學習活

動，引導學生進行理財相關議題的討論與探究。

(五) 提升教師理財教育專業知能

理財教育的實施效果與教師的專業知能密切相關。因此，學校與教育機構可透過教師研習或專業社群，提升教師對理財教育的理解與教學能力。

教師可透過參與理財教育相關研習活動，了解金融知識與理財教育課程設計方式，並與其他教師分享教學經驗。透過教師專業成長與交流，有助於提升理財教育的教學品質，並促進理財教育在學校中的推廣。

三、未來研究建議

本研究透過文獻分析方式探討 KWL 閱讀策略融入國小理財閱讀教學的可能性，雖然已整理相關研究並提出教學建議，但仍有許多值得進一步探討的議題。以下提出未來研究方向，以供後續研究參考。

首先，未來研究可透過實證研究方式，進一步檢驗 KWL 閱讀策略在理財教育中的教學成效。本研究主要採文獻分析方法，著重於理論整理與相關研究之統整，因此未能直接觀察學生在實際教學情境中的學習表現。未來研究者可透過教學實驗或行動研究方式，在國小課堂中實施 KWL 閱讀策略與理財閱讀教學活動，並透過前後測問卷、學習單分析或學生訪談等方式，評估學生在理財知識、理財態度與理財行為等方面的學習成效，以驗證閱讀策略在理財教育中的實際教學效果。

其次，未來研究可擴大研究對象與研究情境，以提升研究結果的普遍性。本研究所探討的對象主要以國小高年級學生為主要焦點，然而不同年齡層學生在認知能力與金錢使用經驗上可能存在差異。因此，未來研究可針對不同學習階段學生，例如國小中年級、國中或高中學生，探討閱讀策略在理財教育中的應用效果。此外，也可在不同地區或不同學校類型進行研究，以比較不同背景學生在理財教育學習上的差異。

第三，未來研究可探討不同閱讀策略在理財教育中的應用效果。雖然本研究聚焦於 KWL 閱讀策略，但閱讀教學中仍有許多其他策略，例如概念構圖（concept mapping）、預測策略（prediction strategy）或合作學習閱讀策略等。未來研究可比較不同閱讀策略在理財閱讀教學中的教學效果，分析其對學生理解理財概念與培養理財素養的影響，以發展更適合學生學習的理財教育教學模式。

此外，未來研究亦可進一步探討理財閱讀教材的設計與發展。目前理財教育相關教材多以成人金融知識為基礎改編，對國小學生而言可能仍存在理解上的困難。因此，未來研究可嘗試發展更符合學生生活經驗與閱讀能力的理財科普教材，例如透過故事、漫畫或情境案例等形式呈現理財概念，並結合閱讀策略設計相關學習活動，以提升學生的學習動機與理解能力。

最後，未來研究亦可從長期學習效果的角度進行探討。理財教育的目標不僅在於學生短期知識的提升，更重要的是培養學生長期的理財態度與行為。因此，未來研究可透過追蹤研究方式，觀察學生在接受理財閱讀教學後，其金錢使用習慣與理財觀念是否產生持續性的影響，以進一步了解理財教育在學生生活中的長期效果。

綜上所述，未來研究若能透過實證研究、擴大研究對象、比較不同閱讀策略以及發展理財閱讀教材等方向進行探討，將有助於深化理財教育與閱讀策略整合之研究，並為國小理財教育課程設計提供更具體的參考。

參考文獻

中文部分

王玲（2013）。金管會理財教育《個人理財-國中篇》教材融入社會領域公民科之行動研究。碩士論文。國立臺灣師範大學。

王真東（2001）。關於學生問題意識培養的思考。中國教育學刊 6，29-31。

何俊青（2004）。KWL 策略的簡介及其教學應用。教育研究月刊，120，127-135。何祥如、黃勤雄（2008）。連結語文與科學學習——KWL 教學策略於幼兒階段之應用。幼兒教保研究，1，67-81。

吳珠綺（2013）。KWL 策略對國小四年級學童閱讀態度與閱讀理解成效之研究。碩士論文。國立臺東大學。

吳晏菲（2023）。科普文本之閱讀教學策略研究。碩士論文。國立臺北教育大學。

呂佳蕙（2007）。科學讀物融入 KWLQF 策略於國小生活課程之行動研究。碩士論文。中原大學。

李光苹（2019）。國小一年級學童理財教育活動方案學習成效之研究。碩士論文。中華大學。

李欣蓉、張兆文（2005）。以專題研究啟發學生的創造力之行動研究。於「第三屆創新與創造力研討會」中發表，政治大學創新與創造力研究中心主辦，1 月 21-22 日。

李緒武（2000）。社會科教材教法（三版）。台北市：五南圖書出版社。

沈秋霜（2011）。屏東縣國小教師理財態度與投資行為之研究。碩士論文。屏東教育大學。

周玉秀（2015）。以 PISA 理財素養評量架構探究國內學童之理財教育。國民教育，55（1）期，68-77。

林宜瑄、陳秋蘭（2014）。背景知識與英文閱讀能力對臺灣大學生學術英語摘要能力的影響。當代教育研究季刊，22（4），149-186。

林容妃（2005）。兒童科普讀物的閱讀理解教學對國小學童自然科學習之相關研究。碩士論文。國立臺灣師範大學。

金管會（2005）。金融知識普及三年（95-97）推動計畫。

胡秀芳（2012）。閱讀融入教學——自然領域教師專業社群經營。2012 科學教育與傳播論壇，你今天科學了沒？（頁 29-57）。臺北市：國立臺灣科學教育館。

范禹平（2019）。運用 KWL 閱讀策略進行科普閱讀之行動研究。碩士論文。國立臺中教育大學。

范禎娠（2010）。活動本位教學策略應用於國中理財教學成效之研究。碩士論文。國立臺灣師範大學。

翁婉婷（2023）。國中小學教師對理財教育融入課程之研究。碩士論文。南華大學。

高惠貞（2018）。國小高年級實施理財教育課程之研究。碩士論文。亞洲大學。

張家蓉（2019）。國小六年級理財教育課程設計之行動研究。碩士論文。國立台中教育大學。

教育部（2018）。十二年國民基本教育課程綱要——社會領域。

許淑玫（2003）。談閱讀理解的基模理論。國教輔導，42（5），2-7。
郭莉芳（2005）。決戰貧富——調查篇。智富雜誌，85，50-54。
陳岱延（2021）。以模擬社會情境的班級經營實施金融教育對培養國小六年級學童金融素養之研究。碩士論文。國立臺灣師範大學。
陳俞君（2018）。應用學思達教學法於社會領域對國小六年級學童學習成效之影響——以「生產分配與消費」單元為例。碩士論文。國立臺中教育大學。
陳奐君（2014）。學校本位金融教育課程之個案研究。碩士論文。國立台中教育大學。
陳馥綺（2025）。提升財務素養：國小理財教育對學生財金知識提升成效之研究。碩士論文。亞洲大學。
傅顯勝（2006）。運用 KWL 媒體教學策略來探討國小五年級學童在地震單元的學習成效。碩士論文。國立臺北教育大學。
游翰霖（2019）。理財行為及學習成效間關聯之研究——以現金流桌遊為例。碩士論文。崑山科技大學。
黃美筠（2008）。理財教育融入中小學課程的教學策略。臺灣教育，659，14-23。
黃美筠（2008）。理財教育融入中小學課程的必要性——由其重要性與課程內涵析論之。公民訓育學報，19，25-54。
黃美筠、紀博棟、饒玉屏、呂啟民（2011）。臺灣地區中小學理財教育課程網較建構之研究。公民訓育學報，21，1-43。
黃韋慈（2018）。勞工理財態度、勞工退休金制度認知對退休準備之影響。碩士論文。朝陽科技大學。
黃劍華（2009）。理財教育融入國小課程之策略與實施之研究。碩士論文。國立臺灣師範大學。
楊忠斌（2015）。Piaget「基模」理論的哲學基礎－從 Kant 到 Hegel。教育科學期刊，14（1），1-17。
溫騰光（2007）。臺北市國民小學教師理態度、規劃與工具之研究。碩士論文。淡江大學。
葉欣宜（2023）。理財教育對於永續發展目標之提升與影響。碩士論文。亞洲大學。
詹倢茹（2018）。生物教學運用 K-W-L 閱讀策略對於高中生閱讀動機及閱讀理解能力之影響 —以新北市立三民高中為例。碩士論文。國立政治大學。
鄭靜釭（2010）。國小女性教師理財態度與網路購物消費決策型態之研究。碩士論文。屏東教育大學。
翰林編輯群（2017）。國小社會領域課本第十一冊。翰林，臺北。
鍾乙豪、賴曉如（2018）。理財概念對於跨領域教學融入的體驗教育——以小學課程融入為例。臺灣教育月刊，7（2），124-131。
羅廷瑛、張景媛（2004）。科學寫作活動的知識建構對國小學生自然科學習效果之影響。教育心理學報 35（4），337-354。

英文部分

Atiqah. (2014). Implementing K-W-L Strategy in Teaching Reading for Non-English Department Students. The 61st TEFLIN International Conference, UNS Solo 2014, 477-480.

Mandell, L., & Klein, L. S. (2009). The impact of financial literacy education on subsequent financial behavior. Journal of Financial Counseling and Planning, 20(1), 15–24.

OECD.(2005). Improving financial literacy: Analysis of issues and policies. Organization for Economic Co-operation and Development.

OECD (2016). PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematic and financial literacy. Paris, FR: PISA, OECD Publishing

Ogle, D. M. (1986a). K-W-L: A teaching model that develops active reading of expository text. Reading Teacher, 39(6), 564-570.

Ogle, D. M. (1986b). KWL Group Instruction Stategy. In A.S. Palincsar, D.S. Ogle, B. F. Jones, and E.G. Carr (Ed.), Teaching reading as thinking.(pp. 142-183)

Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Riswanto, Risnawati, & Detti Lismayanti. (2014). The Effect of Using KWL (Know, Want, Learned) Strategy on EFL Students' Readingn Comprehension Achievement.

International Journal of Jumanities and Social Science, Vol.4, No.7(1), 225-233.

Implications of Using the KWL Reading Strategy in Financial Reading Instruction for Elementary Students' Financial Literacy: A Literature Review

Chu-Yin Lin

Abstract

With the increasing complexity of the global financial environment, cultivating students' financial literacy has become an important issue in education. Financial education involves not only knowledge of money management but also the development of financial attitudes and behaviors. However, in Taiwan's basic education system, financial education is often implemented through integrated or supplementary instruction rather than through a systematic curriculum. Meanwhile, the 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines emphasize the development of reading literacy and interdisciplinary learning, making reading strategies increasingly applied across different subject areas.

In this context, integrating reading activities into financial education has gradually become a feasible instructional approach. This study adopts a literature analysis method to review and synthesize previous research on financial education, financial education at the elementary school level, and the KWL reading strategy. The study examines their theoretical foundations and educational applications.

The results indicate that financial education should begin at an early stage, and financial reading materials can effectively reduce the difficulty of understanding abstract financial concepts. In addition, the KWL reading strategy helps students connect prior knowledge, generate questions, and organize newly learned information, thereby enhancing learning engagement and comprehension. Furthermore, integrating the KWL reading strategy into financial reading instruction has the potential to promote the integrated development of students' reading literacy and financial literacy. Finally, this study provides suggestions for elementary financial education curriculum design and future research directions, offering references for educational practice and further studies.

Key words: Financial Education, Financial Literacy, KWL Reading Strategy, Reading Literacy, Elementary Education

生成式 AI 驅動下的國小數學教學變革：結合 TIMSS 2023 實證分析與個人化學習路徑之建構

林文毅

摘要

本研究探討生成式人工智慧（Generative AI）融入國小數學教學的實務路徑，並以 TIMSS 2023 臺灣四年級學生「高成就、低動機」之現況作為切入點。研究發現，儘管臺灣學生具備卓越的運算能力，但在學習興趣與自信心指標上仍低於國際平均，此現象源於數學符號的去脈絡化及長期考試競爭下的習得性無助。

為翻轉此困境，本研究提出生成式 AI 介入的三大對策：首先，在情境化學習層面，AI 能作為「脈絡轉譯者」，根據學生的個人興趣（如運動、動漫）即時將抽象數學問題轉化為動態敘事，藉此降低認知負荷並提升情感連結。其次，在教學分工上，推動「人機協同調控學習」模式，由 AI 提供非評判性的動態鷹架與即時引導，降低學生的數學焦慮，使教師能專注於情感支持與全班性的深度討論。最後，本研究強調 AI 在學校行政數位治理與教育公平之價值，透過大數據分析識別學習弱項並啟動預警機制，尤其能為師資流動性高的偏鄉學校提供穩定的學習支持系統，彌補社會資本之不足。

總結而言，生成式 AI 的融入不僅是教學工具的革新，更是教育範式的重構。透過個人化情境轉譯與系統化數位治理，方能真正改善學生的學習心理狀態，實現精準化配置資源與數位平權之目標。

關鍵詞：生成式人工智慧、TIMSS 2023、數學焦慮、數位平權

壹、緒論

國際數學與科學教育成就趨勢調查（Trends in International Mathematics and Science Study, 簡稱 TIMSS）自 1995 年起，每四年進行一次全球性的教育調查，已成為各國衡量教育效能與制定政策的權威指標之一。在最新公布的 TIMSS 2023 結果中，臺灣四年級學生在數學領域表現依舊亮眼，以平均 607 分的佳績名列全球第 2 名，僅次於新加坡(615 分)。這不僅展現了臺灣在國小教育階段，對於基礎數學能力的教學成效，也彰顯了近年來推動「108 課綱」素養導向教學的價值。

然而我們對於表現優秀成績除了樂觀看待外，但在同一份報告，臺灣學生在「了解」、「應用」與「推理」認知的三個層面均居世界領先地位，但在非認知層面的「學習興趣」與「學習自信心」指標上，學生不喜歡的態度卻遠高於國際的平均數。即便在數位轉型加速的今日，臺灣學生對於數學學習的焦慮感依然普遍存在，這引起了研究者的高度關注：當我們正在邁入 AI 賦能的新時

代，技術是否能跨越認知的藩籬觸及學生的心理情感層面？

針對 TIMSS 的評量東亞地區的國家長期表現出成就與情感不一致的現象，國內外學者提出了一些看法。Luckin（2025）指出，傳統的精熟教育雖然能透過重複練習提升測驗分數，但往往忽略了學習者的「主動代理權（Agency）」，當學習變成一種應對評量的工具時，學習者的內在動機將會枯竭，這正是導致高成就國家學生自信心低落的主因。謝豐瑞（2024）亦提出警示，認為臺灣數學課室中長期存在的「標準答案文化」與「速度競爭」，讓中後段學生產生挫敗感，甚至讓優等生因恐懼失敗而缺乏真實的自信。此外，2023TIMSS 全面採數位化測驗，亦即學生需能夠操作數位工具（例如電腦或平板）以完成作答，這表示學生必須具備基本的電腦與資訊素養，方能完成測驗任務（李映璇，2025）。針對數位落差與公平性，Selwyn（2024）提出「數位落差 2.0」的概念，強調硬體的普及（如臺灣的「生生用平板」政策）並不能保證教育公平。若缺乏個人化的引導，科技反而可能強化既有的階級差距。在教育部於 2024 年 8 月公布的《中小學數位教學指引 3.0 版》中正式納入生成式 AI（GenAI）的應用規範，並將 AI 定位從「練習工具」提升為 「適性導師」 或「學習夥伴」，而 TIMSS 2023 報告中顯示的學習態度低落的情形，在課堂中 AI 或許可提供即時的正向學習態度支持。

本研究想要探究既然臺灣具備全球領先的數學成就與普及的行動載具，為何學生的學習熱情與自信心始終無法有效提升？然而，近來興起的生成式 AI 或許能為此問題提供了新的解法。過去的數位教學平台多側重於知識的灌輸與測驗，而當前的 AI 則具備了重塑學習態度的可能性。

基於上述背景，本研究旨在達成以下目標：

一、解析臺灣四年級學生數學成就與情感因素的變動趨勢。

二、認識國內外關於 AI 融入教學之文獻，探討 AI 如何針對台灣學生在學習態度上的痛點，並提供改善對策。

三、針對臺灣目前的數位教育政策提供具備參考價值的建議，促進學生的數學學習幸福感。

貳、數據解讀與現況分析

一、TIMSS 2023 臺灣學生數學成就表現分析

根據 TIMSS 2023 的正式評比結果，臺灣四年級學生的數學平均成就達到了 607 分。這不僅遠高於國際平均值（503 分），更比 2019 年的 599 分進步了 8 分之多。在參與評比的 58 個國家及地區中，臺灣的排名高居全球第 2 名，僅次於新加坡（615 分），並領先於鄰近的香港、南韓與日本。這顯示出臺灣在國小階段的數學基礎很札實。

（一）國際基準（Benchmarks）的達成率

除了平均分數，透過「國際基準」的達成比例更能看出整體學生素質的分布：

1.優異國際基準（Advanced Benchmark, 625 分以上）：臺灣有約 35% 的學生達

到此標準。這代表高比例的學生能在複雜情境中推理並應用數學知識。
2.高國際基準（High Benchmark, 550 分以上）：臺灣有超過 75%的學生達標。能在各種情境中應用數學知識解決問題。
3.中國際基準（Intermediate Benchmark, 475 分以上）：臺灣有超過 92%的學生達標。具備基礎數學知識，能解決簡單的計算與幾何問題。
4.低國際基準（Low Benchmark, 400 分以上）：臺灣有超過 99%的學生達標。展現對基本數學知識的了解。
（二）認知領域（Cognitive Domains）的分項表現
TIMSS 將數學能力分為三個認知層面，臺灣學生在各項的表現均極為均衡且卓越：
1.認識（Knowing）：佔比 40%。評量學生對數學事實、程序及概念的記憶與辨識能力（如：基本運算、認識幾何圖形）。臺灣在此項答對率為 82%，而國際平均答對率為 51%。
2.應用（Applying）：佔比 40%。評量學生在實際情境中運用數學知識解決問題的能力（如：應用題、解讀圖表數據）。臺灣在此項答對率為 76%，而國際平均答對率為 43%。
3.推理（Reasoning）：佔比 20%。評量學生處理陌生情境、複雜脈絡或多步驟問題的邏輯推演能力（如：模式分析、證明與歸納）。臺灣在此項答對率為 69%，而國際平均答對率為 36%。

二、卓越成績背後的危機
儘管 TIMSS 2023 臺灣四年級數學的分數表現出具備全球競爭力，但在情感領域的數據卻是值得深思。據資料顯示，臺灣四年級學生表示「非常喜歡學習數學」的比例約 35%，低於國際平均值的 41%。而在「學習自信心」方面，臺灣只有 24% 的學生展現「高度自信」，而全球平均約為 30%。這種高成就、低動機的矛盾現象，反映了臺灣數學教育長期陷入外在驅動力過剩、而內在動機匱乏的困局。學者 Luckin（2025）指出，當教學過度側重於精確度（Accuracy）與速度（Fluency）的訓練時，學生往往會將數學視為一種高風險的認知勞動，而非有趣的探索過程。即便在 108 課綱推動多年後，依數據來看，這種情況稍有改善，但是還是有很大改進空間。且透過跨年次的數據對照（2019 vs. 2023），可發現一個關鍵現象：成績的提升並未帶來情感的翻轉。臺灣學生在這四年期間，從 2019 的 599 分到 2023 年的 607 分，雖然數學平均分數進步了 8 分，但「不喜歡數學」與「對數學缺乏自信」的百分比進步幅度不大。這揭露了當前數位學習政策在實施過程中的一項可討論之處：資訊硬體的普及雖然解決了學習資源的獲取問題，卻還沒有真正轉化學習的心理。
現行的補救或扶助教學，大多仍依循「診斷錯誤—重複練習—測驗」的模式。這種方式雖然能有效提升學生的測驗分數，卻也可能在過程中強化了學生的挫折感。對於處在中後段的學生而言，傳統補救教學缺乏對學習情感韌性強化的

作用。

三、數位公平與學習落差

陳依蓉(2025)在以 TIMSS2023 探究臺灣八年級學生科學自我效能與科學學習成就關係之研究中發現，城鄉在科學學習成就上則有顯著差異，都市學生的科學學習成就顯著優於近郊、中型城市、小鎮及偏鄉學生。雖然是針對八年級學生的科學學習作探討得到的結論，但在數學的成就上或許存在著相同的城鄉差距。Selwyn（2024）提出的「第二道數位鴻溝（Second Digital Divide)」論點：當硬體設備不再是問題時，決定教育公平的關鍵將轉向數位使用的性質與品質。數位鴻溝已演變為使用品質的差異，都會區學生多將工具視為「思維的延伸」進行探究學習，而偏鄉學生則易受限於「被動式使用」(Selwyn et al., 2024；教育部，2024)。這種應用形式的不對稱，導入 AI 協助的數位學習是個改進之道。

綜上所述，TIMSS 2023 的成績不僅是多年來落實數學及科學教育的成果，更可視為是學習診斷書，從另一面指出了臺灣數學教育的須注意之處：學習情感層面的不對等與數位應用的落差。

參、AI 協作的對策與實務路徑

一、AI 驅動的情境化學習

臺灣四年級學生雖然具備精熟的運算能力，但在「學習興趣」指標可看出仍有為數不少的學生對數學沒有興趣。從情境學習論來看，這種現象源於數學符號的去脈絡化（Decontextualization)。Lave 與 Wenger (1991)曾提出，知識若脫離了真實世界的應用情境，將僅會成為一種應付考試的死知識。儘管 108 課綱強調領域素養是具備能理解且符應日常生活所需所用，但在教學中老師難以針對每位學生的差異化生活經驗進行客製化情境設計。學生感受不到數學與其個人生活的連結，導致其內在動機在機械式練習中消磨殆盡，這正是 TIMSS 報告中，學生隨年級增長而對數學產生排斥感的主要原因。

生成式人工智慧（Generative AI）的興起，為數學教學提供了轉機。不同於過往固定題庫的數位平台，生成式人工智慧能扮演學習脈絡轉譯者的角色。根據 Khan（2025）在《Brave New Words》中的論述，生成式 AI 工具（如 Khanmigo）能根據學生的個人興趣標籤—無論是足球、動漫還是生態觀察—將抽象的比例、分數或幾何問題，即時轉化為學生感興趣的動態敘事。

這種個人化情境具有雙重價值：

（一）降低認知負荷：透過學生熟悉的背景知識來發展新的數學概念，能有效降低進入新知識時的門檻。

（二）提升情感連結：與其生活經驗或者興趣嗜好連結，而非陌生的符號或題目情境。

生成式 AI 有價值的地方，不僅在於它能夠依據學習者的需求出題目，更能在解題過程中時慢慢且有耐心的引導學習者進行解題。Molenaar（2024）提出「人機協同調控學習（Hybrid Human-AI Regulated Learning)」框架，強調 AI 應提供動態鷹架而不僅是給予答案。

在實際應用中，當學生在解決類似於 TIMSS 的高階推理題卡關時，生成式 AI 不會直接給予標準答案，而是用引導的方式讓學生重新檢視已知條件進而理解題目。Baker 與 Ocumpaugh（2024)的研究證實，當 AI 以非評判性的語氣引發學生思考時，能顯著降低其在面對難題時的焦慮感，這對改進臺灣學生在學習數學時的低自信心有幫助。

二、教與學的人機分工協作

生成式 AI 在在教學中能展現強大的優勢，Luckin（2025）提醒我們，教學中人機協作的比例配置至關重要，生成式 AI 雖能模仿對話，但缺乏真正的同理心。因此，在數學教學中 AI 的角色是個人化的學習輔助工具，負責處理個別學生的情境化練習與疑難排解；而人類教師則專注於學習情感上的連結與全班性的課程主題討論。這種分工模式能確保學生在享受 AI 帶來的趣味學習時，仍能在教師的關懷下建立穩固的學科歸屬感與達成教學目標。

臺灣學生即便擁有卓越的解題能力，但在對數學的興趣與自信心指標上仍低於國際平均，這種現象在心理學上與數學焦慮及低自我效能感相關。學者 Bandura（1997）指出，自我效能感的建立核心源於「成功的經驗（Mastery Experiences)」。台灣的教育環境長期受考試領導教學影響，學生在高強度的升學競爭中，其成功經驗常因過度的同儕比較而顯得稀疏（蔡純純，2015)。根據 Seligman（1975）的理論，當教學評量設計過於艱澀且超出學生的負荷，將導致其產生「習得性無助」。這顯示出目前的教育現場往往忽略了 Vygotsky（1978）所提出的「近側發展區」(ZPD）概念，即教學應設定在學生稍作努力並透過引導（Scaffolding）即可達成的範圍內。當學生在挫折中缺乏即時的引導與回饋時，不僅會削弱其自我效能，更會導致其在後續學習任務中表現出消極退縮的行為。除了課堂上的人機協作，透過 AI 協作平台的介入，學生能獲得動態的鷹架支持，從而降低學習焦慮並提升自主學習動機（教育部，2023；郭伯臣等，2020)。

三、學校行政數位治理與教育公平

臺灣資訊教育政策長期著重於硬體設備的建構。然而即便在資訊設備硬體普及後，不同區域學生的數理成就差距並未如預期般縮減。這證實了 Selwyn（2024）的警示：數位不平等的本質已從「擁有（Having)」轉向「使用（Doing)」。

此外，偏鄉教育最常面臨到的的問題之一就是專業師資的流動性太高，當學生每隔一、兩年就必須適應新的教學風格時，其學習心理的連續性會受到嚴重干擾，尤其強調邏輯層次的數理學科中尤為明顯。透過長期的學習歷程追蹤，生成式 AI 能掌握學生的學習歷程與與弱勢項目。正如 Reich（2025）所述，教育

科技的最核心價值應是「彌補人類社會資本的不足」。在教學現場，生成式 AI 除了擔任教學助理外，在教師流動的變動期，持續提供穩定的學習引導與穩定ㄨ的學習情感依靠，讓學生的學習動機不因環境更迭而中斷。進而消除文化不利及區域弱勢等外在不利因素，實現更加公平的教育機會。

此外，在行政管理層面，生成式 AI 能對檢視個別學生的學習成效，及時發出預警提醒效果與並針對學習若項進行補救。透過大數據分析，學校行政管理能從宏觀的角度識別出哪些特定學生、那些學科甚至哪些學習單元需要強化，可及時啟動警機制，然後精準化配置補救資源。

綜上所述，本研究指出生成式人工智慧（Generative AI）在提升數學教育成效上扮演著關鍵的轉型角色，特別能針對臺灣學生「高解題能力、低學習動機」的矛盾困境提供對策。在教學實務層面，AI 扮演了「情境轉譯者」與「動態鷹架」的雙重職責。透過將抽象符號轉化為個人化興趣情境，能有效降低學生的認知負荷並建立情感連結。更重要的是，AI 提供的人性化的引導符合近側發展區（ZPD）理論，能讓學生在成功經驗中重建自我效能，化解因升學競爭帶來的習得性無助與數學焦慮。另外，在人機協作的配置上，生成式 AI 負責精準、重複且高度差異化的個人輔助，而人類教師則回歸情感支持與社群領導的核心價值。這種分工不僅優化了教學品質，更在教育公平上展現深遠意義。面對偏鄉師資不穩定的挑戰，AI 能提供持續且穩定的學習支持系統，彌補社會資本的不足，確保學生的學習脈絡不因環境更迭而中斷。結合數位治理的大數據預警機制，學校行政能從宏觀視角精準配置資源。總結而言，AI 協作不僅是技術的引進，更是教育範式的重構，透過個人化學習與系統化治理的結合，方能真正落實數位平權並建構具備韌性的數學教育環境。

肆、結論與建議

本研究透過對 TIMSS 2023 臺灣四年級學生數學評比結果的探究，歸納出以下三項主要結論：

一、研究結論

（一）臺灣國小學生數學的卓越與焦慮並存

數據證實，臺灣國小數學教育已達到全球頂尖的成就水平（全球第 2 名）。然而，這種卓越成績表現並未完全轉化為學生的心理韌性。從 TIMSS 2019 年至 TIMSS 2023 間，測驗成績的的成長並未伴隨學生對數學的學習興趣同步成長。本研究認為，這種「高成就、低情感」的結構性情境，反映出傳統精熟教學已達效能邊際，若不針對非認知因素進行結構性轉型，未來的數學教育將面臨「有學力、無動力」的續航力危機。

（二）數位公平的內涵已從備齊硬體轉向服務品質

透過對城鄉落差的剖析，本研究發現「生生用平板」政策雖然填平了第一道數位鴻溝（設備近用），也看見了第二道數位鴻溝—數位工具使用的使用性質差異

性。偏鄉學生在學校裡在擁有的數位學習設備已不亞於都會區的學生，甚至在設備比上已經優於都會區的學生。這意謂著數位治理的重點必須從備齊設備轉向建置適性 AI 學習服務，確保偏鄉學生能獲得與都會區同等品質的數位學習服務與內容。

（三）生成式 AI 賦能是消除數學學習興趣赤字的關鍵路徑

本研究討論了 AI 技術在數學教育中具備「情感鷹架」與「脈絡轉譯」的雙重價值。生成式 AI 透過量身訂定個人學習計畫，透過同理心展現生動活潑貼近個人學習經驗能消除對數學的恐懼感，重建學習興趣；而具備情感回饋能力的 AI 適性學習平台則能提供無壓力的學習空間，逐步修復學生的自信心。AI 的介入不僅是技術的升級，更是對自我效能感理論在數位時代的實踐與重塑。

二、研究建議

基於上述研究發現，本研究針對政策治理與教學現場實務，提出具體建議如下：

（一）針對教育行政機關：建議教育主管機關的政策思維從分數治理轉向情感賦能，在修訂類似數位學習規範與指引時，應將非認知因素的學習態度或學習自信等檢核項目納入監測範圍。依此以利於精準派送數位學習導師，也定期針對每期 TIMSS 的評量數據，加強的學習較弱勢的面向。

（二）重新檢視數位公平指標：教育評鑑不應僅考核硬體使用率，應將運用 AI 工具提升學習自信與興趣之貢獻納入數位轉型的績效指標，從制度層面鼓勵以人為本的科技應用。

（三）增進教師的 AI 協作的教學賦能：教師應從知識的傳遞者，轉型為學習路徑的設計者與學習情感的引導者。鼓勵教師利用 AI 重構教學節奏，善用自主學習平台做學生個人學習診斷（如因材網）與精熟練習，將釋放出的課堂時間，用於引導學生進行高層次的主題式探討與情感交流。教師應善用 AI 平台的私密性與無壓力回饋特性，鼓勵自信心低落的學生在 AI 環境中大膽試錯，並在學生獲得 AI 輔助的小步成功後，給予真實的人力肯定，達成人機雙重激勵。

Generative AI-Driven Transformation in Primary Mathematics Education: Integrating TIMSS 2023 Empirical Analysis and Personalized Learning Path Construction

Abstract

This study explores the practical implementation of Generative Artificial Intelligence (Generative AI) in primary mathematics education, addressing the "high achievement, low interest" phenomenon among Taiwanese fourth-grade students as evidenced in TIMSS 2023. Although Taiwanese students exhibit exceptional computational skills, their self-efficacy and interest in mathematics remain below international averages. This discrepancy stems from the decontextualization of mathematical knowledge and learned helplessness fostered by competitive assessment environments.

The study proposes a tripartite framework for integrating Generative AI: (1) Contextualized Learning: AI acts as a context translator, mapping abstract mathematical concepts onto students' personal interests to reduce cognitive load and enhance emotional engagement. (2) Human-AI Collaboration: Implementing a "Hybrid Human-AI Regulated Learning" model, where AI provides non-judgmental dynamic scaffolding to alleviate mathematics anxiety, allowing teachers to focus on socio-emotional support and high-level discourse. (3) Digital Governance and Equity: Leveraging AI for administrative data analysis to identify learning gaps and implement early warning systems. This is particularly crucial for rural schools with high teacher turnover, as AI can provide a stable learning support system to compensate for deficiencies in social capital.

In conclusion, the integration of Generative AI represents a paradigm shift in education. By combining personalized context translation with systemic digital governance, this approach offers a viable pathway to improve students' psychological well-being in learning and achieve the goal of digital equity and precision resource allocation.

Keywords：Generative AI、Mathematics Anxiety、Digital Equity

參考文獻

中文部分

李映璇（2025）。從臺灣學生的國際評比表現看 108 課綱。**教育脈動，(20)**，30-36。https://www.airitilibrary.com/Article/Detail?DocID=P20160218002-N202509260021-00006

國立臺灣師範大學科學教育中心（2024）。**TIMSS 2023 國際數學與科學教育成就趨勢調查：結果發表簡報。**

張芳全（2023）。**大規模教育調查的理論與實務：以 TIMSS 為例**。心理出版社。

教育部（2023）。**因材網適性學習平台簡介**。https://adl.edu.tw

教育部（2024a）。**中小學數位教學指引 3.0：AI 賦能的教學轉型**。

教育部（2024b）。**TIMSS 2023 臺灣國家報告：四年級與八年級數學及科學表現分析。**

郭伯臣（2023）。數位學習平台在適性教學的應用：以因材網為例。**教育研究月刊**，(350)，12-28。

郭伯臣、林維萱、朱蕙君（2020）。適性學習平台之發展與應用：以因材網為例。**資訊科學應用期刊**，*12*(1)，1-25。

蔡純純（2015）。從「習得性無助」談如何幫助孩子不放棄。**臺灣教育評論月刊**，*4*(9)，66-70。

謝豐瑞（2024）。從 TIMSS 數據看臺灣數學教育的亮點與盲區。**數學教育評論**，*22*(1)，45-60。

【英文部分】

Baker, R. S., & Ocumpaugh, J. (2024). Affective computing and non-judgmental AI: Bridging the anxiety gap in mathematics education [Technical Report]. University of Pennsylvania.

Bandura, A. (1997). Self-efficacy: The exercise of control. W. H. Freeman.

Khan, S. (2024). Brave new words: How AI will revolutionize education (and why that's a good thing). Viking.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). Situated learning: Legitimate peripheral participation. Cambridge University Press.

Luckin, R. (2025). Emotions as the foundation for self-directed learning in an AI-enhanced world. Educate Ventures Research.

Molenaar, I. (2024, September 26). The hybrid future [Inaugural address]. Radboud University, Nijmegen, Netherlands.

Reich, J. (2025). Digital capital and educational equity in the age of AI. [Forthcoming].
Seligman, M. E. P. (1975). Helplessness: On depression, development, and death. W. H. Freeman.
Selwyn, N. (2024). On the limits of artificial intelligence (AI) in education. Nordic Journal of Systematic Reviews in Education, 2(1). https://doi.org/10.7577/ntpk.6062
Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Harvard University Press.

生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學對學生數學學習動機與數學學習成效之影響

謝承翰[1] 蘇柏鑫[2]

[1] 臺中市北屯區廍子國民小學 ches30221@gmail.com

[2]臺中教育大學數學教育學系cliffgby@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本研究旨在探討生成式人工智慧（Generative Artificial Intelligence, GenAI）對話輔助融入國小三年級數學教學後，對學生數學學習動機與學習成效之影響，並輔以學生與生成式 AI 互動歷程相關資料，作為研究結果之補充分析依據。隨著生成式 AI 技術快速發展，其教育應用日益受到重視；然而，相較於高等教育與中學階段，國小數學教學中相關實證研究仍相對有限。尤其國小中年級為數學概念建構與學習態度發展的重要階段，若能適切導入具即時回饋、互動引導與個別化回應特性的工具，可能有助於提升學生之學習參與及理解表現。

本研究採混合方法研究設計，以臺中市某國小三年級一班 25 名學生為研究對象，於數學相關單元教學中導入經教師事先設定與限制之生成式 AI 對話活動。量化資料透過數學學習動機量表與學習成效測驗之前後測蒐集，並以描述統計及配對樣本 t 檢定進行分析；質性資料則蒐集學生與生成式 AI 之對話紀錄、學習單內容及教師觀察札記，並以內容分析法歸納學生於對話歷程中的提問表現、回應方式、參與狀態與概念理解情形，作為量化結果之補充說明。

本研究預期可初步了解生成式 AI 對話輔助融入國小數學教學後，學生在數學學習動機與學習成效上的變化趨勢，並歸納其可能影響機制。研究結果可作為國小數學教學導入生成式 AI 對話輔助活動之參考，並補充國小中年級數學教學中 AI融入之初步實證資料。

關鍵字：生成式人工智慧、國小數學教學、數學學習動機、數學學習成效、混合方法研究

壹、緒論

一、研究背景與動機

近年來，人工智慧技術快速發展，特別是生成式人工智慧（Generative Artificial Intelligence, GenAI）的普及，使教育現場開始重新思考科技在教學中的角色。相關研究指出，ChatGPT 等生成式 AI 工具在教學與學習中具有提升學生參與、支持個別化學習與提供即時回饋的潛力，但同時也伴隨生成內容正確性、偏誤與教育使用風險等挑戰，因此其應用仍須建立在審慎引導與負責任使用的前提之上（Yousef et al., 2023）。

在數學教學中，學習動機是影響學生是否願意投入、持續嘗試並完成學習目標的重要因素。Nyman 與 Sumpter（2019）指出，動機可被理解為一種引發、引導並維持目標導向行為的內在歷程。進一步而言，研究顯示學生對數學的動機會隨年齡增長而下降，雖然在國小階段尚不如國中階段明顯，但仍可觀察到相關趨勢，因此國小階段之數學學習動機培養仍具重要性（Garon-Carrier et al., 2016）。

除了數學學習動機外，數學學習成效亦是數學教育中重要的觀察面向。Hiba等人（2025）的研究顯示，透過具互動性與參與感的教學設計，可改善學生的數學態度與成就表現，並以質性資料支持量化結果。此一發現顯示，若教學活動具有即時回饋、參與誘因與練習機會，可能有助於改善學生之數學學習經驗與學習表現。

研究者於教學現場觀察到，部分國小三年級學生在數學學習中雖具基本計算能力，但面對較具變化的題型時，常出現不敢提問、概念理解片段化，或容易以偏概全等情形。若能於彈性課程或補充教學時間中導入經教師限制與設計之生成式 AI 對話活動，讓學生透過平板進行提問、練習與回應，或可作為一種新的數學學習支持方式。基於此，本研究擬探討生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學後，對學生數學學習動機與數學學習成效之影響，並透過學生與生成式 AI 互動歷程之相關資料，作為解釋研究結果的重要參考。

二、研究目的

1.探討生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生數學學習動機之變化情形。

2.探討生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生數學學習成效之變化情形。

三、研究問題

1.生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生的數學學習動機是否產生改變？

2.生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生的數學學習成效是否產生改變？

貳、文獻探討

一、數學學習動機

在數學教育領域中，學習動機被視為引發、引導並維持目標導向行為的重要內在歷程，影響學生是否願意投入學習活動，並在面對困難時持續嘗試（Nyman& Sumpter, 2019）。對數學學習而言，學生若具備較高的學習動機，通常較能主動參與課堂活動，並在解題過程中展現較高的投入程度與持續性。

然而，相關研究指出，學生對數學的學習動機會隨年齡增長而逐漸下降。Garon-Carrier等人（2016）的研究顯示，學生在成長過程中對數學的興趣與投入程度可能逐步減弱。對本研究而言，國小三年級學生正處於數學概念由具體表徵逐漸邁向抽象理解的重要階段，若能透過具即時回饋、互動引導與個別化支持特性的生成式AI對話輔助工具，協助學生增加提問機會並提升參與感，則可能有助於維持其數學學習動機。因此，本研究將數學學習動機列為重要探討變項之一。

二、數學學習成效

數學學習成效亦是評估教學介入是否具實質影響的重要依據。就數學學習而言，若學生在學習過程中缺乏適當引導與回饋，即使短期內能完成部分練習，也未必能形成穩定且可遷移的數學理解。

相關研究指出，具互動性與回饋性的教學設計，可能有助於提升學生之數學學習成效。Hiba 等人（2025）在研究中採用遊戲式學習（Game-Based Learning, GBL）介入學生測驗調查軟體（Test Survey for Students, TSFS），探討卡達四年級學童之數學學習成效，結果顯示學生在數學態度與成就分數上皆有顯著提升，且質性資料亦支持量化分析結果。因此，本研究將數學學習成效列為另一重要探討變項，以檢視生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生之數學學習表現是否產生改變。

三、生成式 AI 融入數學教學之應用與挑戰

近年來，生成式人工智慧逐漸被應用於教育情境之中，尤其 ChatGPT 等工具在教學與學習領域受到廣泛關注。Duha 等人（2024）透過系統性文獻回顧分析112篇學術文章，指出 ChatGPT 在提升學生投入（engagement）與可近性（accessibility）方面具有潛力，但同時亦存在生成回應品質不穩定、內容偏誤、抄襲風險，以及教育內容真實性與可信度等問題。

因此，本研究並未讓學生自由使用生成式 AI，而是透過事先設定提示內容與回應限制的方式，規範其回答範圍與引導方向，以降低可能偏誤對研究歷程之影響。綜合而言，目前生成式 AI 融入數學學習的研究仍相對有限，尤其針對國小中年級學生之探討更為不足。基於此，本研究將生成式 AI 作為國小三年級數學學習中的對話輔助工具，探討其對學生數學學習動機與數學學習成效之影響。

參、研究方法與設計

本研究採混合方法研究設計，探討生成式 AI 對話輔助融入國小三年級數學教

學後，對學生數學學習動機與數學學習成效之影響。量化部分透過前後測蒐集數學學習動機量表與數學學習成效測驗資料，並以描述統計及配對樣本t檢定進行分析；質性部分則蒐集學生與生成式AI之對話紀錄、學習單內容及教師觀察札記，並以內容分析法進行歸納，以補充說明學生在互動歷程中的提問表現、回應方式、參與狀態與概念理解情形。

一、研究設計

本研究採量化與質性並行之混合方法研究設計。研究流程包括前測、生成式AI對話輔助教學介入、歷程資料蒐集、後測，以及量化與質性資料之整合分析，以了解生成式AI對話輔助對學生數學學習動機與數學學習成效之影響。

在教學介入設計上，本研究所使用之生成式AI並非開放學生自由提問與任意取得答案，而是由研究者依據教學單元內容與學生程度，事先設定提示內容與回應限制（提示工程，prompt engineering）。其原則包括：要求AI以國小三年級學生可理解之語句來說明、避免直接提供答案、以提示或引導式提問協助學生思考，並以分步方式協助學生逐步釐清題意與解題歷程。此一設計旨在降低生成式AI可能產生之偏誤或過度直接給答情形，並使其更符合本研究作為對話輔助工具之定位。

本研究流程如圖 1 所示



圖 1 研究流程圖

二、研究對象

本研究以臺中市某國小三年級一班學生為研究對象。原班共有26名學生，其中1名學生因研究參與安排未納入本研究分析，故正式參與研究者共25名，其中男生12名、女生13名。依研究者課堂觀察，該班學生整體數學程度約屬中等，但部分學生在面對較具變化的題型時較不主動提問，且偶有概念理解片段化或以偏概全之情形。

三、研究工具

本研究工具包括數學學習動機量表、數學學習成效測驗，以及學生與生成式 AI 之對話紀錄與教師觀察札記。

數學學習動機量表係參考高中數學數學課學習動機與學習調整策略之調查（王姬孋等人，2006）進行調整，內容涵蓋價值、期望、情感，用以了解學生在教學介入前後於數學學習動機上的變化情形。數學學習成效測驗則依據本研究教學單元之課程目標與學習重點編製，用以評估學生在數學概念理解與解題表現上的學習成果；測驗內容並經由 12 位具國小數學教學經驗之教師進行內容效度審查。

質性資料方面，學生與生成式AI之對話紀錄可呈現其提問方式、回應歷程與理解修正情形；教師觀察札記則記錄學生於活動中的參與表現及課堂反應，以作為量化結果之補充說明。

四、資料處理與分析

量化資料包括數學學習動機量表與數學學習成效測驗之前後測結果，先以描述統計整理學生整體表現，再以配對樣本t檢定分析教學介入前後之差異，以檢視生成式AI對話輔助融入教學後，學生在數學學習動機與數學學習成效上的變化情形。

質性資料則包括學生與生成式AI之對話紀錄、學習單內容及教師觀察札記，並以內容分析法進行整理與歸納。初步編碼方向包括學生之提問類型、概念偏誤、自我修正歷程、回應方式及參與狀態等，以分析其在互動歷程中的學習表現與理解修正情形。最後，本研究將量化與質性結果加以整合，以更完整說明生成式AI對話輔助融入國小三年級數學教學之可能影響。

肆、預期結果與討論

本研究尚在進行中，故本節先就研究設計與理論基礎，說明生成式AI對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生在數學學習動機與數學學習成效上可能呈現之變化趨勢，並輔以質性資料分析方向，作為後續研究結果詮釋之基礎。

一、量化結果之預期

（一）數學學習動機

本研究預期在實施生成式AI對話輔助融入數學教學後，學生之數學學習動機整體表現將呈現提升趨勢。對於原本較不主動提問或在解題過程中較易產生挫折感之學生而言，可能有助於提升其學習信心與學習滿足感。

（二）數學學習成效

在數學學習成效方面，本研究預期學生於教學介入後，其數學概念理解與解題表現將呈現提升趨勢，推測學生在數學學習成效測驗中的表現，可能較教學介入前呈現較佳結果。後續量化分析將以平均數、標準差及配對樣本t檢定結果加以呈現，以檢視學生在數學學習動機與數學學習成效上的前後差異。

二、質性結果之預期

透過蒐集學生與生成式AI之對話紀錄、學習單內容及教師觀察札記，本研究預期可歸納出若干與數學學習動機及數學學習成效相關的重要主題。生成式AI所提供之即時回饋與引導式提問，可能有助於提升學生之學習信心，降低面對數學題挫折感。透過反覆提問與多次練習，學生可能較能促進其數學理解與解題表現。再次，生成式AI對話輔助所具備之個別化回應特性，可能使學生在學習過程中感受到較高的參與感與支持感，進而提升其數學學習動機。

在內容分析法方面，本研究預期可從對話歷程中進一步辨識若干具體類別，例如學生之提問特徵、概念偏誤與修正歷程等。此類質性資料將有助於補充說明量化結果所呈現之變化趨勢，並提供生成式AI對話輔助影響學生學習歷程的進一步線索。

整體而言，本研究預期生成式AI對話輔助融入國小三年級數學教學後，學生在數學學習動機與數學學習成效上可能呈現正向變化。量化資料可用以檢視學生在前後測上的整體變化趨勢，質性資料則有助於補充說明學生在互動歷程中的提問表

現、理解修正與參與特徵。後續將待資料蒐集與分析完成後，再進一步檢驗相關結果與其教育意涵。

參考文獻

王姬孋、劉旨峰（2006）。**苗栗縣高中職學生數學科學習動機與學習策略量表之初探。**

魏麗敏（1996）。**國小學生學習動機、數學焦慮與數學成就之研究。**

李宜玫（2012）。**數學低成就學習動機之類型與區別分析：中小學弱勢學生與一般學生之比較。**

黃秀慧（2017）。**差異化教學對學生數學學習成就及學習動機之影響。**

顏榮泉（2024）。**從認知處理觀點評論生成式 AI 對學習的影響。**

Ali, D., Fatemi, Y., Boskabadi, E., Nikfar, M., Ugwuoke, J., & Ali, H. (2024). Education sciences. *Education Sciences, 14*, 643.

Naccache, H., Altae, M., & Barham, A. (n.d.). (2025).Enhancing mathematics achievement: A game-based learning intervention in Qatar.

Turmuzi, M., Azmi, S., & Kertiyani, N. M. I. (n.d.). (2025). ChatGPT in school mathematics education: A systematic review of opportunities, challenges, and pedagogical implications.

Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., & Jarrah, A. M. (2023). EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 19(7), em2286.

Nyman, M., & Sumpter, L. (n.d.). (2019).The issue of “proudliness”: Primary students’ motivation towards mathematics.

Garon-Carrier, G., Boivin, M., Guay, F., Kovas, Y., Dionne, G., Lemelin, J.-P., Séguin, J. R., Vitaro, F., & Tremblay, R. E. (n.d.). Intrinsic motivation and achievement in mathematics in elementary school: A longitudinal investigation of their association.

Effects of Integrating Generative AIDialogue Assistance into Third-Grade Mathematics Instruction on Learning Motivation and Mathematics Achievement

[1] Chang Han Xie Po-Hsin Su[2]

[1] BUZI ELEMENTARY SCHOOL, Taichung City

[2]Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

This study aims to investigate the effects of integrating Generative Artificial Intelligence (GenAI) dialogue-assisted instruction into third-grade elementary mathematics teaching on students' mathematics learning motivation and learning achievement, with supplementary analysis based on data derived from students' interaction processes with Generative AI. With the rapid development of generative AItechnologies, their applications in education have received increasing attention. However, compared with higher education and secondary education, empirical research on the use of generative AIin elementary mathematics classrooms remains limited. In particular, the middle grades of elementary school represent a critical stage for the construction of mathematical concepts and the development of learning attitudes. The appropriate integration of tools featuring real-time feedback, interactive guidance, and personalized responses may help enhance students' learning engagement and conceptual understanding.

This study adopted a mixed-methods research design, with 25 third-grade students from one elementary school in Taichung City as the research participants. During mathematics instruction, generative AIdialogue activities, pre-designed and restricted by the teacher, were incorporated into selected teaching units. Quantitative data were collected through pre- and post-tests using a mathematics learning motivation scale and mathematics achievement tests, and were analyzed using descriptive statistics and paired-sample t-tests. Qualitative data included students' dialogue records with generative AI, worksheets, and teacher observation notes. Content analysis was conducted to examine students' questioning behaviors, response patterns, participation status, and conceptual understanding during the dialogue process, serving as supplementary evidence to explain the quantitative results.

The study is expected to provide a preliminary understanding of the changes in students' mathematics learning motivation and learning achievement after the integration of generative AIdialogue-assisted instruction in elementary mathematics classrooms, and to identify possible mechanisms underlying these effects. The findings may serve as a reference for incorporating generative AIdialogue activities into elementary mathematics teaching and contribute initial empirical evidence regarding AIintegration in middle-grade elementary mathematics education.

Keywords: Generative Artificial Intelligence, Elementary Mathematics Instruction, Mathematics Learning Motivation, Mathematics Learning Achievement, Mixed-Methods Research